REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO “RAFAEL ALBERTO ESCOBAR LARA”

PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE RAZONES Y PROPORCIONES TRIGONOMÉTRICAS, BASADA EN LAS TIC Y EN LA MODELACIÓN.

Trabajo presentado como requisito parcial para optar al grado de Magíster en Educación Mención Enseñanza de la Matemática.

Autora: Yarisbeth M. Hernández Sarrameda.
Tutor: MSc: Yerikson Suárez

Maracay, Abril de 2022

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO “RAFAEL ALBERTO ESCOBAR LARA”

PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE RAZONES Y PROPORCIONES TRIGONOMÉTRICAS, BASADA EN LAS TIC Y EN LA MODELACIÓN.

Trabajo presentado como requisito parcial para optar al grado de Magíster en Educación Mención Enseñanza de la Matemática.

Autora: Yarisbeth M. Hernández Sarrameda.

Maracay, Abril de 2022

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO “RAFAEL ALBERTO ESCOBAR LARA”

ACEPTACIÓN DEL TUTOR

En mi carácter de Tutor del Trabajo de Grado presentado por la ciudadana Yarisbeth Marlen Hernández Sarrameda titular de la cédula de identidad Nº 18.232.168, para optar al grado de Magíster en Educación Mención Enseñanza de la Matemática, considero que dicho trabajo reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometido a la presentación pública y evaluación por parte del jurado examinador que se designe.

En la ciudad de Maracay a los 30 del mes de Abril de__2022__

Yerikson Suárez
C.I:14.786.553

DEDICATORIA.

Dedicado primeramente a Dios

A mi madre Elaine Sarrameda por ser ejemplo de lucha

A mi hermana Joselay Hernández por ser ejemplo de constancia

A mi padre José Hernández, por ser luz en mi camino

A mi prometido José Guerrero, por el principio de una vida juntos

A mi tía Carmen Sarrameda, por ser una guerrera de vida

A mi familia, por cada bendición recibida

A mis abuelos, porque solo ustedes me enseñaron lo que significa la Dedicación

A todos ustedes, les dedico este éxito

AGRADECIMIENTO.

Cada tiempo es perfecto, por eso primero quiero agradecer a Dios por la oportunidad de seguir en este mundo, por cada lección de vida y por la familia que me regaló. Agradezco a mi mamá Elaine Sarrameda, mujer ejemplar, llena de sabiduría y compromiso por su familia, por ser el pilar de mi vida a pesar de tantas caídas. A mi hermana Joselay Hernández, por creer en mí, por cada palabra de aliento en tiempos difíciles, porque si yo caigo ella está para impulsarme a seguir. A mi padre José Hernández, porque se convirtió en ese ángel que protege y guía mis pasos, aunque no lo pueda ve; por iluminar mi camino a pesar del dolor que dejó el día que le tocó partir. Jamás dejará de doler tu adiós, solo se aprende a vivir con él.

A mi tía Helis por su eterno apoyo en este camino, a mi hermosa familia Hernández Sarrameda, cada uno de ustedes ayudaron a cada sueño alcanzado, a pesar de las diferencias la unión sigue siendo la base, así como nos los enseñó nuestros queridos viejitos (Estilita, Ramón, Asunción y Matías), cada palabra de ustedes quedó para la historia. Agradezco al amor, porque es el motor que mueve y da energía a todo lo que nos rodea, por ello reconozco que, a pesar de días malos, siempre hay un arcoíris al final de la tormenta, solo tú José Guerrero lograste ajustar las cadenas de mi viejo columpio, pintarlo de colores y permitirme volver a levantar los pies, sentir que la felicidad por fin está regresando a mí. A mi gran amigo y compañero Alfredo Dicristófaro, por cada consejo y aporte, al Oficial SAR Andrés Salazar por compartir sus conocimientos.

Cada profesor deja una marca en ti, agradezco esa lección, profesor Yerikson Suárez, por compartir conmigo este largo trayecto, su apoyo incondicional motivó la culminación de esta meta.

Eternamente agradecida.

ÍNDICE GENERAL.

LISTA DE CUADROS.

pp.

LISTA DE GRÁFICOS.

pp.

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO RAFAEL ALBERTO ESCOBAR LARA
Maestría en Educación
Mención Enseñanza de la Matemática
Línea de Investigación: TIC, Innovación y Educación Matemática

PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE RAZONES Y PROPORCIONES TRIGONOMÉTRICAS, BASADA EN LAS TIC Y EN LA MODELACIÓN.

Autor: Yarisbeth Hernández Sarrameda
Tutor: Yerikson Suárez
Fecha: Abril, 2022

RESÚMEN.

Las razones trigonométricas se han vuelto de mucha utilidad para el desarrollo de una sociedad durante el pasar de los tiempos. Dicha ventaja se ve en la actualidad en las actividades realizadas por los estudiantes de la especialidad SAR (Licenciados en Aeronáutica Civil mención Búsqueda y Salvamento) del Instituto Universitario de Aeronáutica Civil (IUAC). El proceso de enseñanza y aprendizaje de este contenido matemático, se ha vuelto complejo y poco didáctico dentro de las aulas de clase; por la falta de información y del manejo dentro del entorno en donde los estudiantes se van a desenvolver. Por ello surgió la necesidad de crear un conjunto de estrategias didácticas que colaboren con el desarrollo y la interacción entre el estudiante y el docente, utilizando el Geogebra y la modelación como base de la formación. La metodología utilizada se enmarca en el paradigma positivista, con un enfoque cuantitativo; fue una investigación de campo con apoyo documental; es decir, una investigación descriptiva, y en la modalidad de proyecto factible. La técnica que se utilizó para recolectar la información es la encuesta y el instrumento que se aplicó fue el cuestionario. La presente investigación es de gran importancia para la realidad a la que los estudiantes se van a enfrentar en su entorno laboral, les va a enseñar a interactuar con un objeto matemático y llevarlo a su contexto, siendo constructivos en su propio conocimiento. La propuesta didáctica se estructuró en 3 fases, cada una argumentada bajo los fundamentos teóricos mencionados anteriormente. A través de ella, se pretende que los estudiantes aborden las razones trigonométricas desarrollando habilidades en actividades propias de su campo laboral, como la triangulación de un terreno, así como la búsqueda de una aeronave a lo largo de una trayectoria.

Descriptores: Razones Trigonométricas, Geogebra y Modelación, Aeronáutica Civil

INTRODUCCIÓN.

Con el pasar de los tiempos, la educación se ha vuelto un punto de estudio clave para varios investigadores, y es que la necesidad de generar estrategias que ayuden al desarrollo cognitivo de los estudiantes es la base para una enseñanza sólida. El proceso de enseñanza aprendizaje, no es solo impartir un conocimiento y recibir una información, se trata de crear un ambiente educativo donde ambos (profesor- estudiante) sean protagonista de la sapiencia.

Así, la educación matemática no puede pasar desapercibida de lo antes expuesto, ya que por años se convirtió en una materia que genera temor y evasión por parte de la comunidad estudiantil. No se tratar de impartir un contenido, sino de propinar herramientas para el desarrollo del alumno dentro de una sociedad.

Cada grupo de estudiantes es diferente entre sí, la educación de años pasados no puede ser la misma en la actualidad, son necesidades y escenarios diferentes, el docente se debe mover entorno a su realidad actual.

Si se habla de educación en tiempos actuales, se refiere al entorno donde el estudiante se está desarrollando; es decir, el manejo de la tecnología. En este sentido, las TIC son herramientas útiles dentro del aula de clase, pues genera motivación en su proceso.

De lo antes expuesto, surge la necesidad del presente trabajo de investigación, enmarcado en una indagación de campo apoyada en la modalidad de un proyecto factible de tipo descriptivo. Su finalidad, fue crear estrategias didácticas para el desarrollo del contenido Razones Trigonométricas basado en la TIC y modelación, dirigido a los estudiantes SAR (Licenciados en Aeronáutica Civil mención Búsqueda y Salvamento) del Instituto Universitario de Aeronáutica Civil (IUAC).

La estructura del trabajo consta de seis capítulos, considerando los siguientes aspectos:

En el Capítulo I, se presenta el planteamiento del problema; es decir, la definición del contexto, presentando los objetivos de la investigación y la justificación de la misma.

El Capítulo II, se presenta el Marco referencia, el cual está dividido en los antecedentes de la investigación; es decir, trabajos que apoyan el tema expuesto, además se expone la fundamentación teórica.

En el Capítulo III, se expone la metodología que se aplicó para el desarrollo del trabajo de investigación. Esto incluye, paradigma de la investigación, enfoque de la investigación, tipo de investigación, nivel de la investigación, modalidad de la investigación, población, muestra, técnicas e instrumentos para la recolección de información, operacionalización de la variable, confiabilidad y validez del instrumento, análisis de la información y factibilidad técnica y operativa.

En el Capítulo IV, se presenta los resultados obtenidos a través de la aplicación del instrumento de recolección de datos que sustentan la propuesta.

El Capítulo V, muestra las conclusiones y recomendaciones partiendo de los resultados obtenidos en la aplicación del instrumento.

Partiendo de las conclusiones y recomendaciones, surge la necesidad del desarrollo de una estrategia didáctica; así se presenta el Capítulo VI, se expone la propuesta didáctica, la cual está comprendida de la siguiente manera: presentación, justificación, objetivos y estructura.

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA

Planteamiento del Problema.

La humanidad se ha basado en una evolución constante, generando innovaciones que ayuden a un desarrollo eficaz dentro de la sociedad. La matemática ha sido parte de esa evolución y es considerada una de las ciencias más importante. Su complejidad y belleza ha logrado cautivar la atención de muchos investigadores; su estudio va más allá de encontrar la solución de algún problema, sino de conseguir el significado original de ciertas situaciones comunes; por esta razón Galileo Galilei la calificó como *el alfabeto con el cual Dios ha escrito el universo*.

Es por ello que, la comprensión de esta ciencia la debemos hacer desde lo cotidiano y desde el contexto. No se trata de entender el domino de contenidos matemáticos de manera aislada y memorística, sino tener la capacidad de analizar el entorno y saber que todo fue realizado bajo las bases de esta rama. Es notable la importancia de la matemática en la sociedad, así lo afirma Gil, Guerrero y Blanco (2006):

> Aprender matemáticas se ha convertido en una necesidad para desenvolverse adecuadamente en la compleja sociedad actual, donde los avances tecnológicos y la creciente importancia de los medios de comunicación hacen necesaria la adaptación de las personas a las nuevas situaciones derivadas del cambio social. (p. 49)

Hoy en día se ha vuelto un reto enseñar matemática, ya que se ha convertido en una disciplina de poco agrado para los estudiantes, quienes la han catalogado de compleja e inservible, según lo afirma Caballero y Espínola (2016):

> En este rechazo influyen las características propias de las matemáticas como ser precisa; es decir, no ambigua, que es abstracta. Además del estereotipo transmitido con frecuencia por padres, amigos y familiares que comentan sus experiencias no gratas en esta área del conocimiento. (p. 149)

En la mayoría de los casos sucede que se ve la matemática desde una perspectiva algorítmica, pero no se mira lo que realmente ocurre cuando se desglosa cada procedimiento y se admira la realidad de una naturaleza que se desconocía. Este reto está causando dificultades en el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Según refiere Fernández (2013) “Las sociedades actuales están rodeadas de datos y conceptos cuantitativos, espaciales, temporales, probabilísticos, etc., por ello los estudiantes deben entender el rol que juegan las Matemáticas en la vida cotidiana para convertirse en ciudadanos reflexivos, críticos y en consumidores inteligentes” (p.8). De tal manera que para un mejor proceso de enseñanza aprendizaje de dicha disciplina, se debe partir de lo que ya se conoce, lo que los estudiantes dominan con el día a día, acoplar todos los contenidos en el entorno en el que ellos se desenvuelven.

Siguiendo el mismo orden de idea, y en opinión de la investigadora, en Venezuela ha sido un desafío lograr captar la atención de los alumnos; y es que se ha considerado a la matemática como una asignatura que se necesita para aprobar, y no como un todo que se puede descubrir analizando el ambiente que te rodea. Las dificultades en ésta ciencia siempre ha existido, la diferencia actualmente es la baja motivación que tienen los estudiantes, su falta de interés promueve el alto índice de deserción en las carreras que trabajen con dicha asignatura, así lo dogmatiza Ricoy y Couto (2018): “La desmotivación de los estudiantes en la materia de matemáticas es fruto de: la insuficiente dedicación del alumnado al estudio; las exigencias de la materia, que requiere un importante esfuerzo; lagunas de conocimientos que presenta el alumnado en la disciplina” (p. 73)

Es necesario que los profesores deban captar la atención de los alumnos, mediante estrategias que vinculen la realidad con el objeto matemático. Es por ello que, Guzmán (1984) propone que “la actividad matemática se debe centrar en unos contenidos adecuados; ¿Cuáles? El principio abstracto es claro: Aquellos contenidos que mejor estimulen el interés, la acción de los alumnos mismos a quienes se les proponen” (p. 93). Por tal motivo cada docente se debería enfocar en las necesidades de los estudiantes y enseñar más que un contenido, para qué se necesita el mismo, y cómo utilizarlo.

De esta manera la Educación Matemática juega un papel muy importante, pues ayuda a fomentar el proceso de enseñanza y aprendizaje, creando un lazo entre ella y otras ciencias; logrando así el estudio del conocimiento inmerso en la sociedad. De lo anterior Rodríguez (2016) afirma que:

> Reivindicar el valor de la matemática, en la vida del hombre y en la sociedad. No se puede poner en duda el valor pedagógico de la ciencia, desde Platón, Aristóteles, Hipias y los Pitagóricos. Se debe utilizar, en consecuencia, la Educación Matemática para fomentar el conocimiento de la persona y su capacitación para la vida útil y responsable frente a sí mismo y frente a la sociedad. (p. 121)

Esto lleva a pensar que, la Educación Matemática es el puente necesario entre el aprender y el comprender, un área útil para lograr formar matemáticamente a las personas frente a una sociedad cambiante.

De igual forma, el enseñar matemática es un proceso más amplio que el dominio de ciertos temas. Jiménez (2005) afirma que “si para ser profesor de Matemática se necesita saber Matemática, no es menos cierto que para ser profesor es necesario un conocimiento profesional que incluya aspectos diversos, desde el conocimiento didáctico al conocimiento del currículo y de los procesos de aprendizaje” (p. 168). En tal sentido, lo idóneo sería unificar criterios, que promuevan el desarrollo didáctico en el aula de clase, obteniendo así el aprendizaje necesario para su desenvolvimiento cotidiano. La matemática, vista así, necesita ser apreciada y transmitida por ojos creadores, capaces de unificar y consolidar aspectos cotidianos y desde la realidad; y enfocarlos en un aula de clase.

Una de las ramas más antiguas de la Matemática se remonta al siglo XVII, cuando se origina el estudio del Análisis Matemático de la mano de Madhava de Sangamagrama en el sur de Asia, desarrollando ideas fundamentales como la expansión de Serie infinitas, Series de Taylor y la Aproximación Racional.

El análisis matemático se encarga de estudiar conceptos relacionados con el conjunto de los números Reales, el conjunto de los números complejos y sus funciones, además se encarga del desarrollo de la continuidad, la derivación e integración de diversas formas.

Por ser parte de una disciplina, que por años es considerada de alta complejidad, existen escollos notables que manifiestan los estudiantes a la hora de la práctica, así lo afirma Contreras (2000) manifestando que las dificultades están “asociados a los fenómenos didácticos inherentes al estudio de las Matemáticas, que es necesario tipificar a partir de la modelización del conocimiento matemático y del proceso de enseñanza escolar” (p. 71). Es decir, todo radica en los procesos pedagógicos que se utiliza en el aula de clase. El análisis matemático constituye una importante formación dentro de la sociedad, así como la contribución de una formación sólida en Matemática.

La enseñanza del análisis matemático ha evolucionado con el transcurrir de los tiempos, parte del conocimiento de la antigüedad ha sido una apertura notable para comprender situaciones que nos rodean, creando senderos alternativos que pudiesen ser accesibles para la comprensión de los estudiantes.

Una de las áreas del Análisis Matemáticos que datan de mayor tiempo de aparición, es la *Trigonometría*. Esta palabra proviene del griego Trígonos (triángulo) y metría (medida), su origen se remonta a la observación del cielo y constituyó la base fundamental para los babilónicos y los egipcios en la construcción de las pirámides y efectuar medidas en la agricultura. Con el pasar de los tiempos la trigonometría tomó un enfoque en la astronomía, estudiando la posición de los cuerpos celestes mejorando así las rutas de navegación, además de ser el eje principal en la realización de calendarios.

Siguiendo el mismo orden de idea, hablar de trigonometría es hablar de Hiparco de Nicea, (astrónomo y matemático griego en los años 125 A.C), ya que el tema tiene sus orígenes en sus trabajos y contribuciones. De él se derivan temas como las razones trigonométricas, como parte del ámbito matemático; y su definición parte del estudio del triángulo rectángulo y el círculo trigonométrico, que a su vez conjuga geometría y álgebra. Su importancia se basa en los logros obtenidos a través de la historia, su utilidad va más allá de lo plasmado en una hoja de papel. Su desarrollo histórico le puede proporcionar a los docentes las herramientas necesarias para crear una didáctica que garantice su aprendizaje eficaz, así lo manifiesta Abonia y Miranda (2017), “Al involucrar la historia con actividades de aula, el estudiante puede ver reflejada la importancia de los diferentes procesos de construcción por los que ha pasado un objeto matemático” (p.19)

Las dificultades del objeto matemático (razones trigonométricas), viene dado por el escaso suministro de información de lo que significa dicho tema en nuestra vida diaria, en palabras de Abonia y Miranda (2017), “una de estas problemáticas en el estudio de las razones trigonométricas se refleja cuando se aplican patrones de enseñanza que necesitan de un proceso memorístico, rutinario y mecánico, sin ningún sentido ni utilidad” (p.13), es decir, no se le proporciona al alumno la utilidad de dicho tema en su entorno, logrando con esto que el aprendizaje no sea significativo, generando una enseñanza ineficaz y sin un real aprendizaje.

Así, los investigadores en educación matemática se han dado a la tarea de crear escenarios para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, esto basado en lo que conoce el estudiante y lo que maneja a diario, para tal efecto la tecnología sugiere una herramienta de gran relevancia para esta asignatura y en especial para el tema de estudio de las razones trigonométricas. Así lo sostienen Peña y Vargas (2015), quienes afirman que “mediante estas metodologías se busca que el estudiante deje de ser el receptor de un modelo tradicional sólo vigente, para que participe en el proceso educativo de forma activa, utilizando contenidos agradables y de fácil comprensión” (p.15).

Y es que la evolución de la enseñanza y aprendizaje del Análisis Matemático se ha centrado en crear didácticas que colaboren con el desempeño eficaz de la clase, y en la actualidad la tecnología ha predominado en la educación, convirtiéndose en una herramienta de mucha utilidad dentro de la matemática. Así lo señala Gamboa (2007), cuando considera que “el surgimiento de diferentes softwares para la enseñanza de las matemáticas y su incorporación en el salón de clases, exige que sea el propio profesor de matemáticas quien introduzca conceptos de las matemáticas apoyándose en el uso de la computadora” (p.15). Es así como, la tecnología no va a sustituir el conocimiento que debe adquirir un alumno a través del lápiz y papel, ni tampoco va a excluir al docente del aula de clase, pero si puede ser una vía accesible para el desarrollo de las actividades.

La importancia de esta herramienta pedagógica, colabora con un avance sustentado en los temas de arduo acceso para los estudiantes. En una investigación realizada por Suárez (2018), manifiesta que:

> Gracias al empleo de éstas se hace un mayor esfuerzo en promover el trabajo colaborativo, un aprendizaje sustentado en el proceso y no en el resultado y a la socialización del saber apoyado en las tecnologías digitales, y en especial, en el uso del internet. (p. 97)

Las herramientas tecnológicas se han vuelto una estrategia dogmática para el desarrollo de las actividades dentro y fuera del aula de clase. Uno de los instrumentos más utilizado en el ámbito matemático, es el software de geometría dinámica; dicho programa tiene como finalidad la interacción eficiente del estudiante con el contenido a trabajar, el alumno puede manipular a través de la virtualidad las figuras geométricas, así lo informa Hernández (2013):

> El uso apropiado de la tecnología juega un papel substancial en el enfoque de Resolución de problemas en contextos reales, ya que hace posible modelar situaciones y reorganizar las demandas cognitivas que plantea un problema, así como redefinir las estrategias que se pueden diseñar. (p.2)

Parte del software de geometría dinámica, tenemos el Geogebra como una de las herramientas más utilizadas dentro de las aulas de clases, por ser un programa de uso gratuito en donde los estudiantes utilizan la parte algebraica y gráfica de las funciones, visualizan de manera concreta el proceso de graficación. Genera un entorno de confianza y motivación entre el estudiante y el docente, manteniendo una actividad dinámica, dicha afirmación la sustenta Jiménez (2017) "GeoGebra contribuye a mejorar la actividad central de las matemáticas, la resolución de problemas, porque proporciona estrategias diferentes para plantear los enunciados, facilita la exploración dinámica de las situaciones y aporta ayudas diversas y nuevos métodos de resolución…" (p. 11)

Llevar a los estudiantes a una realidad matemática, logra modificar su visión y genera el cambio sistemático al cual están acostumbrados; es por ello que, la modelación en matemática se ha convertido en una estrategia didáctica que ayuda al proceso de enseñanza- aprendizaje. En palabras de Cervantes (2015) "La modelización matemática o modelaje matemático es el proceso racional de elaborar modelos matemáticos para expresar fenómenos reales" (p. 2).

Existe un proceso para la modelización matemática, que favorece su desarrollo, se comienza con el planteamiento del problema con el cual se va a trabajar, se selecciona los objetivos relevantes; es decir, se sistematiza el conflicto, se traduce dichos objetivos al lenguaje matemático, se escoge un método matemático para abordar la problemática, se interpreta los resultados y conclusiones para finalmente evaluar la validez del proceso. Las fases de la modelación matemática no son necesariamente sistemáticas; es decir, el orden lo va a determinar el docente dependiendo de las situaciones; así lo afirma Blomhoj (2004) "… un proceso de modelización siempre toma la forma de un proceso cíclico donde las reflexiones sobre el modelo y la intención de uso de éste, conduce a una redefinición del modelo" (p.23)

De lo anterior se desprende la necesidad de que los docentes de Matemática deban tener la capacidad de crear estrategias de enseñanza que contribuyan con el aprendizaje eficaz del estudiante en el tema de razones trigonométricas, y que estén sustentadas en las bondades que ofrece la tecnología digital, y procurando involucrar el concepto en lo cotidiano y con la realidad. Así lo manifiesta Roumieu (2014) "La modelación matemática es fundamental en la enseñanza. A nivel cognitivo, favorece el proceso de conceptualización del estudiante y se constituye en una herramienta para describir situaciones y fenómenos de la vida cotidiana" (p.4)

Dentro de este contexto, el Instituto Universitario de Aeronáutica Civil (IUAC), ubicado en la localidad del Castaño las Delicias, en la ciudad de Maracay, Edo. Aragua, en Venezuela; es un ente encargado de egresar a profesionales especialistas en la Aeronáutica Civil, específicamente Licenciados en Aeronáutica Civil mención Control de Tránsito Aéreo (CTA), Licenciados en Aeronáutica Civil mención Información y Comunicaciones Aeronáuticas (ICA), Licenciados en Aeronáutica Civil mención Electrónica para la Seguridad del Tránsito Aéreo (ETA) y Licenciados en Aeronáutica Civil mención Búsqueda y Salvamento (SAR). Cada mención es responsable de la seguridad aeronáutica, los CTA son responsables de suministrar información e impartir instrucciones que optimicen la seguridad en las operaciones aéreas, los ICA; están encargados de ordenar y transmitir información mediante las redes aeronáuticas, a fin de garantizar la seguridad en la navegación aérea, los ETA; están encargados de desarrollar planes para el mantenimiento preventivo de los sistemas de telecomunicaciones y los SAR; se encargan del desarrollo de estrategias para realizar operaciones de búsqueda y salvamento a la hora de un descenso de alguna aeronave, siendo este último el objeto de estudio del presente trabajo de investigación.

Los SAR, están en la capacidad intelectual de manejar los criterios básicos de matemática, así como el desarrollo de procedimientos abstractos que conlleven a la resolución de algún problema matemático en su entorno laboral. Es por ello que el proceso de enseñanza y aprendizaje debe tener un nivel de exigencia alto, por lo que implica su desempeño en los servicios de navegación aérea. Sus operaciones y terminología están establecidas en el manual IAMSAR (ver anexo G)

A lo largo de la carrera de los futuros Licenciados en Aeronáutica Civil mención Búsqueda y Salvamento, las razones trigonométricas están presentes en algunas etapas de su formación profesional. Considerando el pensum de su carrera y los programas vigentes, en el Cuadro 1, se pueden observar las unidades curriculares en donde las razones trigonométricas son de utilidad.

Cuadro 1
Razones trigonométricas, contenido presente en las unidades curriculares de los SAR en el IUAC.

TRAYECTO	TRAMO	ASIGNATURA
TRAYECTO INICIAL		Matemática Inicial
I	1	Matemática Básica
II	1	Cartografía
III	2	Procedimientos SAR I
IV	1	Procedimientos SAR II

Nota. Datos tomados del Pensum de estudio: Licenciados en Aeronáutica Civil mención Búsqueda y Salvamento, última actualización (2017). Instituto Universitario de Aeronáutica Civil (IUAC), Maracay Estado Aragua.

En este contexto, donde convergen campos científicos como la cartografía, la astronomía, las telecomunicaciones y las ciencias náutica; las razones trigonométricas son de gran importancia, así como en la representación de fenómenos periódicos y muchas otras aplicaciones. A pesar de que las razones trigonométricas son de interés en el desempeño de las actividades realizadas por los SAR, se ha evidenciado ciertas debilidades a la hora del desarrollo del contenido dentro del aula de clase, puesto que los estudiantes asumen el objetivo con el fin de aprobar una materia y no para la realidad a la que se van a enfrentar en su entorno laboral, causando un desajuste en el proceso de aprendizaje.

Tomando en consideración los años de experiencia docente de la investigadora en dicha institución, dictando las unidades curriculares de Matemática Inicial y Matemática Básica, se ha podido constatar un conjunto de dificultades, errores y debilidades en los estudiantes de estos cursos, que se presentan desde aspectos elementales como la identificación y reconocimiento de un triángulo rectángulo. Los estudiantes no determinan de manera analítica las características necesarias para que un triángulo sea rectángulo, sólo lo reconocen al ser representado en la pizarra o en una hoja. No logran establecer de manera correcta los lados de un triángulo rectángulo, dado su ángulo agudo.

Los estudiantes no establecen relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo, generando confusión a la hora de desarrollar un problema que involucre razones trigonométricas. La deficiente formación matemática recibida en el bachillerato, debido a la desactualización de los programas, genera dificultades en el proceso de enseñanza- aprendizaje, así lo manifiesta Campos (2016) "los programas educativos en Venezuela se encuentran desactualizados y desvinculados de la realidad social, cultural y política actual, lo que hace más difícil aún para los estudiantes aprender Matemática" (p. 131)

Es por ello que, surge la necesidad de crear una estrategia didáctica para la enseñanza de las razones trigonométricas para los estudiantes de SAR del IUAC-Maracay, que colabore de manera eficaz en la comprensión y desarrollo de dicho contenido, sustentadas en el uso de la tecnología digital y la aplicación a su contexto. Frente a lo antes planteado, surgen las siguientes interrogantes

¿Cuáles son los conocimientos sobre las razones trigonométricas y sus aplicaciones a la aeronáutica; y las habilidades tecnológicas que poseen los estudiantes para Licenciados en Aeronáutica Civil mención Búsqueda y Salvamento (SAR) formados en el Instituto Universitario de Aeronáutica Civil (IUAC-Maracay)?

¿Cómo articular el tema de razones trigonométricas y sus aplicaciones a la aeronáutica, junto a las tecnologías digitales y la educación matemática; en el diseño de una propuesta didáctica para el estudio de las Razones Trigonométricas dirigida a los Licenciados en Aeronáutica Civil mención Búsqueda y Salvamento

(SAR) formados en el Instituto Universitario de Aeronáutica Civil (IUAC-Maracay)?

¿Cuál será la factibilidad técnica y operativa para la implementación de una propuesta didáctica orientada al estudio de las Razones Trigonométricas y dirigida a los Licenciados en Aeronáutica Civil mención Búsqueda y Salvamento (SAR) formados en el Instituto Universitario de Aeronáutica Civil (IUAC-Maracay)?

¿Qué tipo de actividades de enseñanza se podría implementar en el diseño de una propuesta didáctica para el estudio de las Razones Trigonométricas, dirigida a los Licenciados en Aeronáutica Civil mención Búsqueda y Salvamento (SAR) formados en el Instituto Universitario de Aeronáutica Civil (IUAC-Maracay)?

Objetivos de la Investigación

Objetivo General.

Diseñar una propuesta didáctica basada en tecnología y modelación para el estudio de las Razones Trigonométricas, dirigida a los Licenciados en Aeronáutica Civil mención Búsqueda y Salvamento (SAR) formados en el Instituto Universitario de Aeronáutica Civil (IUAC-Maracay).

Objetivos Específicos.

1. Diagnosticar la necesidad de formación en el tema de Razones Trigonométricas, su aplicación a la aeronáutica, y las habilidades tecnológicas, de los estudiantes para Licenciados en Aeronáutica Civil mención Búsqueda y Salvamento (SAR) formados en el Instituto Universitario de Aeronáutica Civil (IUAC-Maracay).
2. Fundamentar teóricamente la integración del tema de razones trigonométricas y sus aplicaciones a la aeronáutica civil, junto a las tecnologías digitales y la educación matemática; para el diseño de una propuesta didáctica viable dirigida a los Licenciados en Aeronáutica Civil mención Búsqueda y Salvamento (SAR) formados en el Instituto Universitario de Aeronáutica Civil (IUAC-Maracay).
3. Determinar la factibilidad técnica y operativa de la construcción de una propuesta didáctica para el estudio de las Razones Trigonométricas dirigida a

los Licenciados en Aeronáutica Civil mención Búsqueda y Salvamento (SAR) formados en el Instituto Universitario de Aeronáutica Civil (IUAC-Maracay).

4. Elaborar un conjunto de actividades de enseñanza tendientes a la generación de una propuesta didáctica para el estudio de las Razones Trigonométricas dirigida a los Licenciados en Aeronáutica Civil mención Búsqueda y Salvamento (SAR) formados en el Instituto Universitario de Aeronáutica Civil (IUAC-Maracay).

Justificación de la Investigación.

La presente investigación tuvo como finalidad generar una estrategia didáctica que favorezca el desarrollo del contenido de las razones trigonométricas dentro de un aula de clase, basada en tecnología y modelación. La misma, va dirigida a los estudiantes de la especialidad de Búsqueda y Salvamento (SAR) del Instituto Universitario de Aeronáutica Civil (IUAC), dicha institución se caracteriza por egresar un personal profesional con la capacidad de mantener en óptimas condiciones las operaciones aéreas en los distintos aeropuertos del país. Por ser seguridad de estado, la exigencia académica es de alto nivel, por tal motivo es necesario buscar estrategias que ayuden al desarrollo de las actividades dentro del aula de clase. Particularmente los estudiantes SAR, deben llevar los conocimientos a la realidad, creando un ambiente educativo interactivo; es así como el presente trabajo de investigación les ayudará a través de una estrategia didáctica manejar la tecnología sin olvidar la realidad presente.

Los futuros Licenciados en Aeronáutica Civil mención Búsqueda y Salvamento (SAR), están en la capacidad de mantener la integridad física de aquellas personas que estén en peligro por algún accidente aéreo; es decir, los conocimientos que adquieran en su proceso dentro de la Institución, les permitirá salvar la vida de esos pasajeros. No se trata de solo practicar los primeros auxilios; sino de las estrategias que utilizan para el rescate. Es por ello, que el presente proyecto, les ayudará en la aplicación de las razones trigonométricas a su contexto, mediante el programa GeoGebra y la modelación.

La educación matemática con el pasar de los tiempos, ha estudiado estrategias que beneficien el proceso educativo dentro de un aula de clase. La idea es mejorar la interacción entre los estudiantes y los contenidos matemáticos, por tal motivo la actual investigación es de mucha utilidad para la enseñanza matemática en especial para el contenido de las razones trigonométricas, ya que pretende mejorar la visión que tienen los estudiantes por tal contenido, llevando la tecnología y la modelación al entorno de clase.

CAPÍTULO II

MARCO REFERENCIAL

Antecedentes de la investigación.

Toda investigación se basa en el estudio previo de otros reportes que ayuden a crear un terreno sólido y fértil para el desarrollo de dicha indagación. Para Carrasco (2009), los antecedentes de la investigación, son “la relación o el conjunto de todas conclusiones obtenida por otros investigadores, o por el mismo investigador en tiempos pasados respecto al problema que se investiga, o en trabajos de investigación muy similares o relacionados” (p.123). Es por ello que, a continuación, se presentan diferentes investigaciones que reúnen evidencias vinculadas con el trabajo que se pretende llevar a cabo.

Se consideró a Sánchez (2010), quien realizó un estudio que lleva por nombre *Estrategias didácticas para el aprendizaje de los contenidos de trigonometría empleando las TICS*, donde se estableció una propuesta, orientada a los docentes de educación media, con la finalidad de colaborar con el proceso de enseñanza aprendizaje de los estudiantes. De dicha investigación se concluyó que la poca estrategia didáctica aplicada por los docentes, el proceso de aprendizaje se ha vuelto pasivo, sin ningún aporte innovador al proceso, es por ello la importancia de las TICs como herramienta para el desarrollo de la Trigonometría en Educación Media. Su aporte a la presente investigación se basa en proponer algo innovador (Propuesta Didáctica) y de mucha utilidad para el estudio de las razones trigonométricas, generando así un desarrollo avanzado y de calidad en dicho tema, además de estar enfocado a una modalidad de estudio significativo; donde el estudiante sea capaz de generar un conocimiento basado en lo que él ya maneja (Tecnología).

Seguidamente, se tomó en consideración como antecedente de la investigación, el trabajo realizado por Jiménez, y Jiménez (2017) titulado *GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas.* De dicha investigación se concluyó, que el software Geogebra es una herramienta de mucha utilidad ya que proporciona actividades que generan pensamientos críticos que llevan a la reflexión. Su aporte a la presente investigación, se basa en el uso del software de geometría dinámica Geogebra como herramienta didáctica para la resolución de problemas matemáticos, basado en el manejo eficaz de la tecnología por parte de los estudiantes.

Siguiendo el mismo orden de idea, se consideró a Mendoza (2016), quien realizó una investigación titulada *Análisis didáctico de las razones y funciones Trigonométricas en la formación de futuros docentes de Matemática*, de dicha investigación se concluyó que los futuros docentes de matemática, contaban solo con los conocimientos básicos para la resolución de problemas que involucre razones trigonométricas, confundían la proporcionalidad con razones, sus conocimientos previos no estaban bien enfocado a la realidad universitaria. Su aporte a la presente investigación se basa, en brindar herramientas didácticas a los docentes, que colaboren con la estructura de los conocimientos previos para así contextualizar los nuevos conocimientos.

Seguidamente, se tomó como referencia la investigación realizada por Álvarez (2018), titulada *Las Razones Trigonométricas: Una propuesta didáctica para su comprensión, a partir de un análisis histórico epistemológico.* De dicha investigación se pudo concluir que, mediante la evaluación diagnóstica los estudiantes no poseían los conocimientos previos para la construcción del concepto de razones trigonométricas; lo que llevo a la aplicación de los referentes históricos como base para el diseño de la propuesta, generando un rendimiento adecuado y sólido para el proceso. Su aporte a la presente investigación, se centra en la construcción del conocimiento basado en la historia como experiencia de vida.

Siguiendo el mismo orden de ideas, se tomó como parte de los antecedentes al estudio realizado por Molina, Villa y Suárez (2018), que lleva por título *La modelación en el aula como un ambiente de experimentación con graficación y tecnología. Un estudio con funciones trigonométricas, colaborando así con el desarrollo de la clase dentro del aula*. De la investigación se concluyó que es posible proponer estrategias que fomenten el aprendizaje de los estudiantes, siendo así un reto para los docentes, ya que deben crear un ambiente dentro de las aulas de clases que genere conocimientos. Su aporte a la presente investigación se basa en la integración de la modelización como metodología de enseñanza en el contenido de las razones trigonométricas y así generar conocimientos que contribuyan al desarrollo dentro del entorno en donde se desenvuelvan los estudiantes, para afianzar lo cotidiano con su estudio.

Seguidamente, se consideró como antecedente de investigación al trabajo realizado por Molina y Villa (2013), titulado *La modelación en la producción de conocimiento matemático: el caso de la función seno, como una manera de desarrollar modelación matemática para el trabajo*. De dicha investigación se concluyó que los estudiantes pueden afianzar la percepción inicial y de ahí generar conocimientos nuevos que logren abordar otro objetivo. Su aporte al presente trabajo de investigación se centra en la utilidad de estrategias didácticas como la modelación para fortalecer de una manera efectiva el desenvolvimiento de los alumnos en situaciones que impliquen razones trigonométricas. De esta manera, los estudiantes están en la capacidad de generar su conocimiento partiendo de su entorno; fomentando la utilidad de un tema matemático en el desarrollo de su medio laboral.

Bases Teóricas.

La trigonometría es un contenido de mucha índole dentro de la realidad cultural, su estudio representa el desarrollo de una sociedad. Hablar de trigonometría es hablar del estudio de las razones trigonométricas como eje principal del proceso de enseñanza aprendizaje dentro del aula de clase.

Trigonometría

Origen de la Trigonometría

La palabra trigonometría proviene del griego Trígonos (triángulo) y metría (medida), su origen se remonta a la observación del cielo y constituyó la base fundamental para los babilónicos y los egipcios en la construcción de las pirámides y efectuar medidas en la agricultura. Con el pasar de los tiempos la trigonometría tomó un enfoque en la astronomía, estudiando la posición de los cuerpos celestes mejorando así las rutas de navegación, además de ser el eje principal en la realización de calendarios.

Hablar de trigonometría es hablar de Hiparco de Nicea, (astrónomo y matemático griego en los años 125 A.C), ya que el tema tiene sus orígenes en sus trabajos y contribuciones. De él se derivan temas como las razones trigonométricas, como parte del ámbito matemático; y su definición parte del estudio del triángulo rectángulo y el círculo trigonométrico, que a su vez conjuga geometría y álgebra

Definición de Trigonometría.

La trigonometría es el estudio de la relación entre los lados de un triángulo rectángulo y sus ángulos; así lo afirma Mendoza (2016) "… la trigonometría se refiere al estudio de las proporciones entre los lados y ángulos de un triángulo ya sea en el plano o una esfera" (p.26).

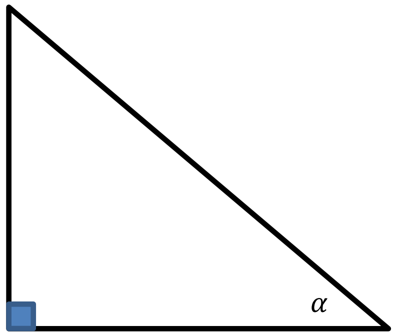


Gráfico 1. **Triángulo rectángulo**

Razones Trigonométricas

Razón.

En matemática, el concepto de razón ha sido estudiado desde la antigüedad, Tales de Mileto trabajó la noción de razón desde la parte geométrica para la semejanza de triángulos. Posteriormente Pitágoras introdujo un concepto, para luego ser desarrollada por Eudoxo y agregada en la obra de Euclides "Los Elementos". El concepto de razón en matemática, no es más que la relación entre dos magnitudes, así lo expresa Mateus (2013):

> Se entiende el concepto de razón como una cantidad que no expresa una magnitud sino la relación entre magnitudes; que permite identificar cuántas veces contiene una magnitud a otra magnitud del mismo tipo o, en otras palabras, como la relación geométrica entre dos magnitudes o medidas de la misma naturaleza. (p.46).

Existe confusión a la hora de diferenciar las razones y proporciones trigonométricas, la razón se considera como una correlación entre dos cantidades $\frac{a}{b}$ se lee "a es a b", el primer término *(a)* se conoce como antecedente y el segundo término *(b)* se llama consecuente, el valor numérico de la división de ambos términos se llama cociente, mientras que las proporciones trigonométricas, es la igualdad entre dos o más razones.

Origen de las Razones Trigonométricas.

Las razones trigonométricas tienen sus inicios en la antigüedad como base para el desarrollo de una sociedad, los egipcios y los babilonios la utilizaron para la medición de áreas y construcción de edificaciones, basado su estudio en un vestigio del Papiro de Ahmes o Papiro de Rhind, el cual es un material que se encuentra ubicado en Londres, posee 87 problemas matemáticos con su resolución, se cree que fue creado con fines pedagógicos.

Gráfico 2. **Papiro de Rhind.** Tomado de un material en línea, disponible en: **https://es.wikipedia.org/wiki/Papiro_de_Ahmes**

Los griegos basaron las razones trigonométricas en la astronomía; creando una triangulación para medir las estrellas, en la arquitectura; para el desarrollo de planos y en el transporte marítimo utilizando el astrolabio; el cual es un instrumento de medición, cuya finalidad consiste en calcular la altura de un astro, la hora y latitud del mismo.

Gráfico 3. **Astrolabio.** Tomado de un material en línea, disponible en: **https://es.wikipedia.org/wiki/Astrolabio**

Triángulo Rectángulo.

En geometría un triángulo es un polígono de tres lados, cada segmento tiene por extremo puntos del plano. Abonia y Miranda (2017) manifiestan que un triángulo es:

> Es un polígono de tres segmentos que determinan tres puntos del plano y su limitación. Cada punto dado pertenece a dos segmentos. Los puntos comunes a cada par de segmentos se denominan vértices del triángulo y los segmentos de recta determinados son los lados del triángulo. Dos lados contiguos forman uno de los ángulos interiores del triángulo. Un triángulo es una figura estrictamente convexa. (p.86)

Para el desarrollo de las razones trigonométricas se utilizó como base sólida el triángulo rectángulo y la semejanza de sus lados, teniendo en cuenta que un triángulo rectángulo es un polígono con características específicas, posee un ángulo recto; es decir, un ángulo cuya medida es de 90º, dos de sus lados llamados catetos y el tercer lado opuesto al ángulo recto llamado hipotenusa. Así lo manifiesta Abonia y Miranda (2017):

> De denomina triángulo es rectángulo al polígono de tres segmentos donde uno de sus ángulos mide noventa grados y por ende la medida de los otros dos ángulos son menores de noventa grados. El lado opuesto al ángulo recto de este polígono se llama hipotenusa y los otros dos lados son llamados catetos. (p.87)

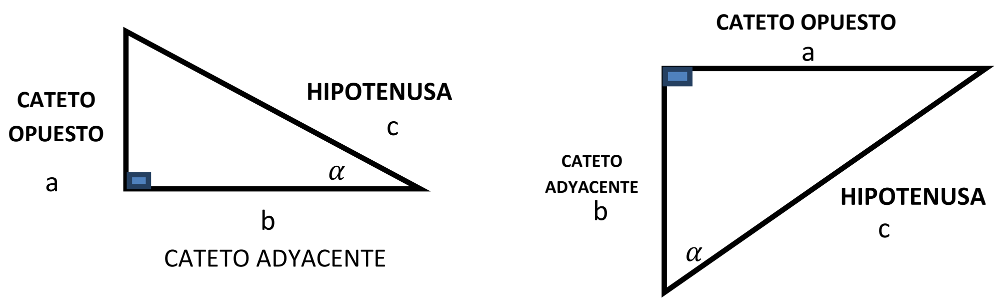


Gráfico 4. **Partes de un triángulo rectángulo**

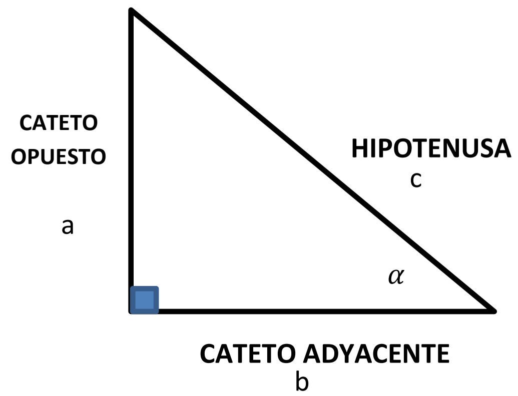
Teorema de Pitágoras.

El teorema de Pitágoras es un enunciado que ha sido estudiado desde la antigüedad, se pensaba que fue Pitágoras quien trabajó por primera vez con el enunciado, pero se pudo conocer que en la época mesopotámica ya se trabajaba con el teorema, así lo dice Leal, Mata y Muñoz (2018):

> El examen arqueológico realizado en el pasado siglo de las tablillas de arcilla encontradas en Mesopotamia, pertenecientes a las

> civilizaciones que se desarrollaron entre los ríos Tigris y Éufrates en el segundo milenio antes de J.C., ha revelado que los antiguos babilonios conocían aspectos del Teorema, más de mil años antes que el propio Pitágoras. (p.3)

Dicho enunciado manifiesta que el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma del cuadrado de los catetos, en otras palabras; Leal, Mata y Muñoz (2018) manifiestan que “En cualquier triangulo rectángulo, el área del cuadrado cuyo lado es la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados que tienen como lados cada uno de los catetos”. (p.5)



$$c^2 = a^2 + b^2$$

***Gráfico 5.* Teorema de Pitágoras**

A pesar de que los babilónicos fueron los primeros en trabajar el teorema de Pitágoras sin tener en cuenta lo que realmente estaban aplicando, el mérito propio se le debe a Pitágoras de Samos, ya que fue el primero en demostrar el enunciado. Pitágoras fue un filósofo matemático griego, creador de la escuela pitagórica; movimiento que dio lugar al descubrimiento de los números irracionales, así como a la aritmética como ciencia de los números. Fueron los primeros en desarrollar demostraciones, ejemplo de ello la suma de los ángulos internos de un triángulo, lograron clasificar los números en pares e impares, entre otras aportaciones.

Definición de las Razones Trigonométricas.

Sea β un ángulo agudo perteneciente a un triángulo rectángulo, entonces se cumple:

$$\sin\beta = \frac{Cateto\ Opuesto}{Hipotenusa} \qquad \cos\beta = \frac{Cateto\ Adyacente}{Hipotenusa} \qquad \tan\beta = \frac{Cateto\ Opuesto}{Cateto\ Adyacente}$$

$$\csc\beta = \frac{Hipotenusa}{Cateto\ Opuesto} \qquad \sec\beta = \frac{Hipotenusa}{Cateto\ Adyacente} \qquad \operatorname{ctg}\beta = \frac{Cateto\ Adyacente}{Cateto\ Opuesto}$$

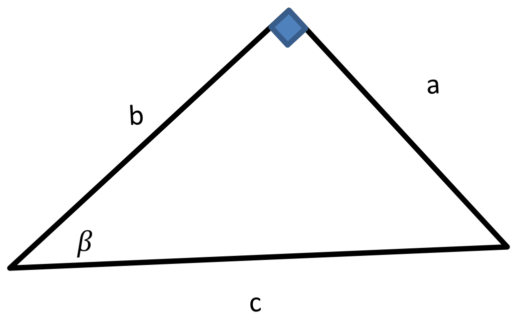


Gráfico 6. **Las razones trigonométricas, vistas a través de un triángulo rectángulo**

$$\sin\beta = \frac{a}{c} \qquad \cos\beta = \frac{b}{c} \qquad \tan\beta = \frac{a}{b}$$

$$\csc\beta = \frac{c}{a} \qquad \sec\beta = \frac{c}{b} \qquad \operatorname{ctg}\beta = \frac{b}{a}$$

Ángulos Notables.

Construcción del valor numérico del ángulo 0º

Sea $\alpha = 0°$ y P un punto del plano cuyas coordenadas son $P(a, 0)$; donde la distancia del origen es $d = |0 - a| = |-a| = a$, entonces:

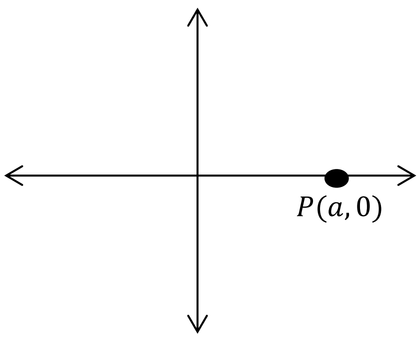


Gráfico 7. **Construcción del valor numérico del ángulo de 0º**

Aplicando el teorema de Pitágoras, tenemos que $c^2 = 0^2 + a^2$, de donde se despeja la hipotenusa y se obtiene que $c = a$. De lo anterior surge las siguientes razones

$$\sin 0° = \frac{0}{a} = 0 \qquad \cos 0° = \frac{a}{a} = 1 \qquad \tan 0° = \frac{0}{a} = 0$$

$$\csc 0° = \frac{a}{0} =\to \infty \qquad \sec 0° = \frac{a}{a} = 1 \qquad \cot 0° = \frac{a}{0} =\to \infty$$

Construcción del valor numérico del ángulo 360º

Sea $\alpha = 360°$ y P un punto del plano cuyas coordenadas son $P(a, 0)$; donde la distancia del origen es $d = |0 - a| = |-a| = a$, entonces

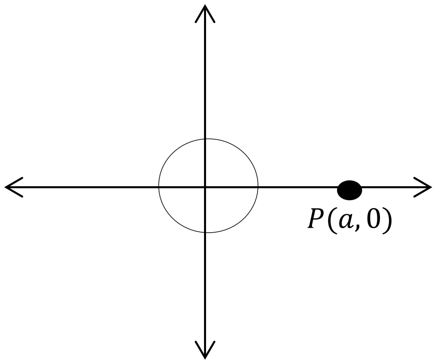


Gráfico 8. **Construcción del valor numérico del ángulo de 360°**

Aplicando el teorema de Pitágoras, tenemos que $c^2 = 0^2 + a^2$, de donde se despeja la hipotenusa y se obtiene que $c = a$. De lo anterior surge las siguientes razones:

$$\sin 360° = \frac{0}{a} = 0 \qquad \cos 360° = \frac{a}{a} = 1 \qquad \tan 360° = \frac{0}{a} = 0$$

$$\csc 360° = \frac{a}{0} =\to \infty \qquad \sec 360° = \frac{a}{a} = 1 \qquad \cot 360° = \frac{a}{0} =\to \infty$$

Construcción del valor numérico del ángulo 90º

Sea $\alpha = 90°$ y P un punto del plano cuyas coordenadas son $P(0, b)$; donde la distancia del origen es $d = |0 - b| = |-b| = b$, entonces:

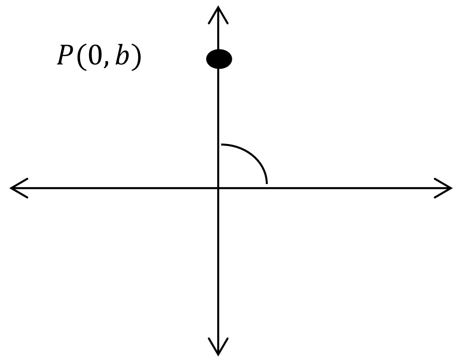


Gráfico 9. **Construcción del valor numérico del ángulo de 90°**

Aplicando el teorema de Pitágoras, tenemos que $c^2 = b^2 + 0^2$, de donde se despeja la hipotenusa y se obtiene que $c = b$. De lo anterior surge las siguientes razones

Construcción del valor numérico del ángulo 180º

$\sin 90° = \frac{b}{b} = 1$ $\cos 90° = \frac{0}{b} = 0$ $\tan 90° = \frac{b}{0} =\rightarrow \infty$

$\csc 90° = \frac{b}{b} = 1$ $\sec 90° = \frac{b}{0} =\rightarrow \infty$ $\cot 90° = \frac{0}{b} = 0$

Sea $\alpha = 180°$ y P un punto del plano cuyas coordenadas son $P(-a, 0)$; donde la distancia del origen es $d = |0 - (-a)| = |a| = a$, entonces

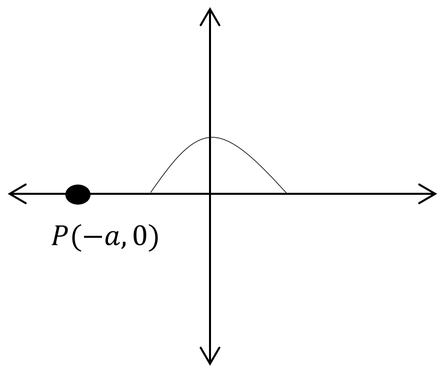


Gráfico 10. **Construcción del valor numérico del ángulo de 180°**

Aplicando el teorema de Pitágoras, tenemos que $c^2 = 0^2 + (-a)^2$, de donde se despeja la hipotenusa y se obtiene que $c = a$. De lo anterior surge las siguientes razones

$\sin 180° = \frac{0}{a} = 0$ $\quad\cos 180° = \frac{-a}{a} = -1$ $\quad\tan 180° = \frac{0}{-a} = 0$

$\csc 180° = \frac{a}{0} = \to \infty$ $\quad\sec 180° = \frac{a}{-a} = -1$ $\quad\cot 180° = \frac{-a}{0} = \to \infty$

Construcción del valor numérico del ángulo 270º

Sea $\alpha = 270°$ y P un punto del plano cuyas coordenadas son $P(0, -b)$; donde la distancia del origen es $d = a$, entonces

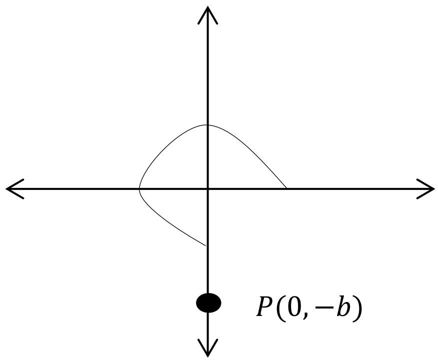


***Gráfico 11.* Construcción del valor numérico del ángulo de 270°**

Aplicando el teorema de Pitágoras, tenemos que $c^2 = (-b)^2 + 0^2$, de donde se despeja la hipotenusa y se obtiene que $c = b$. De lo anterior surge las siguientes razones:

$\sin 270° = \frac{-b}{b} = -1$ $\quad\cos 270° = \frac{0}{b} = 0$ $\quad\tan 270° = \frac{-b}{0} = \to \infty$

$\csc 270° = \frac{b}{-b} = -1$ $\quad\sec 270° = \frac{b}{0} = \to \infty$ $\quad\cot 270° = \frac{0}{-b} = 0$

Construcción del valor numérico del ángulo 30 y 60º

Sea el ΔABC, cuyos lados tienen una longitud de 2cm, entonces:

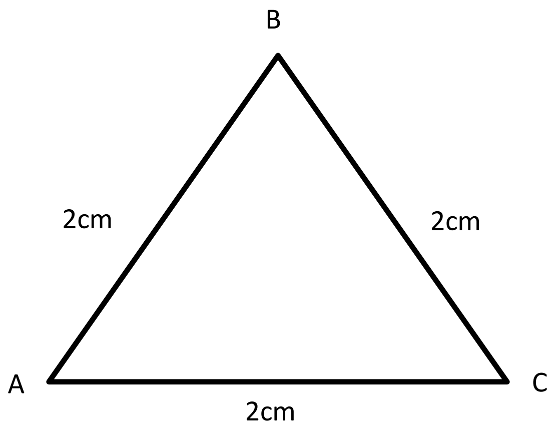


Gráfico 12. **Triángulo equilátero**

Por ser un triángulo equilátero entonces se cumple que sus ángulos internos tienen igual medida; es decir, $\angle BAC = 60°$; $\angle ABC = 60°\ y\ el\ \angle BCA = 60°$.

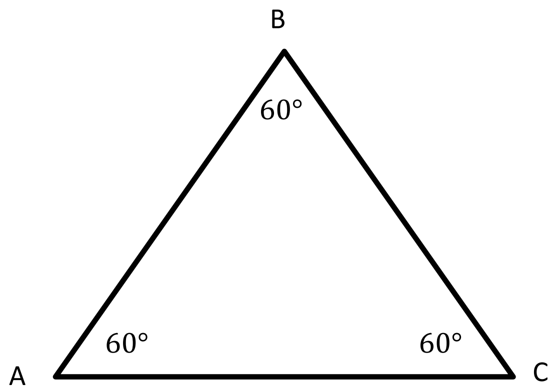


Gráfico 13. **Ángulos internos de un triángulo equilátero**

Se traza un segmento $\overline{BD}$ perpendicular al segmento $\overline{AC}$, y que además es mediatriz del segmento $\overline{AC}$. El segmento $\overline{BD}$ biseca el $\angle ABC$, entonces se tiene:

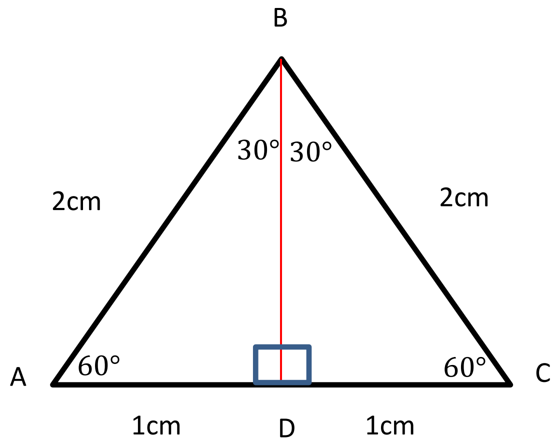


Gráfico 14. **Trazado de mediatriz de un triángulo equilátero**

Calculando el valor del segmento BD

$$c^2 = a^2 + b^2 \longrightarrow b^2 = c^2 - a^2 \longrightarrow b = \sqrt{3}$$

Calculando Seno, Coseno, Tangente, Cosecante, Secante y Cotangente para

$$\boldsymbol{\beta = 30° \ y \ \beta = 60°}$$

$$\sin 30° = \frac{1}{2} \qquad \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\csc 30° = \frac{2}{1} = 2 \qquad \sec 30° = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \qquad \operatorname{ctg} 30° = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

$$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \cos 60° = \frac{1}{2} \qquad \tan 60° = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

$$\csc 60° = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \qquad \sec 60° = \frac{2}{1} = 2 \qquad \operatorname{ctg} 60° = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Construcción del valor numérico del ángulo 45º

Se traza un cuadrado de longitud igual a 1cm y cuyos ángulos internos es igual a 90º

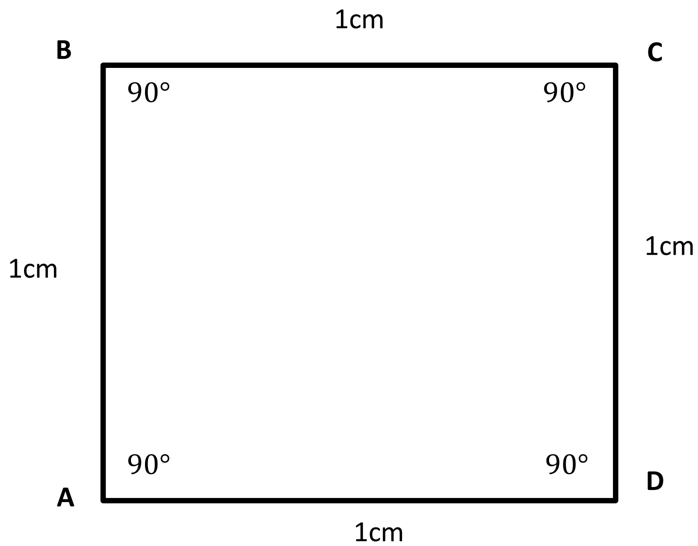


Gráfico 15. **Trazado de un cuadrado de lado 1cm**

Se traza una diagonal, entonces se tiene que:

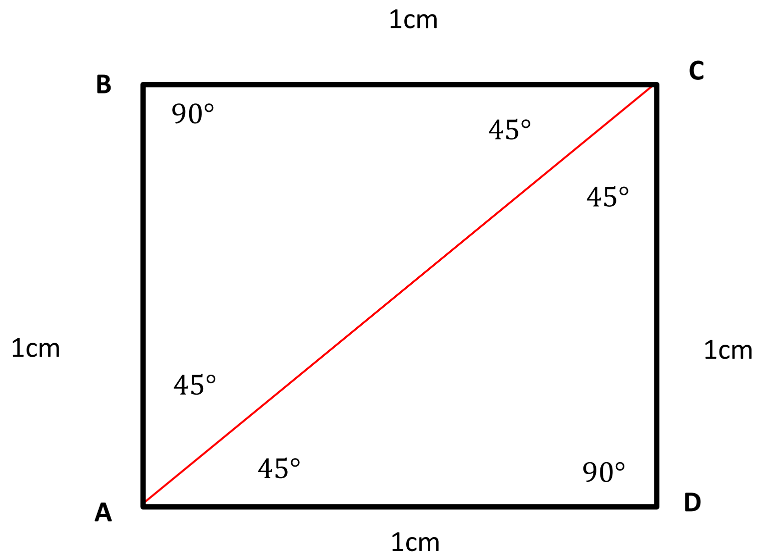


Gráfico 16. **Trazado de la diagonal de un cuadrado**

Cuadro 2
Ángulos Notables

RAZÓN	**0°**	**30°**	**45°**	**60°**	**90°**	**180°**	**270°**	**360°**
sin β	0	½	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1	0	-1	0
cos β	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	½	0	-1	0	1
tan β	0	$1/\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0	∞	0
csc β	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	1	∞	-1	∞
sec β	1	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	2	∞	-1	∞	1
cot β	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	∞	0	∞

Se calcula el valor de la diagonal utilizando el Teorema de Pitágoras, entonces se tiene que:

$$c^2 = a^2 + b^2 \longrightarrow c^2 = 1^2 + 1^2 \longrightarrow c = \sqrt{2}$$

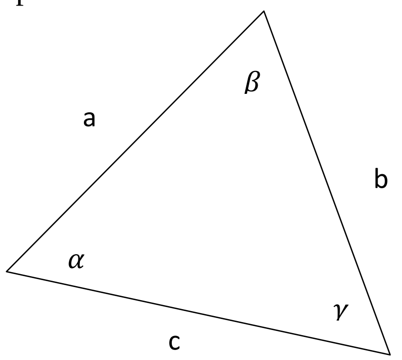
Finalmente se tiene que:

$$\sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad \cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad \tan 45° = \frac{1}{1} = 1$$

$$\csc 45° = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2} \qquad \sec 45° = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2} \qquad \operatorname{ctg} 45° = \frac{1}{1} = 1$$

Teorema del Seno.

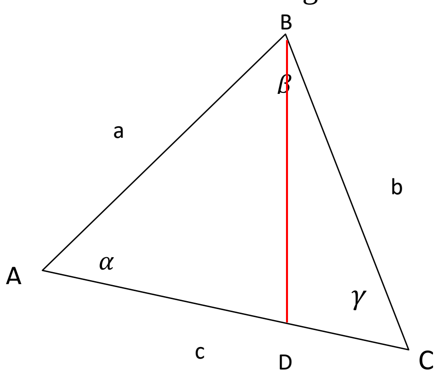
Se cumple que, para todo triángulo, el seno de los ángulos es proporcional a los lados opuestos de dichos ángulos. En otras palabras, Mendoza (2016) expresa que "… el seno de los ángulos y la medida de los dos lados respectivamente opuestos a dichos ángulos son directamente proporcionales". (p. 209). La ley del seno es utilizada para solucionar problemas con triángulos, en donde se conoce el valor de dos de sus ángulos y el lado opuesto a alguno de ellos. Además, puede ser aplicado en la aeronáutica a la hora de calcular el grado de inclinación de un avión con respecto al horizonte.



$$\frac{a}{\sin\gamma} = \frac{b}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin\beta}$$

Gráfico 17. **Teorema del Seno, demostración parte 1**

Demostración: Dado el siguiente triángulo de vértice A, B y C:



Se traza un segmento desde el vértice B

$$\sin\alpha = \frac{\overline{BD}}{a} \longrightarrow \overline{BD} = a\sin\alpha$$

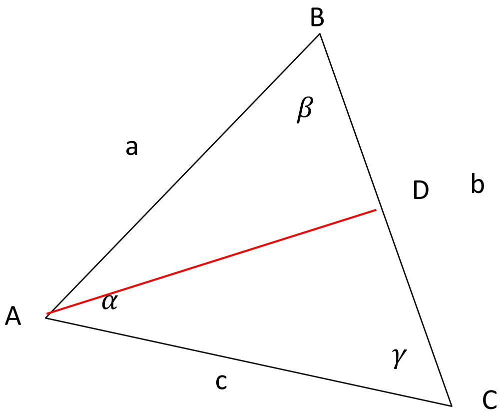
$$\sin\gamma = \frac{\overline{BD}}{b} \longrightarrow \overline{BD} = b\sin\gamma$$

Igualando el segmento BD, se tiene

$$a\sin\alpha = b\sin\gamma \longrightarrow \frac{a}{\sin\gamma} = \frac{b}{\sin\alpha}$$

Gráfico 18. **Teorema del Seno, demostración parte 2**

Análogamente se traza un segmento desde el vértice A



$$\sin\beta = \frac{\overline{AD}}{a} \longrightarrow \overline{AD} = a\sin\beta$$

$$\sin\gamma = \frac{\overline{AD}}{c} \longrightarrow \overline{AD} = c\sin\gamma$$

Igualando el segmento AD, se tiene

$$a\sin\beta = c\sin\gamma \longrightarrow \frac{a}{\sin\gamma} = \frac{c}{\sin\beta}$$

$$\therefore \frac{a}{\sin\gamma} = \frac{b}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin\beta}$$

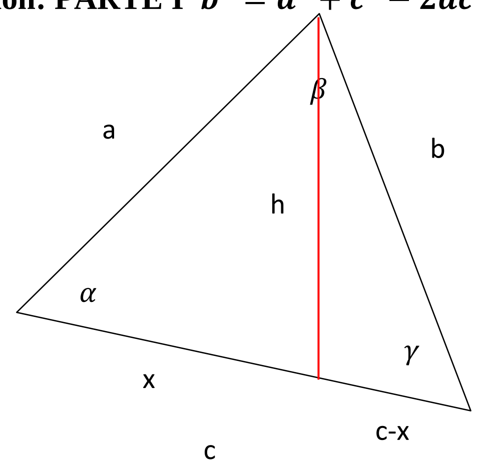
Gráfico 19. **Teorema del Seno, demostración parte 3**

Teorema del Coseno.

El teorema del coseno nos indica que, el cuadrado de cada lado de un triángulo será igual a la suma del cuadrado de los otros dos lados menos dos veces el producto de ambos lados por el coseno del ángulo que ellos formen, en otras palabras, Abonia y Miranda (2017) expresan que:

> El teorema del coseno define que en un triángulo el cuadrado de cada lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos menos el doble producto del producto de ambos por el coseno del ángulo que forman. Si se tiene el triángulo $\Delta\ ABC$ donde a, b y c son las longitudes de los respectivos ángulos A, $B\ y\ C$ entonces: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ (p. 90)

Demostración: PARTE I $\boldsymbol{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\alpha}$



Se traza un segmento

Gráfico 20. **Teorema del Coseno, demostración parte 1**

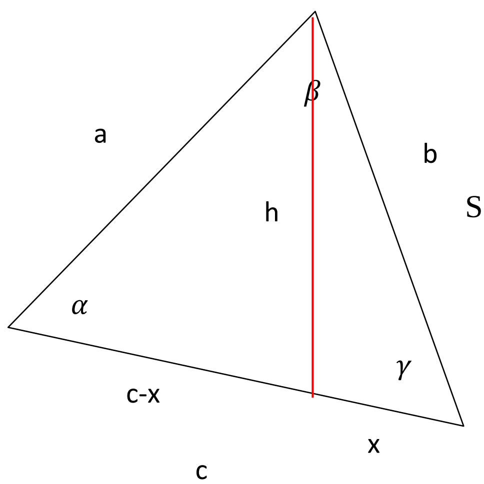
Cuadro 3
Demostración del teorema del coseno, parte 1

Procedimiento	Justificación
$a^2 = x^2 + h^2$	Teorema de Pitágoras
$a^2 = x^2 + [b^2 - (c - x)^2]$	Sustituyendo h
$a^2 = x^2 + [b^2 - (c^2 - 2cx + x^2)]$	Producto notable
$a^2 = x^2 + b^2 - c^2 + 2cx - x^2$	Distributiva
$a^2 = b^2 - c^2 + 2cx$	Operación en R
$a^2 = b^2 - c^2 + 2c(a\cos\alpha)$	Sustituyendo x
$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\alpha$	Despejando b^2

Calculando x tenemos:

$$\cos\alpha = \frac{x}{a} \longrightarrow x = a\cos\alpha$$

Demostración: PARTE II $\boldsymbol{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\gamma}$



Se traza un segmento h

Gráfico 21. **Teorema del Coseno, demostración parte 2**

Cuadro 4
Demostración del teorema del coseno, parte 2

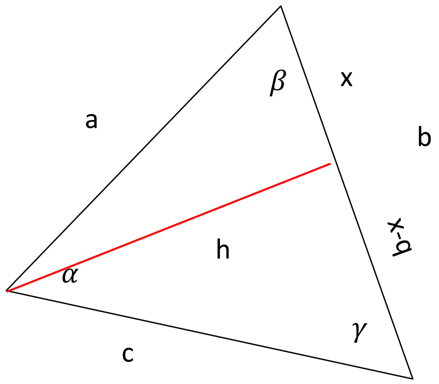
Procedimiento	Justificación
$b^2 = h^2 + x^2$	Teorema de Pitágoras

$b^2 = [a^2 - (c - x)^2]x^2$	Sustituyendo h
$b^2 = [a^2 - (c^2 - 2cx + x^2)] + x^2$	Producto notable
$b^2 = a^2 - c^2 + 2cx - x^2 + x^2$	Distributiva
$b^2 = a^2 - c^2 + 2cx$	Operación en R
$b^2 = a^2 - c^2 + 2c(b\cos\gamma)$	Sustituyendo x
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\gamma$	Despejando a^2

Calculando x tenemos:

$$\cos\gamma = \frac{x}{b} \quad \longrightarrow \quad x = b\cos\gamma$$

Demostración: PARTE III $\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\beta}$



Se traza un segmento h

Gráfico 22. **Teorema del Coseno, demostración parte 3**

Cuadro 5
Demostración del teorema del coseno, parte 3

Procedimiento	**Justificación**
$a^2 = h^2 + x^2$	Teorema de Pitágoras
$a^2 = [c^2 - (b - x)^2]{+}x^2$	Sustituyendo h
$a^2 = [c^2 - (b^2 - 2bx + x^2)] + x^2$	Producto notable
$a^2 = c^2 - b^2 + 2bx - x^2 + x^2$	Distributiva
$a^2 = c^2 - b^2 + 2bx$	Operación en R

$a^2 = c^2 - b^2 + 2b(a\cos\beta)$	Sustituyendo x
$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\beta$	Despejando c^2

Calculando x tenemos:

$$\cos\beta = \frac{x}{a} \longrightarrow x = a\cos\beta$$

Didáctica Matemática.

La educación en tiempos actuales, ha necesitado de una serie de recursos didácticos, que ayude a llevar el conocimiento de una forma efectiva y cónsona con lo que los estudiantes manejan, así lo afirma Rico (2000) “La Didáctica de la Matemática tiene como objeto delimitar y estudiar los problemas que surgen durante los procesos de organización, comunicación, transmisión, construcción y valoración del conocimiento matemático” (p.4). La didáctica de la matemática, nos muestra un camino alternativo que conlleva a un proceso de enseñanza aprendizaje efectivo y dinámico.

TIC en Matemática: El impacto de Geogebra

El mundo ha evolucionado de tal manera, que lo impensable se ha vuelto realidad. La tecnología se ha convertido en un modelo de estudio, que colabora con un proceso que por mucho tiempo ha sido estudiado (educación), así lo afirma Suárez (2018) “Gracias a las TIC, específicamente las derivadas de la Web Social, se han ido gestando en el campo de la educación nuevos modelos de enseñanza y aprendizaje que implican novedosos e innovadores esquemas y prácticas educativas” (p.98). La matemática, no puede pasar desapercibida la tecnología como estrategia didáctica, ya que se estaría involucrando lo que los estudiantes manejan de manera efectiva, para proporcionar conocimientos.

Dentro de las herramientas tecnológicas utilizadas como estrategia didáctica, se tiene el Geogebra; el cual es un software de geometría dinámica de tipo gratuito creado como un trabajo de Maestría presentado en el 2002 por Markus Hohenwarter en la Universidad de Salzburgo Austria, dicha herramienta es de mucha utilidad la comunidad estudiantil. El uso del geogebra, permite una interacción directa con los estudiantes y así generar un conocimiento experimental plenamente concreto, así lo menciona Debárbora (2012):

> …es un software educativo de tipo heurístico en el que predomina el aprendizaje experimental y por descubrimiento, ya que, permite modificar datos, mostrar las variantes, comparar y confrontar resultados. Las líneas de comandos facilitan la incorporación de los objetos que puede ser gráficos o algebraicos y la traducción de unos a otros se presenta en ventanas que se pueden visualizar simultáneamente. (p.19)

Por ser un recurso innovador para la educación matemática, una de sus principales bondades, recae en ser un software libre; es decir, posee un código libre que permite acceso de forma gratuita. Además, posee una plataforma amplia que soporta Apple macOS: 10.6 en adelante, Linux: compatible con Debian, Ubuntu, Red Hat y OpenSUSE, Android: dependiendo del dispositivo, Apple iOS: 6.0 o posteriores. Es un programa continuo, lo que permite que la utilidad tenga mayor libertad y consistencia, pues las construcciones van a depender de parámetros creados por el programador.

Geogebra, está estructurado para niveles educativos, un primer nivel enfocado en la construcción de figuras geométricas de forma escrita y gráfica, como triángulos, cuadriláteros, circunferencias; además posee la capacidad para el análisis de longitud, perímetro y área. Y un nivel medio, dotado de interpretaciones gráficas, análisis de teoremas, análisis de funciones y cálculo. Tiene la capacidad de realizar construcciones gráficas en el plano cartesiano, plano isométrico, plano polar y en el espacio.

Las nociones básicas del programa, esta desglosada de la siguiente manera: posee una vista algebraica y una vista gráfica; la primera, destinada a la visualización de los puntos o ecuaciones y todo lo que se agregue en la vista gráfica, la segunda permite el dibujo o graficación de una función, además tiene la posibilidad de modificar la cuadrícula y los ejes coordenados.

Dentro de las herramientas que ofrece Geogebra se tiene, el trazado de rectas paralelas y rectas perpendiculares, gráfico de segmentos entre dos puntos, punto medio de un segmento y de una circunferencia, construcción de polígonos, arcos, semi arcos, entre otros.

El uso del geogebra dentro del aula de clase facilita el proceso de abstracción, generando una educación autónoma que permite al estudiante promover su educación desde la realidad, puesto que involucra la interacción con su entorno. Por tal motivo, su utilidad se enfoca en modelizar conocimientos, generando autonomía y control en el proceso de aprendizaje. Así lo informa Rodríguez (2017) "…es importante reconocer el fortalecimiento que genera en los ámbitos creativos y autónomos, puesto que él mismo debe buscar las herramientas que ofrece el programa para solucionar las construcciones que se realizan…" (p. 16)

Modelación Matemática.

Relacionar la matemática con el entorno cotidiano, colabora de una manera efectiva el proceso de aprendizaje de los estudiantes, generando seguridad en su desarrollo; así lo expresa Roumieu S, (2014) "La modelación matemática es fundamental en la enseñanza. A nivel cognitivo, favorece el proceso de conceptualización del estudiante y se constituye en una herramienta para describir situaciones y fenómenos de la vida cotidiana" (p.4). Conceptualizar términos matemáticos, orienta a los estudiantes y proporciona una estrategia didáctica a los docentes, esto con el fin de generar un desarrollo eficaz en el tema a desarrollar.

La modelación matemática no sólo colabora con el progreso de una clase, sino que motiva a los estudiantes a crear conceptos matemáticos a partir de su experiencia, así lo afirma Córdoba, F. (2011) "… las actividades de modelación pueden motivar el proceso de aprendizaje, crear raíces cognitivas sólidas para la construcción de conceptos matemáticos de parte del alumno…" (p. 24). Generar un conocimiento partiendo de lo ya conocido vuelve al estudiante protagonista en su proceso de aprendizaje, volviendo la noción tangible.

Entre los diversos enfoques teóricos para el desarrollo de la modelación matemática como proceso de enseñanza aprendizaje dentro del aula de clase, el propuesto por el autor Blomhoj (2004) menciona que, la modelización consta de etapas que generan estrategias didácticas:

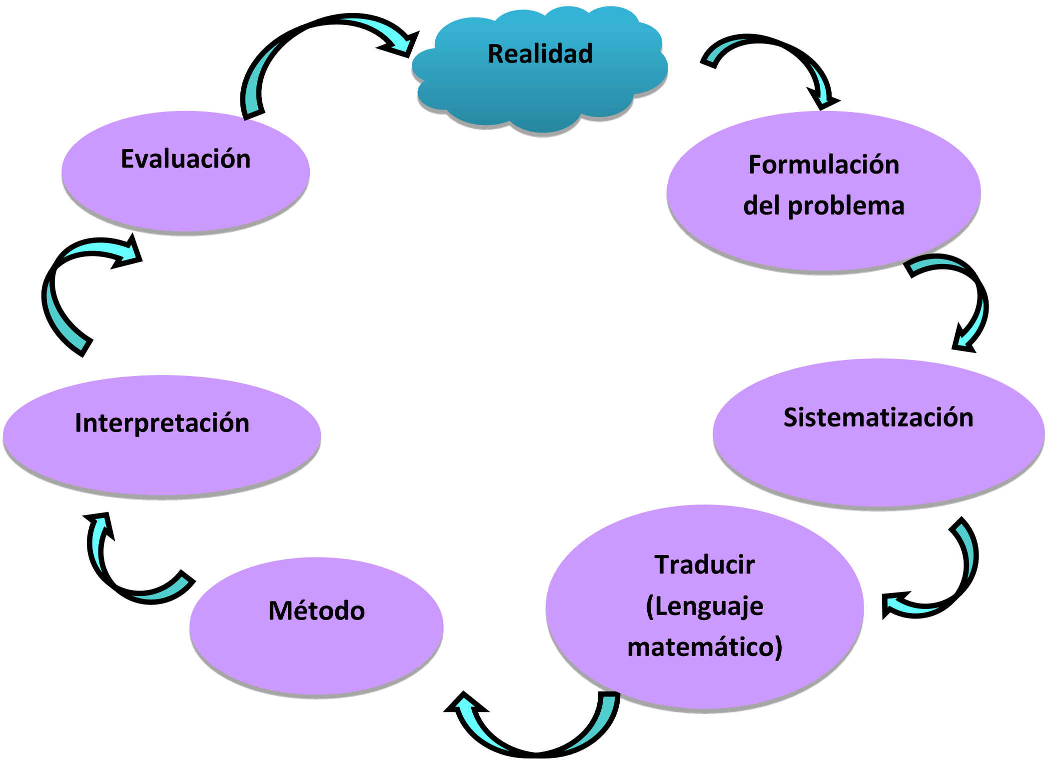


Gráfico 23. **Modelo gráfico de un proceso de modelización ajustado del autor Blomhoj (2004)**

- **Fase 1 Planteamiento del problema**: en dicha fase se pretende identificar y reconocer variables de estudios, generando así la situación problema que se desea modelar, tomando en consideración conceptos previos que colabore con el abordaje inicial de la situación.
- **Fase 2 Sistematización:** en esta fase se organiza los criterios y relaciones relevantes de la investigación; logrando así, un abordaje completo de cada una de las variables que se desea modelar.
- **Fase 3 Traducción:** en dicha fase, la sistematización de los criterios notables se traduce al lenguaje matemático.
- **Fase 4 Método:** la traducción al lenguaje matemático, genera métodos con una secuencia didáctica para la posible solución del problema y su respectiva conclusión.
- **Fase 5 Interpretación de los resultados:** en esta etapa, se dilucida los resultados y conclusiones, basado en las variables de estudio consideradas en la primera etapa.

- **Fase 6 Evaluación de la validez:** de acuerdo a la experiencia del investigador, en la presente fase se evalúa la validez del proceso de modelización, basado en la observación o por conocimiento teóricos.

El proceso de modelación matemática, no se debe entender como una lista que se debe cumplir paso a paso, sino como una estrategia que se va a modificar a medida que se vayan generando situaciones que lo permita. Cada subproceso conduce a nuevos entornos de trabajos, así lo afirma Blomhoj (2004):

> … un proceso de modelización siempre toma la forma de un proceso cíclico donde las reflexiones sobre el modelo y la intención de uso de éste, conduce a una redefinición del modelo. De hecho, cada uno de los seis sub- procesos puede introducir cambios en el proceso previo. (p.23).

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO.

Paradigma de la Investigación.

La presente investigación que tiene por título *Propuesta didáctica para la enseñanza de razones y proporciones trigonométricas, basada en las TIC y en la modelación*, trabajó con un paradigma positivista, puesto que se sustentó con el estudio cuantitativo de la información recopilada; mediante el apoyo de la estadística.

Así lo expresa Ballina (2004) "Desde que se concibió la estadística como una manera de cuantificarlo todo a través de muestras, se encontró la metodología más idónea y coherente para el paradigma positivista, para poder explicar, controlar y predecir" (p.3). De esta manera podemos garantizar el objetivo principal de una investigación; dar respuesta a una problemática existente mediante argumentos plenamente confiables.

Enfoque de la Investigación.

La presente investigación trabajó con un paradigma positivista, tiene un enfoque cuantitativo, el cual garantiza de manera sistemática una posible solución a un determinado problema, así lo afirma Ramos (2015):

> La investigación de tipo cuantitativo utiliza la recopilación de información para poner a prueba o comprobar las hipótesis mediante el uso de estrategias estadísticas basadas en la medición numérica, lo cual permitiría al investigador proponer patrones de comportamiento y probar los diversos fundamentos teóricos que explicarían dichos patrones. (p.12)

De tal manera, se recurrió a la sistematización de la información en tablas estadísticas, técnicas de conteo de frecuencia y al análisis de gráficos.

Tipo de Investigación.

Se trató de una investigación de Campo con apoyo documental. Se encuentra enmarcada en un tipo de investigación denominada de campo, la cual tiene por objeto el estudio desde el entorno donde se desarrolla la problemática, así lo indica el manual de trabajos de grado de especialización y maestría y tesis doctorales (2012)

> Se entiende por Investigación de Campo, el análisis sistemático de problemas en la realidad, con el propósito bien sea de describirlos, interpretarlos, entender su naturaleza y factores constituyentes, explicar sus causas y efectos, o predecir su ocurrencia, haciendo uso de métodos característicos de cualquiera de los paradigmas o enfoques de investigación conocidos o en desarrollo. Los datos de interés son recogidos en forma directa de la realidad; en este sentido se trata de investigaciones a partir de datos originales o primarios. (p. 18).

Nivel de la investigación.

Investigación descriptiva.

Por ser una indagación de campo, se desarrolló dentro de un carácter de investigación descriptiva, ya que se buscó describir una situación problemática mediante argumentos notables, así lo expresa Hernández, Fernández y Baptista (1997):

> Miden y evalúan diversos aspectos, dimensiones o componentes del fenómeno o fenómenos a investigar. Desde el punto de vista científico, describir es medir. Esto es, en un estudio descriptivo se selecciona una serie de cuestiones y se mide cada una de ellas independientemente, para así y valga la redundancia describir lo que se investiga. (p.71)

Modalidad de la investigación.

Proyecto factible.

Es necesario tener en cuenta que existe una relación entre el paradigma, el enfoque y el tipo de investigación, por ende, se considera un proyecto factible, ya que como lo menciona el manual de trabajos de grado de especialización y maestría y tesis doctorales (2012):

> El proyecto factible consiste en la investigación, elaboración y desarrollo de una propuesta de un modelo operativo viable para solucionar problemas, requerimientos o necesidades de organizaciones o grupos sociales; puede referirse a la formulación políticas, programas, tecnologías, métodos o procesos. El proyecto debe tener apoyo en una investigación de tipo documental, de campo o un diseño que incluya ambas modalidades. (p.21)

De ésta manera se puede garantizar que la presente investigación es un proyecto factible, ya que consiste en la creación de una propuesta didáctica basada en tecnología y modelación para la enseñanza de las razones trigonométricas cumpliendo con las etapas de factibilidad; es decir, se realizará un diagnóstico, se planteará y se fundamentará de forma teórica la propuesta, generando un procedimiento metodológico para las actividades y recursos necesarios para su ejecución, finalizando con un análisis y presentando una conclusión que determinará la viabilidad de la propuesta.

Población y Muestra.

La presente investigación estudiará una población definida como los estudiantes SAR del Instituto Universitario de Aeronáutica Civil (IUAC). Una población no es más que un conjunto de elementos con un vínculo que los caracteriza, así lo afirma Arias (2006) "… es un conjunto finito o infinito de elementos con características comunes para los cuales serán extensivas las conclusiones de la investigación. Ésta queda delimitada por el problema y por los objetivos del estudio" (p.81)

La muestra es un subconjunto de la población, con el cual se puede trabajar, así lo expresa Arias (2006) "La muestra es un subconjunto representativo y finito que se extrae de la población accesible" (p.83). Se trató de una muestra tipo censal, ya que la misma coincide con la población total de estudio. Por ser una población que se puede trabajar sin necesidad de extraer elementos; entonces la muestra que se tomó para la investigación, son los estudiantes de SAR del Trayecto I Tramo 2 del Instituto Universitario de Aeronáutica Civil (IUAC) conformada por 9 estudiantes.

Técnicas e Instrumentos para la recolección de información.

La presente investigación utilizó la encuesta como técnica para la recolección de la información. Así lo expresa Marroquín (2012): "Son las preguntas en forma escrita u oral que aplica el investigador a una parte de la población denominada muestra poblacional, con la finalidad de obtener informaciones referentes a su objeto de investigación" (p.19)

La encuesta tiene como objetivo principal la recolección de datos, que colaboren con el desarrollo de la investigación. Esto ayuda al investigador a generar estrategias óptimas que impulsen a conseguir una solución para alguna problemática presente.

Puesto que la encuesta utilizada fue escrita, entonces el instrumento para recabar toda la información fue un cuestionario; el cual tiene una estructura específica, donde cada participante tendrá la oportunidad de responder las preguntas de tipo cerrada presentes. Así lo manifiesta Arias (2006):

> Es la modalidad de encuesta que se realiza de forma escrita mediante un instrumento o formato en papel contentivo de una serie de preguntas. Se le denomina cuestionario auto administrado porque debe ser llenado por el encuestado, sin intervención del encuestador. (p.74)

El cuestionario constó de 3 partes (conocimiento matemático, conocimiento tecnológico y conocimiento sobre modelación) con respuesta cerradas formada con dos alternativas "si" para afirmar y "no" para negar; cada estudiante respondió de acuerdo a su conocimiento.

La parte 1 se estructuró con 10 ítem, cada pregunta se basó en los conocimientos básicos de trigonometría (triángulo, clasificación de los triángulos y razones trigonométricas).

La parte 2 se estructuró con 5 ítem, basado en los conocimientos sobre herramientas tecnológicas aplicadas a la didáctica dentro del aula de clase; en específico sobre el Geogebra, el cual es un software de geometría dinámica. La parte 3 se estructuró en 4 ítem, la cual se conformó con preguntas sobre la aplicación de las razones trigonométricas en el ámbito laboral de los oficiales de búsqueda y salvamento.

Se contó con una evaluación diagnóstica, aplicada al inicio del período académico, pero para efecto de la presente investigación, se tomó en consideración el cuestionario antes mencionado.

Operacionalización de Variables

La creación de un cuestionario no surge por simple casualidad, se debe realizar un estudio profundo de las variables con las que se va a trabajar. Es por ello que surge la Operacionalización de Variable, como método designado para comprender conceptos de índole abstracta, como lo manifiesta Arias (2006) "… este tecnicismo se emplea en investigación científica para designar al proceso mediante el cual se transforma la variable de conceptos abstractos a términos concretos, observables y medibles, es decir, dimensiones e indicadores" (p. 62).

Cuadro 6
Variables en estudio: Definición conceptual, definición operacional, indicadores e ítems.

Variable	Definición conceptual	Definición Operacional	Indicadores	Ítems
Conocimiento matemático	Según Pérez (2005), el conocimiento matemático es el dominio de los conceptos y procedimientos matemáticos, así como el manejo de las habilidad y destrezas de la materia.	Mediante un test se podrá confirmar si los estudiantes SAR poseen los conocimientos básicos de las razones trigonométricas y su aplicación al entorno donde ellos se van a desarrollar.	Triángulo Clasificación de los triángulos Triángulo rectángulo Teorema de Pitágoras Razones Trigonométricas	Parte I: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10
Acceso a la tecnología	Según Cruz y Puentes (2012), las TIC nos ayuda dentro del aula de clase, al proceso de enseñanza aprendizaje, proporcionando a los estudiantes estrategias que le ayuden al desarrollo efectivo de un problema.	Mediante un test se podrá confirmar si el uso de la tecnología facilita el desarrollo de las razones trigonométricas para los futuros oficiales de Búsqueda y Salvamento	Geogebra	Parte II: 1, 2, 3, 4 y 5

Uso de modelación	Según Roumieu (2014), la modelación matemática genera en los estudiantes un desarrollo eficaz del proceso de aprendizaje, conceptualizando los temas y generando seguridad en su ambiente.	Por medio de un test se podrá confirmar si la modelación matemática basado en las razones trigonométricas es de utilidad para los futuros oficiales de Búsqueda y Salvamento.	Lectura de mapas y cartas Triangulación Espacios de Búsqueda	Parte III: 1, 2, 3 y 4

Confiabilidad y Validez del instrumento.

La validez de un instrumento, consiste en la autenticidad del mismo para el desarrollo del proyecto, así lo informa Corral 2009 "La validez de un instrumento consiste en que mida lo que tiene que medir (autenticidad)…" (p. 230).

Como se ha mencionado, se diseñó un cuestionario como instrumento de recolección de información. El mismo se construyó tomando en consideración los objetivos propuestos en la investigación, así como la operacionalización de las variables realizada anteriormente (ver cuadro 6).

Para la validez del instrumento, se recurrió al juicio de expertos. Este método se validación es definido por Escobar y Cuervo (2008) como "una opinión informada de personas con trayectoria en el tema, que son reconocidas por otros como expertos cualificados en éste, y que pueden dar información, evidencia, juicios y valoraciones" (p. 29); y es utilizado como indicador de la validez del contenido de un instrumento de investigación que será utilizado en la recolección de datos.

Por ello, para la validación se recurrió a dos expertos; a quienes se les hizo llegar el cuestionario, junto con un instrumento para que los especialistas plasmaran su valoración sobre la construcción del cuestionario, el cual es una adaptación del propuesto por Trejo (2020); y el cual toma en consideración los siguientes criterios: (a) claridad, (b) objetividad, (c) actualidad, (d) organización, (e) suficiencia, (f) pertinencia, (g) consistencia, (h) coherencia, (i) metodología y (j) aplicación. (Ver anexo A).

Una vez obtenidas las valoraciones de ambos entendidos en la materia, se calculó el índice de validez. El resultado del juicio de experto sugiere que el instrumento diseñado fue de *mucha validez;* ya que el coeficiente obtenido fue de 0,69. Sin embargo, se tomaron en cuenta algunas observaciones realizadas al mismo, por parte de los especialistas; y posteriormente se aplicó a la muestra seleccionada.

Para la confiabilidad del instrumento se consideró la prueba de Kuder-Richardson (KR 20). El KR20 es un indicador de consistencia interna de un instrumento de recolección de información, y por tanto, está asociado a la exactitud con la que un instrumento mide lo que efectivamente pretende medir.

Vale la pena mencionar que, este indicador se emplea con instrumentos diseñados con opciones dicotómicas o binarias, tal y como es el caso de la investigación que se desarrolló. Para ello, se recurre al cálculo de este indicador, mediante la siguiente fórmula $r_{20} = \left(\frac{K}{K-1}\right)\left(\frac{\sigma^2 - \sum pq}{\sigma^2}\right)$; donde:

K= Número de ítems del instrumento

p= Porcentaje de personas que responde correctamente cada ítem

q= Porcentaje de personas que responde incorrectamente cada ítem

σ^2= Varianza total del instrumento

Por ello, para determinar la confiabilidad se aplicó una prueba piloto a 10 estudiantes con características similares a las de le muestra de la investigación; y se empleó la prueba KR20 para obtener la confiabilidad del instrumento, utilizando para ello, la herramienta Excel®, (Ver anexo B) a partir de lo cual se obtuvo el coeficiente 0.79, lo que se traduce a una *confiabilidad ACEPTABLE*, según la escala de valores propuesta por Kuder y Richardson.

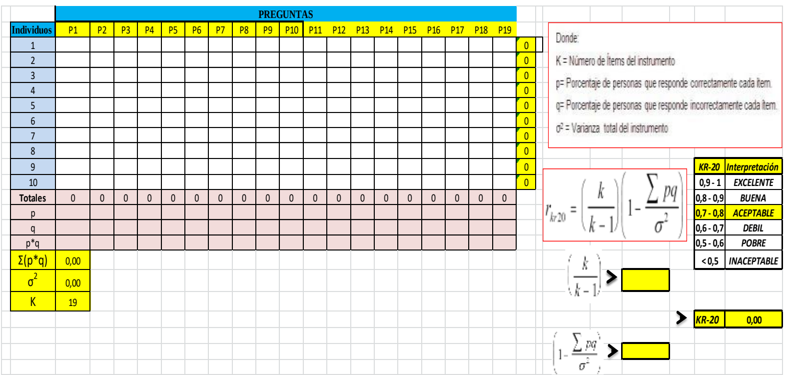


***Gráfico 24*. Hoja de cálculo para el análisis de confiabilidad KR-20**

Análisis de la Información.

Para analizar los datos que se lograron recabar bajo el instrumento seleccionado, se realizó un abordaje estadístico descriptivo el cual según Falcón y Herrera (2005) "Consiste en procedimientos usados para recolectar, organizar, presentar, analizar datos" (p.7). Los resultados fueron presentados en el capítulo IV y tomados en consideración para el diseño de la propuesta didáctica

Factibilidad Técnica y Operativa.

Se puede decir que la factibilidad técnica son las herramientas que se puede utilizar para el desarrollo de un proyecto, así lo manifiesta Burdiles 2019 la factibilidad técnica es "los recursos tecnológicos que se requieren para realizar el proyecto, como herramientas, equipos e insumos, que resultan imprescindibles para todas las fases de ejecución de un proyecto" (p.13)

Para el aspecto técnico de la presente investigación, se tomó en consideración el software de geometría dinámica GeoGebra, basado en el alcance que presentan los estudiantes (muestra). El Instituto Universitario de Aeronáutica Civil (IUAC), ubicado en Maracay estado Aragua, consta con una sala que posee 10 equipos con internet gratuito para el desarrollo de actividades de esta índole; por otro lado, los participantes poseen teléfonos con la capacidad necesaria para trabajar con la herramienta tecnológica (Ver anexo F).

En una inspección del laboratorio se pudo comprobar que sí es posible la instalación del software Geogebra en su última versión 6.0.518.0 (20 de diciembre de 2018). Además, se comprobó que los equipos de computación son compatibles con las plataformas Java, HTML5, Android e iOS; por lo que es factible utilizar diversos recursos digitales tanto en las PC de escritorio como en los celulares inteligentes y algunas tablets.

CAPÍTULO IV
PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS

Técnicas de Análisis e Interpretación de los Datos

El presente capítulo muestra los resultados obtenidos en la aplicación del instrumento a los estudiantes del Trayecto I Tramo 2 mención Búsqueda y Salvamento del Instituto Universitario de Aeronáutica Civil (IUAC), ubicada en Maracay Edo. Aragua. Las técnicas e instrumentos aplicados muestran la información requerida para el logro de los objetivos propuestos mediante un análisis cuantitativo.

La información fue recabada mediante la observación y la aplicación de un cuestionario, con un análisis cuantitativo, ya que el resultado fue registrado mediante una tabla de frecuencia y una serie de gráficos. Para Mena, Escobar, Haro, Córdova y Merino (2017) una distribución de frecuencia es "una agrupación de datos en clases mutuamente excluyentes, que muestra el número de observaciones que hay en cada clase" (p.40).

Los gráficos utilizados son de forma tipo pastel, esto con la finalidad de visualizar de una manera más precisa los resultados obtenidos; así lo afirma Abad y Huapaya (2009) "Estos gráficos nos permiten ver la distribución interna de los datos que representan un hecho, en forma de porcentajes sobre un total" (p.37).

El análisis de los datos obtenidos a través de la aplicación del instrumento, se basa en las variables e indicadores propuestos en la presente investigación y a la sucesión del logro de los obtenidos planteados.

A continuación, se presenta la graficación, el análisis e interpretación de las preguntas que conforman el instrumento de recolección de datos.

Parte I Conocimiento Matemático

Ítem 1: ¿Tiene conocimiento de la definición de un triángulo?

Cuadro 7
Discernimiento de la definición de un triángulo

Alternativa	Frecuencia	Porcentaje
Si	9	100%
No	0	0%
Totales	**9**	**100%**

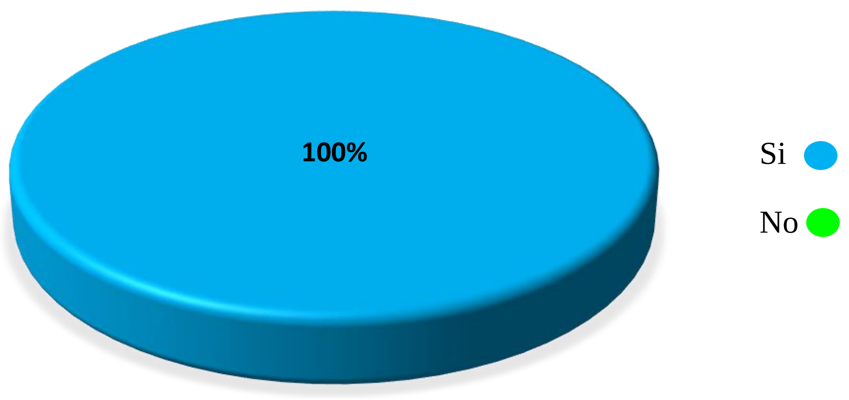


Gráfico 25. **Discernimiento de la definición de un triángulo**

Basado en el resultado obtenido en la aplicación del cuestionario, se puede evidenciar que 100% de la muestra poseen los conocimientos necesarios para definir lo que es un triángulo. Un triángulo es una figura geométrica formada por tres puntos no alineados en el plano, dichos puntos se le llaman vértices del triángulo.

Ítem 2: ¿Un triángulo es una figura geometría de tres lados con la misma longitud y tres ángulos de igual medida?

Cuadro 8
Generalidad de la definición de un triángulo como figura geométrica

Alternativa	Frecuencia	Porcentaje
Si	7	78%
No	2	22%
Totales	**9**	**100%**

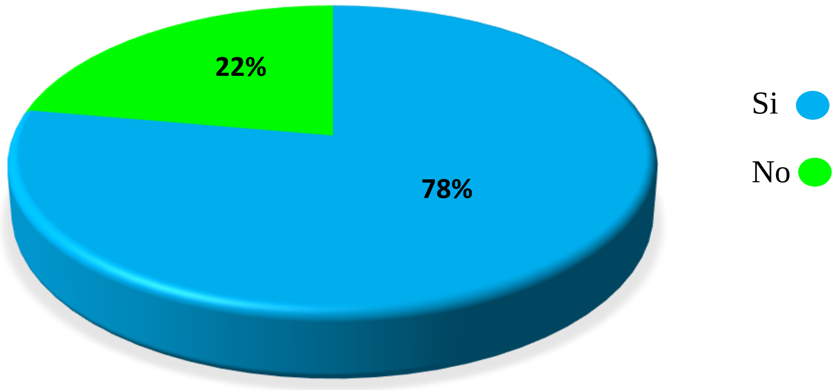


Gráfico 26. **Generalidad de la definición de un triángulo como figura geométrica**

Apoyada en el resultado obtenido en la aplicación del cuestionario, se puede evidenciar que el 78% de la muestra, consideran que un triángulo es una figura geométrica que posee lados de igual longitud y ángulos internos de igual medida, y el 22% restante discurren, que la definición general no necesariamente establece que los lados posean igual longitud y que los ángulos internos sean congruentes. En tal sentido, la mayoría de la muestra asume una de las clasificaciones (equilátero) de dicha figura como condición necesaria para ser triángulo, el presente error se manifiesta por la generalidad con la que se define la figura geométrica.

Ítem 3: ¿Un triángulo se clasifica según la medida de los lados y según la medida de sus ángulos?

Cuadro 9
Clasificación de un triángulo

Alternativa	Frecuencia	Porcentaje
Si	9	100%
No	0	0%
Totales	**9**	**100%**

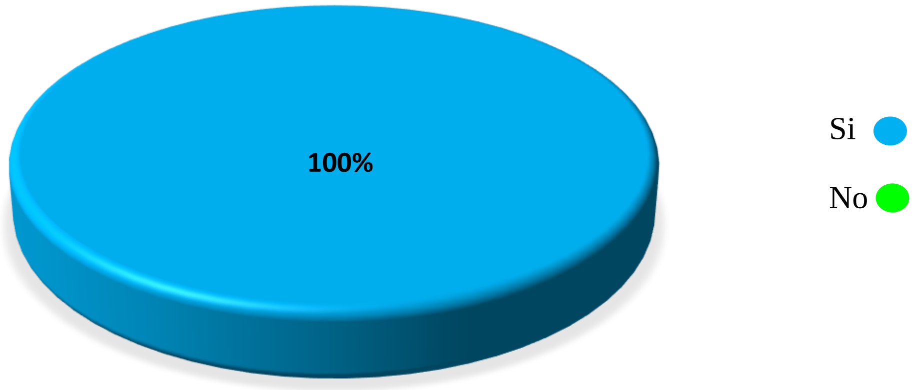


Gráfico 27. **Clasificación de un triángulo**

De acuerdo con la respuesta obtenida por los estudiantes elegidos como muestra de la investigación en el cuestionario aplicado, el 100% concuerda con que un triángulo se clasifica según la longitud de sus lados y según la medida de sus ángulos. Esto nos lleva a reflexionar, en que los estudiantes si logran comprender la clasificación de los triángulos, quizás por un concepto memorístico, lo cual no es comprender su significado.

Ítem 4: ¿La suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180º?

Cuadro 10
Suma de los ángulos internos de un triángulo

Alternativa	Frecuencia	Porcentaje
Si	8	89%
No	1	11%
Totales	**9**	**100%**

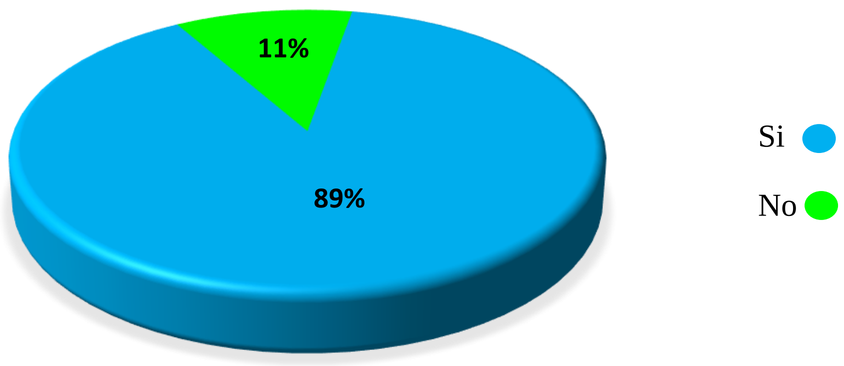


Gráfico 28. **Suma de los ángulos internos de un triángulo**

Basada en los resultados obtenidos en la aplicación del cuestionario, se puede evidenciar que el 89% de la muestra está de acuerdo que la suma de los ángulos internos de un triángulo es equivalente a 180º, mientras que el 11% restante difiere con lo antes expuesto.

Ítem 5: ¿Una figura geométrica de tres lados y que posee un ángulo interno de 90º, es un triángulo rectángulo?

Cuadro 11.
Reconocimiento de un triángulo rectángulo

Alternativa	Frecuencia	Porcentaje
Si	9	100%
No	0	0%
Totales	**9**	**100%**

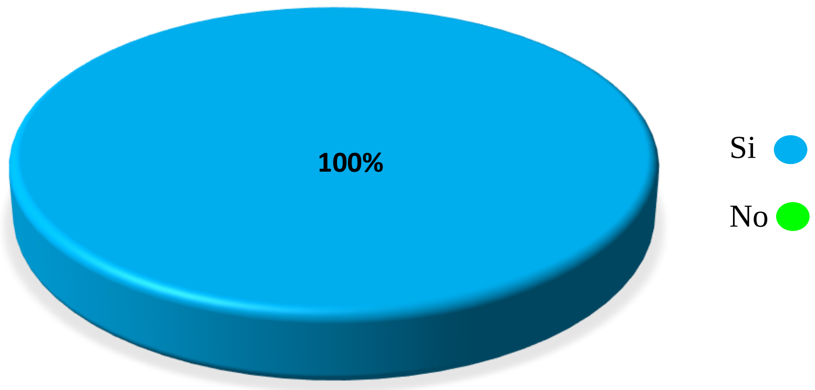


Gráfico 29. **Reconocimiento de un triángulo rectángulo**

Fundamentada en el resultado obtenido en la aplicación del cuestionario, se puede visualizar que el 100% de la muestra, reconocen que una figura geométrica de tres lados y que posee un ángulo interno equivalente a 90º se le conoce como triángulo rectángulo. Este resultado, nos lleva a la reflexión y muestra como los estudiantes pueden identificar cuando un triángulo es rectángulo; es decir, asocian el ángulo recto (90º) con la terminología triángulo rectángulo.

Ítem 6: ¿Un triángulo rectángulo está formado por la hipotenusa y los catetos?

Cuadro 12.
Partes de un triángulo rectángulo

Alternativa	Frecuencia	Porcentaje
Si	9	100%
No	0	0%
Totales	**9**	**100%**

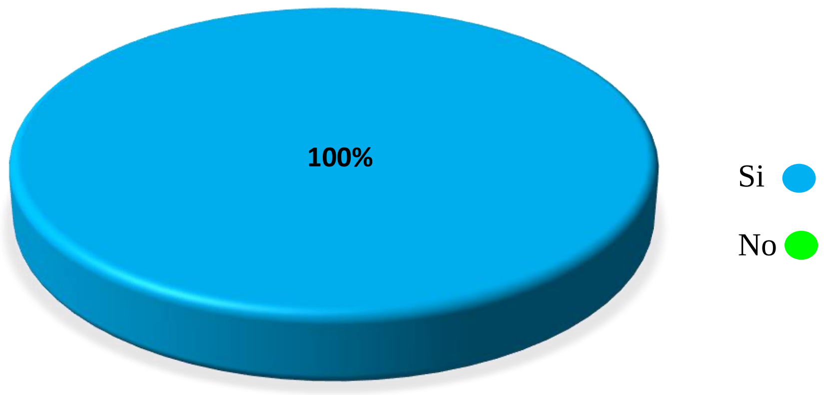


Gráfico 30. **Partes de un triángulo rectángulo**

De acuerdo con el resultado obtenido en la aplicación del cuestionario, se puede visualizar que la muestra reconoce que un triángulo rectángulo está formado por dos lados que se conocen como catetos y un tercer lado que recibe el nombre de hipotenusa. El presente resultado refuerza el conocimiento que se manifestó en el ítem anterior, y nos presenta que los estudiantes si poseen conocimientos sobre el tema presentado, se necesita es reforzar esa visión.

Ítem 7: ¿Tiene conocimiento de las razones trigonométricas?

Cuadro 13.
Discernimiento sobre las Razones Trigonométricas

Alternativa	Frecuencia	Porcentaje
Si	7	78%
No	2	22%
Totales	**9**	**100%**

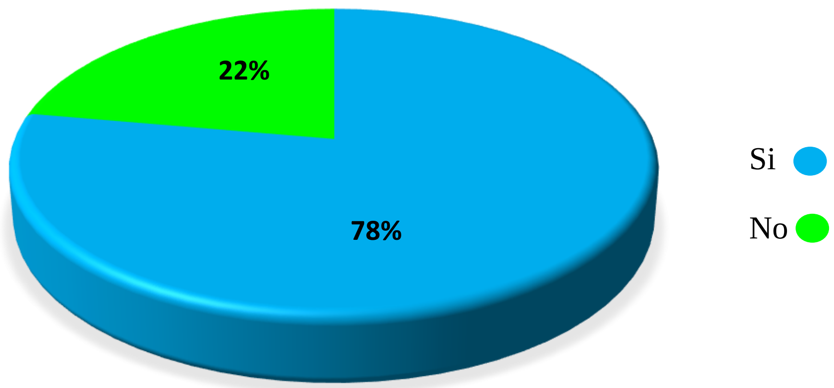


Gráfico 31. **Discernimiento sobre las razones trigonométricas**

Basado en el resultado obtenido en la aplicación del cuestionario, se pone en evidencia que el 78% de la muestra tiene conocimiento básico de lo que son las razones trigonométricas y el 22% restante no posee el conocimiento de lo antes expuesto.

Ítem 8: ¿La aplicación de las razones trigonométricas se utilizan solo en triángulos rectángulos?

Cuadro 14.
Aplicación de las razones trigonométricas.

Alternativa	Frecuencia	Porcentaje
Si	4	44%
No	5	56%
Totales	**9**	**100%**

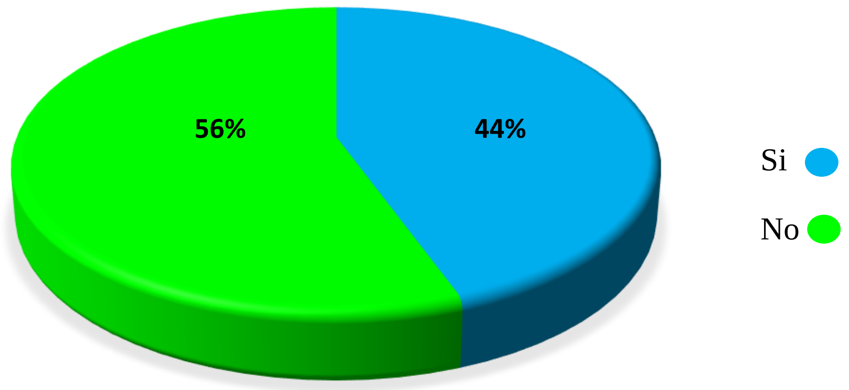


***Gráfico 32.* Aplicación de las razones trigonométricas**

Asentado en el resultado obtenido en la aplicación del cuestionario, se pone en evidencia que el 44% de la muestra manifiestan que las razones trigonométricas solo pueden ser aplicadas en la resolución de problemas que involucren triángulos rectángulos, mientras que el 56% restante difieren en lo antes expuesto. Dicho resultado contradice el ítem anterior; es decir, los conocimientos que poseen la muestra censal no están bien definidos y concretados.

Ítem 9: ¿Las razones trigonométricas se utilizan cuando se tiene la longitud de uno de los lados del triángulo y la medida de uno de sus ángulos internos?

Cuadro 15.
Datos para la aplicación de las razones trigonométricas

Alternativa	Frecuencia	Porcentaje
Si	8	89%
No	1	11%
Totales	**9**	**100%**

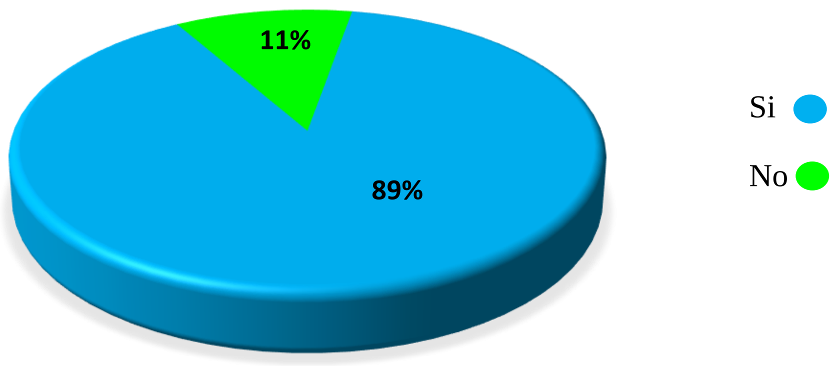


Gráfico 33. **Datos para la aplicación de las razones trigonométricas**

Basado en el resultado obtenido en la aplicación del cuestionario, se pone en evidencia que el 89% manifiestan que las razones trigonométricas se aplican cuando se tiene la longitud de uno de los lados del triángulo rectángulo y la medida de uno de los ángulos internos. Mientras que el 11% restante no está de acuerdo con lo expuesto anteriormente.

Ítem 10: ¿En un triángulo rectángulo, el seno de un ángulo se puede escribir como la razón entre el cateto opuesto y la hipotenusa?

Cuadro 16.
Razón del seno de un ángulo

Alternativa	Frecuencia	Porcentaje
Si	6	67%
No	3	33%
Totales	**9**	**100%**

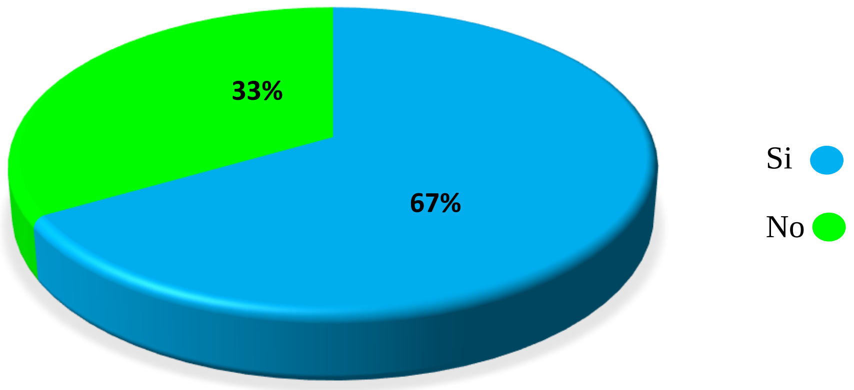


***Gráfico 34.* Razón del seno de un ángulo**

Apoyado en el resultado obtenido en la aplicación del cuestionario, se pone en evidencia que el 67% de la muestra manifiestan que el seno de un ángulo es la razón entre el cateto opuesto y la hipotenusa de un triángulo rectángulo, y el 33% restante no está de acuerdo con lo antes expuesto. Se observa que la mayoría tiene el conocimiento de como escribir el seno de un ángulo aplicado a un triángulo rectángulo, lo que nos muestra que el conocimiento existe, se necesita es reforzarlo.

Inferencia.

La matemática es una ciencia que está presente en cada aspecto de la vida cotidiana, un caso particular es la utilidad que se emplea en la labor de los oficiales de búsqueda y salvamento.

Basado en los datos obtenidos en la parte I del instrumento (conocimiento matemático), aplicado a los estudiantes del trayecto I tramo 2 de la mención de Búsqueda y Salvamento (SAR) se pudo evidenciar que el 100% de los estudiantes (muestra) manifestaron saber la definición de un triángulo; seguidamente se les indicó la definición de un triángulo equilátero, donde el 78% asumió como condición necesaria que un triángulo es una figura geométrica de tres lados con igual longitud y tres ángulos internos congruentes, lo que contradice el ítem anterior.

Esto nos indica que existe un precedente incorrecto, los estudiantes no definen una figura a menos que se les muestre varios ejemplos, así lo afirma Orton (citado por Barroso 2000) "no se puede esperar que los estudiantes aprendan a través de definiciones, siendo necesario utilizar ejemplos y contraejemplos para la definición de un concepto matemático" (p.286).

Los estudiantes (muestra) logran comprender ciertos datos que involucre un triángulos, como su clasificación, la suma de los ángulos internos de un triángulo, las razones trigonométricas así como la definición de seno como razón, lo que no garantiza saber su significado, así lo indica Azcárate 1997 "saber de memoria la definición de un concepto no garantiza en absoluto comprender su significado; en realidad, comprender quiere decir tener un esquema conceptual de forma que se asocien ciertos significados a la palabra que designa el concepto" (p. 29)

Parte II Conocimiento Tecnológico

Ítem 1: ¿Considera usted que la tecnología debe estar presente en el proceso de enseñanza- aprendizaje dentro del aula de clase para los estudiantes SAR en el IUAC?

Cuadro 17.
La tecnología aplicada al proceso de enseñanza aprendizaje

Alternativa	Frecuencia	Porcentaje
Si	9	100%
No	0	0%
Totales	**9**	**100%**

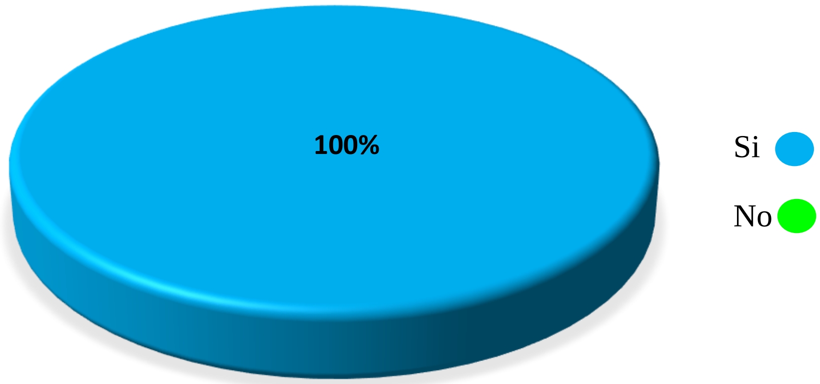


Gráfico 35. **La tecnología aplicada al proceso de enseñanza aprendizaje**

Apoyado en el resultado obtenido en la aplicación del cuestionario, se pone en evidencia que el 100% de la muestra manifiesta que la tecnología es una herramienta didáctica de utilidad para el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática dentro del aula de clase para los futuros oficiales de búsqueda y salvamento (SAR). La tecnología se ha convertido en una herramienta didáctica de utilidad dentro de las aulas, esto se debe a que es algo que los estudiantes manejan con naturalidad.

Ítem 2: ¿Conoce alguna herramienta tecnológica aplicada a la enseñanza de la matemática?

Cuadro 18.
Herramienta tecnológica aplicada a la enseñanza de la matemática

Alternativa	Frecuencia	Porcentaje
Si	3	33%
No	6	67%
Totales	**9**	**100%**

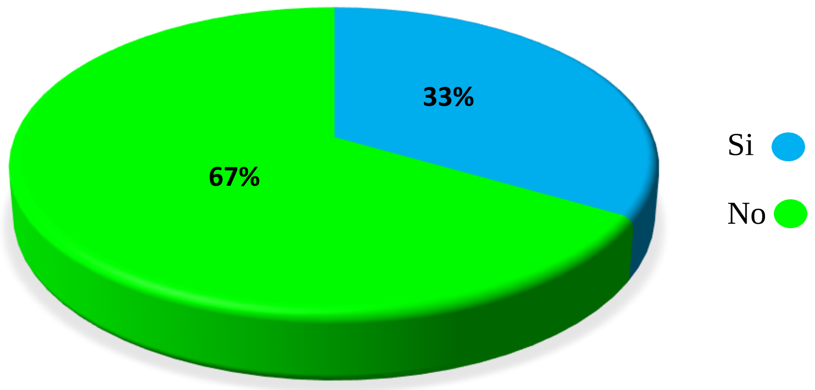


Gráfico 36. **Herramienta tecnológica aplicada a la enseñanza de la matemática**

De acuerdo con los datos obtenido en la aplicación del cuestionario, se pone en evidencia que el 33% de la muestra conoce alguna herramienta tecnológica de utilidad en el proceso de enseñanza- aprendizaje de la matemática, mientras que el 67% restante no conocen algún instrumento tecnológico de uso didáctico para el aula de clase. El resultado muestra que las herramientas tecnológicas para la enseñanza de la matemática no son conocidas en su totalidad.

Ítem 3: ¿Conoce usted el software de geometría dinámica Geogebra?

Cuadro 19.
Conocimiento sobre el Geogebra

Alternativa	Frecuencia	Porcentaje
Si	0	0%
No	9	100%
Totales	**9**	**100%**

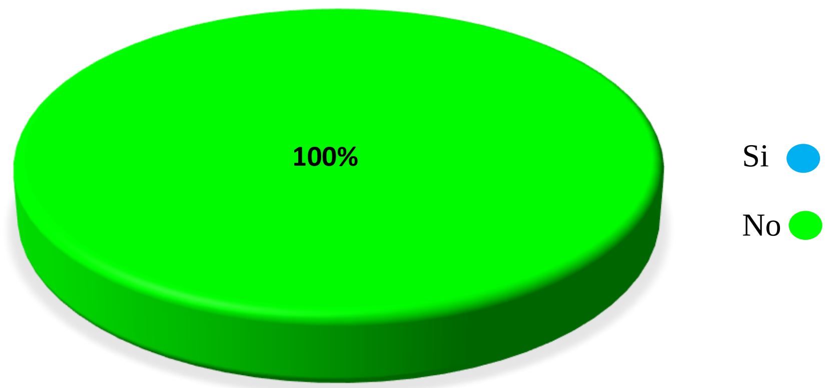


***Gráfico 37.* Conocimiento sobre el Geogebra**

De acuerdo con los datos obtenido en la aplicación del cuestionario, se puede evidenciar que el 100% de la muestra no tienen conocimiento del software de geometría dinámica Geogebra; es decir, desconocen la aplicación y su utilidad para la resolución de problemas que involucren razones trigonométricas.

Ítem 4: ¿Utilizó en algún momento el Geogebra?

Cuadro 20.
Manejo del Geogebra

Alternativa	Frecuencia	Porcentaje
Si	0	0%
No	9	100%
Totales	**9**	**100%**

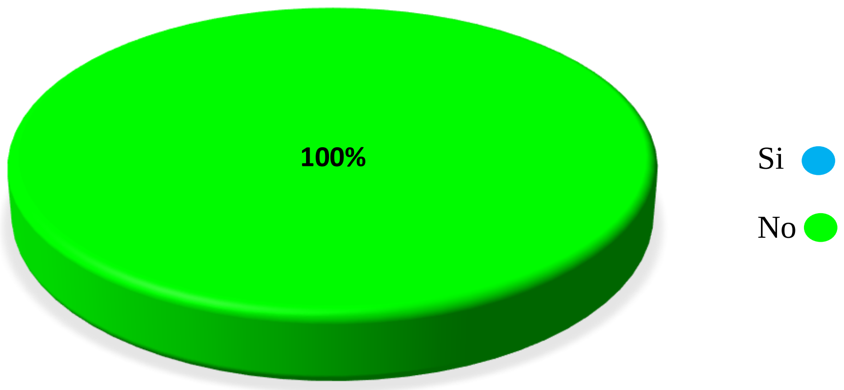


Gráfico 38. **Manejo del Geogebra**

De acuerdo con los datos obtenidos en la aplicación del cuestionario, se puede evidenciar que el 100% de la muestra no ha utilizado el software de geometría dinámica Geogebra. De esta manera, se confirma el ítem anterior; los estudiantes (muestra) no conocen la aplicación ni su utilidad en la resolución de problemas matemáticos.

Ítem 5: ¿Considera usted que el Geogebra es una herramienta útil para el proceso de enseñanza- aprendizaje de la matemática en su aula de clase?

Cuadro 21.
Utilidad del Geogebra

Alternativa	Frecuencia	Porcentaje
Si	7	78%
No	2	22%
Totales	**9**	**100%**

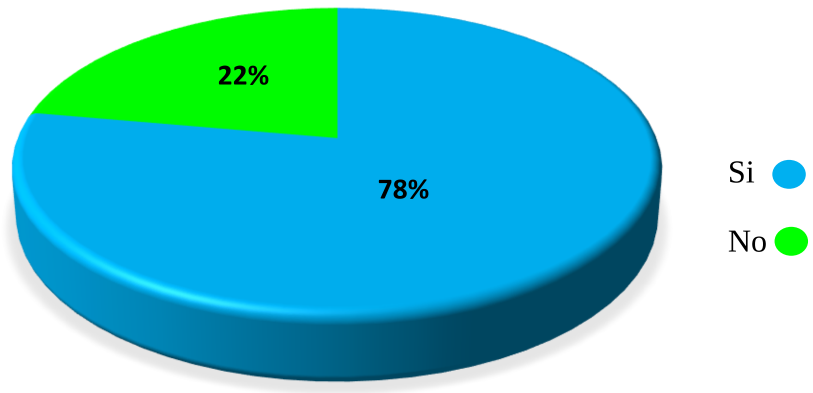


***Gráfico 39.* Utilidad del Geogebra**

De acuerdo con los datos obtenidos en la aplicación del cuestionario, se puede evidenciar que el 78% de los estudiantes (muestra), consideran que el Geogebra puede ser una herramienta didáctica de utilidad para el proceso de enseñanza- aprendizaje de la matemática dentro del aula de clase SAR, mientras que el 22% restante difieren con lo antes expuesto. El 22% de la muestra toma la postura de, si no conocen la aplicación y su utilidad no es válida para su proceso de aprendizaje, mientras que el 78% restante, aunque no conoce la aplicación, su postura es de descubrir la ventaja de la aplicación para su proceso de estudio.

Inferencia.

La tecnología con el pasar de los tiempos, se ha convertido en una herramienta didáctica de gran utilidad en las aulas de clase. Basado en los datos obtenidos en la parte II del instrumento (conocimiento tecnológico), aplicado a los estudiantes del trayecto I tramo 2 de la mención de Búsqueda y Salvamento (SAR) se pudo evidenciar que el 100% de los estudiantes (muestra) manifestaron que el uso de las TIC es un instrumento de utilidad dentro de las aulas de clase, esto se debe al desarrollo cognitivo que genera; logra crear conocimientos críticos que motiva al estudiante en su proceso de aprendizaje, así lo afirma Jiménez, Bonilla y Ponce 2016:

> La influencia que la tecnología tiene en cualquier contexto del diario vivir, más aún en la formación de futuros profesionales, reafirmando el proceso de enseñanza-aprendizaje, con el único objetivo final de desarrollar pensamiento crítico, las habilidades intelectuales y cognitivas del estudiantado, buscando garantizar de esta manera que los estudiantes actuales sean generadores de una mejor calidad de vida, implementando e innovando ideas que ayuden en este propósito. (p.3)

A pesar de la importancia y la utilidad de la TIC en las aulas de clase para los estudiantes, solo el 33% de la muestra conoce alguna herramienta tecnológica aplicada a la matemática, esto se debe a que la educación tradicional permanece vigente en la actualidad. Así mismo el 100% de los participantes, manifestaron que no conocen el software de geometría dinámica Geogebra y por ende no lo han utilizado. El desconocimiento de dicha herramienta se asocia a la falta de información inclusive del docente. Torres y Racedo 2014 manifiestan que “Los docentes de matemáticas cuentan con una formación básica en TIC, es decir, su formación esta esencialmente orientada a la ofimática, uso de internet y del correo electrónico” (p.28). La desinformación del geogebra, causó en el 78% de los estudiantes (muestra) el interés de la implementación del mismo en el aula de clase.

Parte III Conocimiento sobre Modelización.

Ítem 1: ¿Dentro de su ámbito laboral, en algún momento utilizarán las razones trigonométricas?

Cuadro 22.
Las razones trigonométricas vistas en el ámbito laboral de los SAR

Alternativa	Frecuencia	Porcentaje
Si	7	78%
No	2	22%
Totales	**9**	**100%**

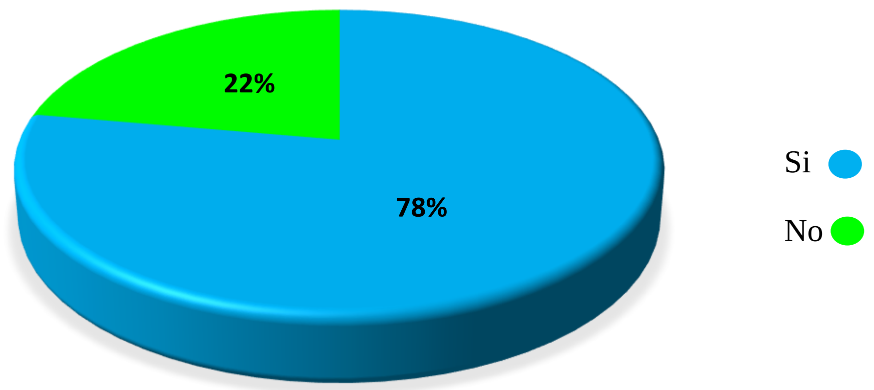


Gráfico 40. **Las razones trigonométricas vistas en el ámbito laboral de los SAR.**

Basado en los datos obtenidos en la aplicación del cuestionario, se puede evidenciar que el 78% de los estudiantes (muestra) reconocen la utilidad de las razones trigonométricas en algún aspecto de su ámbito laboral, mientras que el 22% restante difieren con lo antes expuesto. Dicha información nos indica que se tiene conocimiento de la utilidad de las razones trigonométricas en la vida laboral de un oficial de Búsqueda y Salvamento.

Ítem 2: ¿Existen procedimientos de los Oficiales de Búsqueda y Salvamento que involucre la aplicación de las razones trigonométricas?

Cuadro 23.
Las razones trigonométricas y los procedimientos SAR

Alternativa	Frecuencia	Porcentaje
Si	7	78%
No	2	22%
Totales	**9**	**100%**

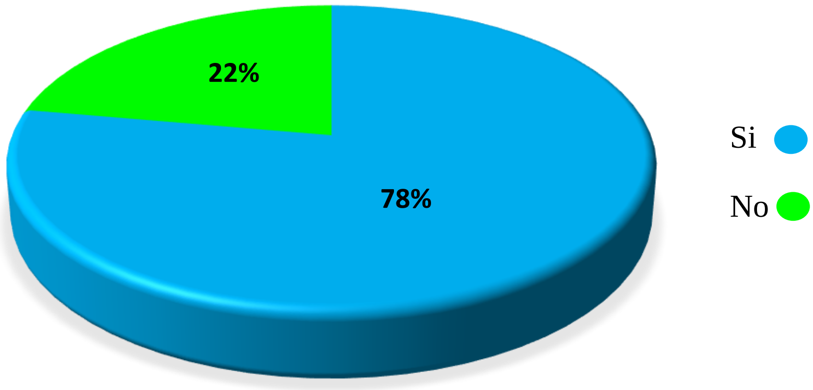


Gráfico 41. **Las razones trigonométricas y los procedimientos SAR**

Basado en los datos obtenidos en la aplicación del cuestionario, se puede evidenciar que el 78% de los estudiantes reconocen la utilidad de las razones trigonométricas en algunos procedimientos de los oficiales de búsqueda y salvamento, mientras que el 22% restante difieren con lo antes expuesto. Dicha información reafirma la pregunta anterior, la mayoría de los estudiantes tienen los conocimientos de la utilidad de la matemática (caso particular razones trigonométricas) en su futura vida laboral.

Ítem 3: ¿A la hora de realizar la lectura de mapas y cartas, se aplican los conocimientos básicos de las razones trigonométricas?

Cuadro 24.
Aplicación de las razones trigonométricas en la lectura de mapas y cartas

Alternativa	Frecuencia	Porcentaje
Si	8	89%
No	1	11%
Totales	**9**	**100%**

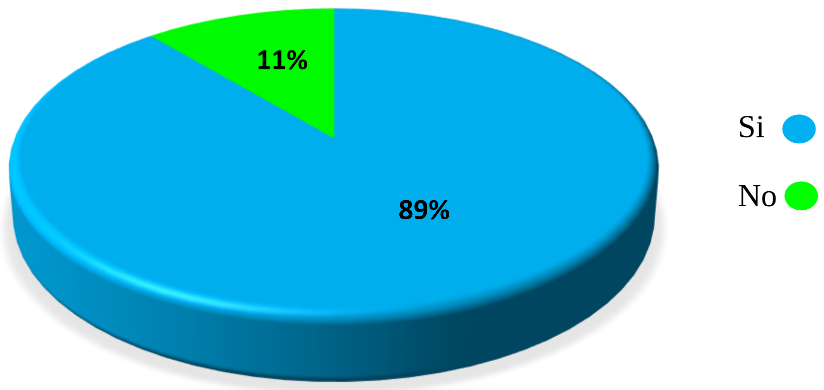


Gráfico 42. **Aplicación de las razones trigonométricas en la lectura de mapas y cartas**

Basado en los datos obtenidos en la aplicación del cuestionario, se puede evidenciar que el 89% de los estudiantes reconocen la utilidad de las razones trigonométricas en la lectura de mapas y cartas para los procedimientos de búsqueda y salvamento, mientras que el 11% restante difieren con lo antes expuesto. Dicha información nos indica que la mayoría está consciente que para la lectura de mapas y cartas se realiza triangulaciones, que significa utilizar la trigonométricas (razones trigonométricas) para determinar las posiciones de puntos y distancias.

Ítem 4: ¿Las razones trigonométricas pueden ser de utilidad en la Búsqueda de Cuadrado expansivo?

Cuadro 25.
Aplicación de las razones trigonométricas en la Búsqueda mediante cuadros expansivos

Alternativa	Frecuencia	Porcentaje
Si	7	78%
No	2	22%
Totales	**9**	**100%**

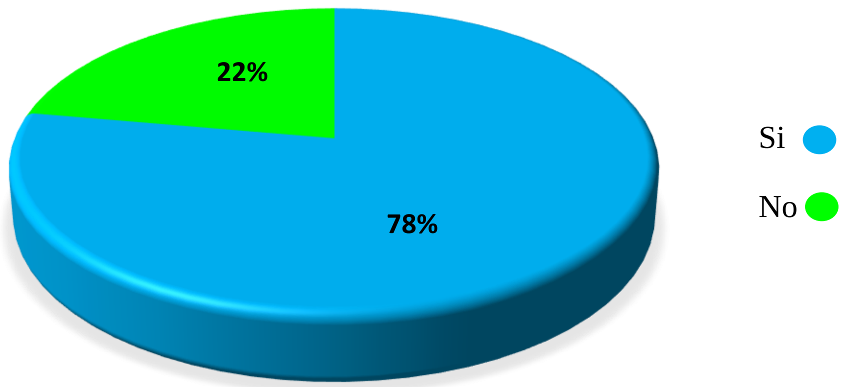


Gráfico 43. **Aplicación de las razones trigonométricas en la Búsqueda mediante cuadros expansivos**

Basado en los datos obtenidos en la aplicación del cuestionario, se puede evidenciar que el 78% de los estudiantes reconocen la utilidad de las razones trigonométricas en el procedimiento de Búsqueda mediante Cuadro Expansivo, mientras que el 22% restante difieren con lo antes expuesto. Dicha información nos muestra que la mayoría está consciente que para la búsqueda mediante cuadros expansivos es necesario el manejo de las razones trigonométricas, dicha configuración es eficaz cuando se conoce la ubicación del objeto.

Inferencias.

Llevar el conocimiento matemático a la realidad, se ha convertido en un reto para los estudiantes. De acuerdo con los datos obtenidos en la parte III del instrumento (conocimiento sobre modelización), aplicado a los estudiantes del trayecto I tramo 2 de la mención de Búsqueda y Salvamento (SAR), se pudo concretar que el 78% de los estudiantes (muestra) están conscientes de la utilidad de las razones trigonométricas dentro de su futuro ámbito laboral.

Conocer el uso de las razones trigonométricas manifiesta estar consciente de su utilidad en el entorno donde se van a desenvolver, el 78% de los estudiantes (muestra) ostentan que las razones trigonométricas están presentes en algunos procedimientos de los Oficiales de Búsqueda y Salvamento; por ejemplo, en la lectura de mapas y cartas donde el 89% de los estudiantes (muestra) concuerdan con la aplicación, y en la búsqueda mediante cuadros expansivos, donde el 78% conoce de dicha utilidad.

De esta manera podemos comprender la importancia de aplicar los conocimientos matemáticos a la realidad, generando motivación e interés en los alumnos, así lo afirma Córdoba (2011) "Esto motiva el aprendizaje de la matemática, provee de apoyo directo de tipo cognitivo a las conceptualizaciones de los alumnos y ubica a la matemática en la cultura, como medio de describir y entender situaciones de la vida diaria" (p.23)

CAPÍTULO V
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

Conclusiones.

Basado en los resultados obtenidos en la aplicación del instrumento de recolección de datos dirigido a los estudiantes del trayecto I tramo 2 mención SAR del IUAC, y dando respuesta a los objetivos específicos de la investigación, se tiene que:

Los estudiantes poseen conocimientos básicos sobre razones trigonométricas; entre ellos se puede mencionar, el seno de un ángulo, así como el manejo de las razones cuando el triángulo posee datos específicos. El conflicto de la mayoría de los estudiantes, es buscar siempre la utilidad de ciertos contenidos matemáticos en su futuro entorno laboral, no logran reconocer su aplicación ni utilidad en la aeronáutica civil; es decir, los alumnos (muestra) no conocen el uso de las razones trigonométricas en los procedimientos de búsqueda y salvamento, solo registran el uso de la triangulación para la lectura de mapas y cartas.

Al estar en una época donde la tecnología es considerada de utilidad para el desarrollo de una sociedad, los estudiantes consideran necesario la presencia de las TIC en las aulas de clase, ya que es algo con lo que ellos se sienten en confianza. A pesar de que sugieren el uso de la tecnología como instrumento didáctico, no conocen aplicaciones diferente a la calculadora, para el estudio de la matemática, entre ellas el software de geometría dinámica GeoGebra.

Entrelazar los tres aspectos de la investigación; razones trigonométricas, modelación y tecnología, lleva a diseñar talleres para cada atributo, enfocado en aspectos de relevancia para los SAR, para posteriormente unificar los aspectos y generen un conocimiento consolidado basado en la realidad a la que ellos se van a enfrentar. Diseñar problemas basados en la realidad de un oficial SAR, y así crear una motivación real para su resolución, es necesario crear conciencia puesto que se trata de salvar vidas inclusive las de sus propios compañeros.

La factibilidad técnica y operativa es sólida, puesto que el instituto universitario de aeronáutica civil (IUAC), consta con amplios espacios y equipos tecnológicos con la capacidad necesaria para el manejo del software de geometría dinámica GeoGebra. (Ver anexo F)

Las actividades empleadas para el desarrollo de la propuesta didáctica, está enfocada en operaciones de búsqueda y salvamento, específicamente en configuraciones de búsqueda empleado para el rescate en zonas a lo largo de la trayectoria; por lo que sí es posible y viable el diseño de actividades contextualizadas y potencialmente matematizables y resolubles con el apoyo de la tecnología.

Recomendaciones.

De acuerdo con las conclusiones obtenidas se recomienda lo siguiente:

1.) Ejecutar y valorar los resultados obtenidos de la puesta en práctica de la propuesta.

2.) Se recomienda el uso de Geogebra aplicado estudio de otros temas relacionados con la formación de los oficiales de búsqueda y salvamento.

3.) Ampliar el tema de modelización, incluyendo otras áreas de la matemática vinculadas con los temas de los licenciados SAR en formación.

4.) Utilizar otras funcionalidades avanzadas de Geogebra para favorecer el trabajo dentro y fuera del aula.

5.) Ofrecer talleres de formación sobre el uso de Geogebra a otros estudiantes del IUAC.

6.) Ofrecer talleres de modelización a los profesores de matemática del IUAC para que implementen esta metodología de trabajo en el aula.

CAPÍTULO VI

LA PROPUESTA

TriGebraHS: Estudio de las razones trigonométricas utilizando el GeoGebra y la Modelación como estrategia didáctica.

Presentación.

Con el pasar de los tiempos, la educación ha generado estrategias innovadoras que colaboren con el proceso de enseñanza aprendizaje en cualquier nivel. Las destrezas didácticas ayudan a un desarrollo cognitivo eficaz, genera conocimientos base que aporta solidez en la formación educativa; así, la educación matemática no puede pasar desapercibida en este campo, ya que el índice de rechazo hacia la asignatura es alto, esto causa la necesidad de crear pericias didácticas que renueve confianza entre el estudiante y la materia.

Después de estudiar y diagnosticar las necesidades de los estudiantes, surge la propuesta TriGebraHS, la cual es una estrategia didáctica basada en tecnología y modelación para el estudio teórico y práctico de las razones trigonométricas dirigida a estudiantes cursantes del Trayecto I Tramo 2 SAR (Licenciados en Aeronáutica Civil mención Búsqueda y Salvamento) del Instituto Universitario de Aeronáutica Civil. En el gráfico 42 se ubica el logo diseñado para tal propuesta.

Gráfico 44. Logo de propuesta didáctica: **TriGebraHS**

Dicha propuesta didáctica tiene como finalidad que los estudiantes superen debilidades y asimilen las razones trigonométricas de una manera interactiva utilizando las TIC como puente entre lo teórico y la realidad a la que ellos se van a enfrentar en su entorno laboral.

Justificación.

Los Licenciados en Aeronáutica Civil mención Búsqueda y Salvamento, son los encargados del rescate activo de cualquier descenso de aeronaves en todo el territorio nacional, por ser seguridad de estado su educación debe ser de alto nivel cognitivo; esto conlleva a buscar estrategias didácticas que ayuden a crear conocimientos enfocada a su entorno laboral; específicamente el contenido razones trigonométricas la cual se utiliza en la lectura de mapas y cartas, así como en la búsqueda mediante cuadros expansivos.

De lo antes expuesto se justifica la presente propuesta, la cual consta de una serie de estrategias didácticas que contribuyen en la aplicación de las razones trigonométricas en algunos procedimientos antes mencionados de los SAR.

Objetivo General.

Generar un material didáctico que colabore eficazmente en el proceso de enseñanza aprendizaje del contenido Razones Trigonométricas basado en la TIC y modelación, para los estudiantes SAR (Licenciados en Aeronáutica Civil mención Búsqueda y Salvamento) del Instituto Universitario de Aeronáutica Civil (IUAC).

Objetivos Específicos.

1. Capacitar a los estudiantes SAR en el manejo efectivo del software de geometría dinámica GeoGebra.
2. Introducir la modelación matemática como herramienta del análisis de situaciones en el entorno SAR.
3. Diseñar estrategias que utilice la TIC y modelación como base para adquirir procedimientos y ser aplicado en el campo laboral a los futuros Licenciados en Aeronáutica Civil mención Búsqueda y Salvamento.

Fundamentación Teórica.

La propuesta didáctica TriGebraHS, tiene como fundamentación teórica 6 trabajos de investigación que sustentan la necesidad e importancia de las TIC y Modelación en el proceso de enseñanza aprendizaje. La primera investigación vinculada lleva por título *Estrategias didácticas para el aprendizaje de los contenidos de trigonometría empleando las TICS* realizada por Sánchez en el 2010; dicho trabajo es una propuesta pedagógica dirigida a los docentes de educación media, cuya intención fue crear un ambiente innovador para la enseñanza de la trigonometría. De dicho trabajo se concluyó que la poca actividad didáctica genera una educación pasiva; generando baja motivación educacional.

Seguidamente se tiene un trabajo de investigación titulado *GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas,* investigación realizada por Jiménez y Jiménez, en el año 2017; la misma, promueve el uso del GeoGebra como una estrategia innovadora para el proceso de enseñanza aprendizaje dentro del aula de clase, pues genera pensamientos críticos y reflexivos.

Siguiendo el mismo orden de idea, se tiene una investigación titulada *Análisis didáctico de las razones y funciones Trigonométricas en la formación de futuros docentes de Matemática,* la cual fue realizada por Mendoza en el 2016, dirigida a los futuros docentes de matemáticas, brindando herramientas didácticas que los ayude al desarrollo de actividades dentro del aula de clase.

Seguidamente, se tiene una investigación que lleva por título *Las Razones Trigonométricas: Una propuesta didáctica para su comprensión, a partir de un análisis histórico epistemológico,* la cual fue realizada por Álvarez en el 2018, dicho trabajo tiene como propósito construir conocimientos partiendo de los aspectos históricos como referentes de vida.

Posteriormente tenemos *La modelación en el aula como un ambiente de experimentación con graficación y tecnología. Un estudio con funciones trigonométricas, colaborando así con el desarrollo de la clase dentro del aula***,** investigación realizada por Molina, Villa y Suárez en el año 2018; la presenta indagación se enfoca en la importancia de la modelación dentro de un aula de clase; es decir, la solidez educativa que causa llevar el conocimiento a la realidad.

Finalmente, tenemos *La modelación en la producción de conocimiento matemático: el caso de la función seno, como una manera de desarrollar modelación matemática para el trabajo*, el cual fue realizado por Molina y Villa en el año 2013; la misma promueve el constructivismo como un modelo educativo, los estudiantes están en la capacidad de crear nuevos conocimientos partiendo de una percepción inicial.

Diseño de la Propuesta.

Cuadro 26.
Presentación de la propuesta didáctica TriGebraHS

Objetivo General: Generar un material didáctico que colabore eficazmente en el proceso de enseñanza aprendizaje del contenido Razones Trigonométricas basado en la TIC y modelación, para los estudiantes SAR (Licenciados en Aeronáutica Civil mención Búsqueda y Salvamento) del Instituto Universitario de Aeronáutica Civil (IUAC).

Objetivos Específicos	Tema abordado	Actividades
1. Capacitar a los estudiantes SAR en el manejo efectivo del software de geometría dinámica GeoGebra.	GeoGebra.	**Taller 1** Conociendo GeoGebra. **Objetivos a trabajar:** • Definición de GeoGebra. • Novedades de la aplicación y práctica.
2. Introducir la modelación matemática como herramienta del análisis de situaciones en el entorno SAR.	Modelación matemática.	**Taller 2:** Modelación matemática. **Objetivos a trabajar:** • Definición de Modelación. • Modelación matemática. • Aplicaciones de la modelación matemática. • Práctica
3. Diseñar estrategias que utilice la TIC y modelación como base para adquirir procedimientos y ser aplicado en el campo laboral a los futuros Licenciados en Aeronáutica Civil	Estrategia didáctica TIC Modelación	**Taller 3:** Razones trigonométricas, TIC y Modelación. **Objetivos a trabajar:** • Historia de las razones trigonométricas. • Definición de las razones trigonométricas.

mención Búsqueda y Salvamento		• Aplicación de las TIC para la resolución de problemas que involucre razones trigonométricas. • Aplicación de la modelación en la resolución de problemas que involucre razones trigonométricas: búsqueda de objeto mediante cuadros expansivos.

Fases de la Propuesta

Planificación del taller 1

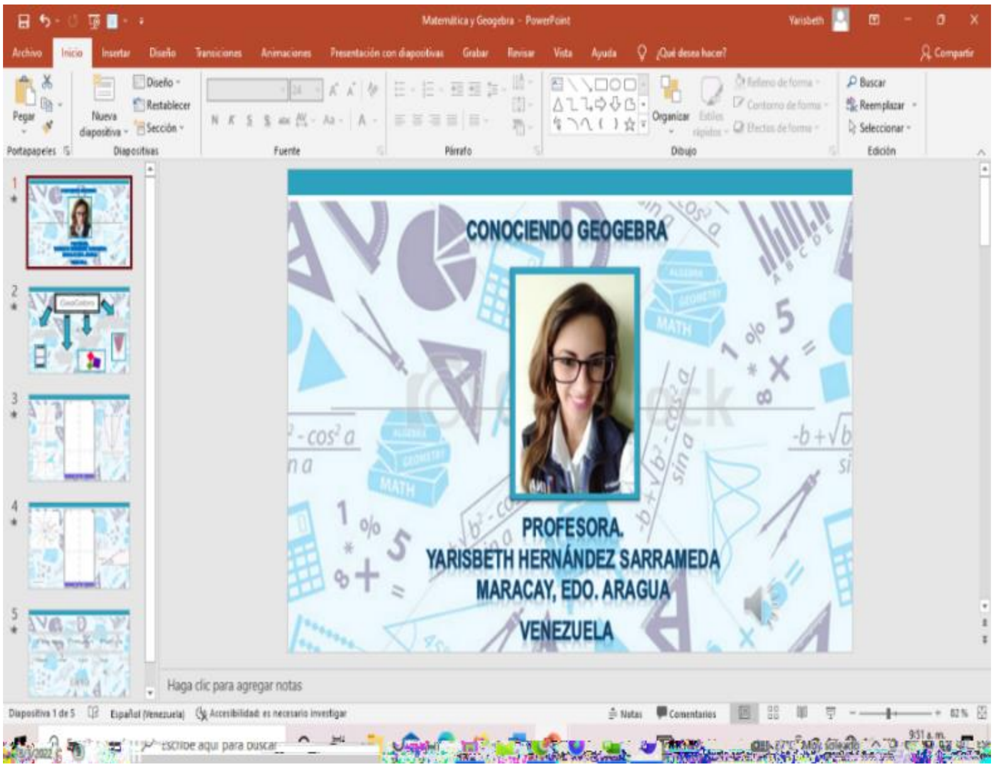
Cuadro 27.
Conociendo GeoGebra

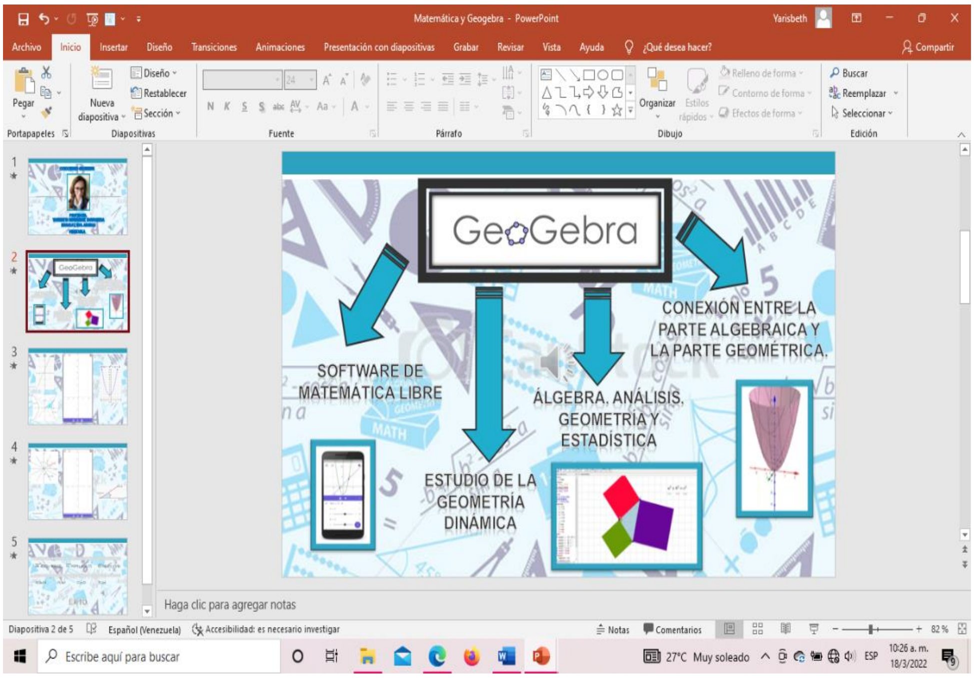
Objetivo general: Capacitar a los estudiantes SAR en el manejo efectivo del software de geometría dinámica GeoGebra. (Ver Anexo C)		
Objetivos Específicos/ Objetivos a Trabajar	**Estrategias didácticas**	**Recursos**
Objetivos específicos: **Conocer los beneficios del GeoGebra para los Servicios de Navegación Aérea.** **Objetivos a trabajar:** • **Bienvenida y presentación del taller.** • **Definición de GeoGebra.** • **Graficación de puntos en el plano cartesiano.** • **Graficación de vectores en el plano cartesiano.**	• La facilitadora presentará un vídeo de su propia autoría, enfocado en el software de Geometría dinámica GeoGebra. • Los estudiantes tendrán la oportunidad de realizar construcciones mediante GeoGebra, haciendo uso de las computadoras de la Biblioteca IUAC. • Los participantes realizarán operaciones algebraicas con vectores, comprobando su resultado en GeoGebra.	• Vídeo sobre el GeoGebra. • Guía • Vídeo Beam. • Computadoras. • Hojas de trabajo. • Lápiz • Borrador. • Hojas blancas. • Calculadora.

• **Operaciones algebraicas con vectores.** • **Plano polar. Graficación de puntos en el plano polar.** • **Transformación de coordenadas (Analíticamente, Gráficamente y Tecnológicamente)**	• Realizarán transformaciones de coordenadas (polares-cartesianas y cartesianas-polares) de manera analítica, gráfica y tecnológicamente.	

Evaluación

- Graficación de puntos y vectores utilizando el GeoGebra.
- Transformación de coordenadas (Cartesianas- Polares y Polares-Cartesianas).
- Operaciones algebraicas con vectores.





Planificación del taller 2

Cuadro 28.
Modelación matemática

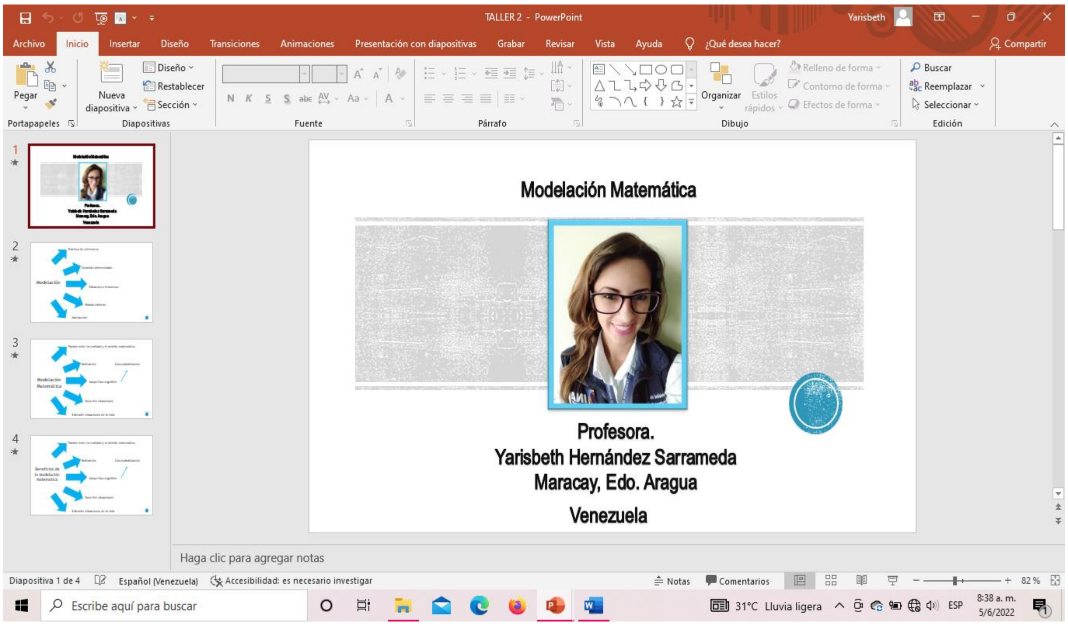
Objetivo general: Introducir la modelación matemática como herramienta del análisis de situaciones en el entorno SAR. (Ver anexo D)		
Objetivos Específicos/ Objetivos a Trabajar	**Estrategias didácticas**	**Recursos**
Objetivos específicos Analizar la modelación matemática, como estructura didáctica. **Objetivos a trabajar:** • Bienvenida y presentación del taller. • Definición de Modelación. • Definición de modelación matemática.	• La facilitadora presentará un vídeo de su propia autoría, enfocado en la modelación matemática. • Se ejecutará una actividad que involucra la triangulación, utilizando cartas aeronáuticas para la búsqueda de una aeronave.	• Vídeo sobre el Modelación matemática. • Vídeo Beam. • Hojas. • Lápiz y Borrador • Brújula • Escuadras.

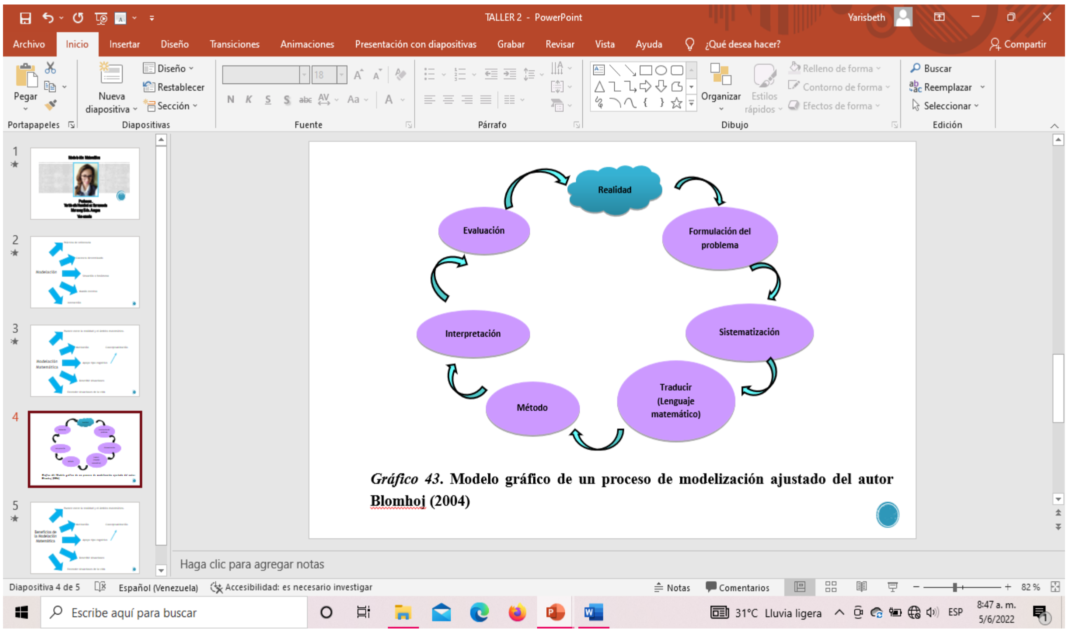
- Beneficios de la modelación matemática.

- Triangulación como proceso de modelación.

Evaluación

- Triangulación para la ubicación de una aeronave utilizando las cartas aeronáuticas.



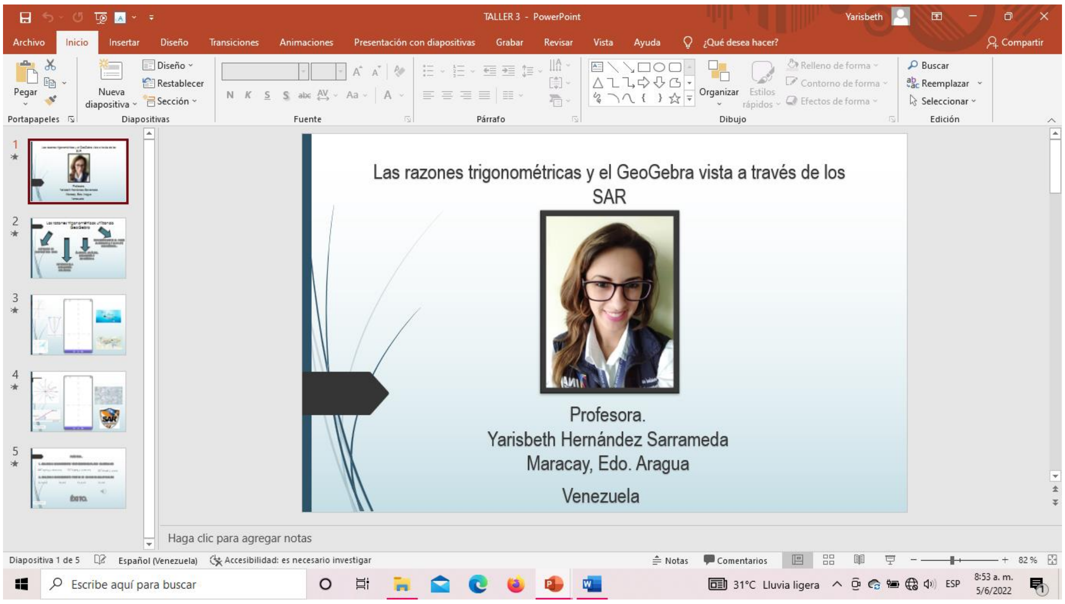


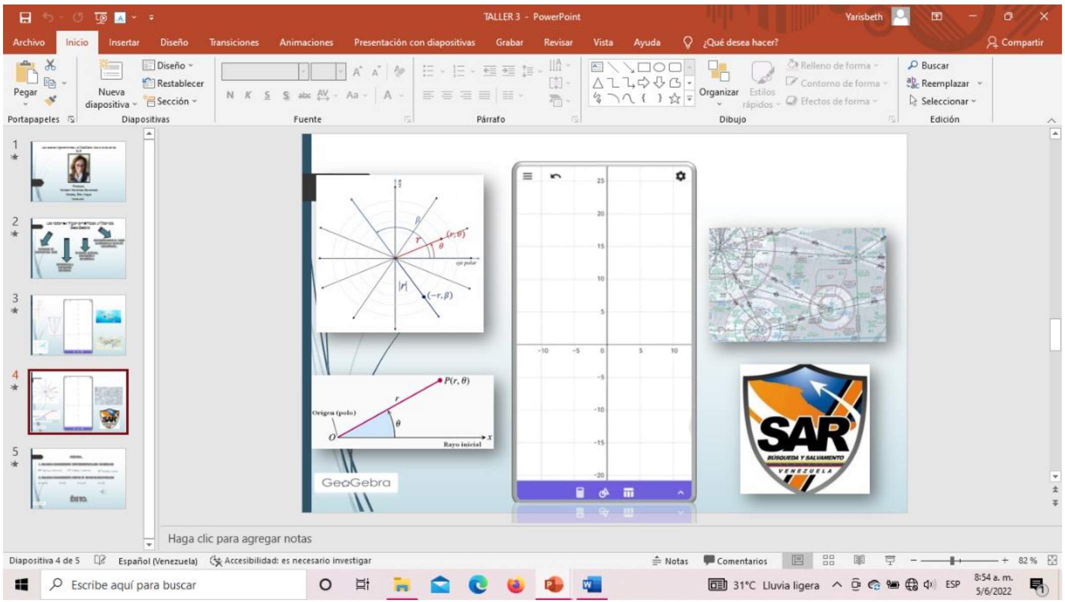
Planificación del taller 3

Cuadro 29.
Las Razones Trigonométricas y el Geogebra vista a través de los SAR

Objetivo general: Diseñar estrategias que utilice la TIC y modelación como base para adquirir procedimientos y ser aplicado en el campo laboral a los futuros Licenciados en Aeronáutica Civil mención Búsqueda y Salvamento. (Ver anexo E)		
Objetivos Específicos/ Objetivos a Trabajar	**Estrategias didácticas**	**Recursos**
Objetivos específicos Aplicar la TIC y modelación para la resolución de problemas que involucre razones trigonométricas. **Objetivos a trabajar:** • Bienvenida y presentación del taller. • Historia de las razones trigonométricas. • Definición de las razones trigonométricas. • Aplicación de las TIC para la resolución de problemas que involucre razones trigonométricas. • Aplicación de la modelación en la resolución de problemas que involucre razones trigonométricas: búsqueda de objeto a lo largo de la trayectoria.	• La facilitadora presentará un vídeo de su propia autoría, enfocado en las razones trigonométricas y en la aplicación de las TIC y modelación para la resolución de problemas que involucre operaciones de rescate. • Se realizará una actividad que involucra la búsqueda de una aeronave dada su última ubicación. Graficando los puntos en el Geogebra.	• Vídeo sobre el Modelación matemática. • Vídeo Beam. • Hojas. • Lápiz. • Borrador. • Calculadora. • Computadoras.
Evaluación		
• Análisis de situaciones. • Manejo del Geogebra		

- Aplicación de las razones trigonométricas, utilizando la búsqueda de objetos a lo largo de la trayectoria.





REFERENCIAS

Abad, P y Huapaya, E (2009). *Guía para la presentación de gráficos estadísticos*. [Material en Línea]. Disponible: https://www.inei.gob.pe/media/MenuRecursivo/metodologias/libro.pdf

Abonia L. y Miranda W. (2017). *Un acercamiento histórico a las razones trigonométricas seno y coseno para la implementación de una actividad en el aula*. [Trabajo de grado online]. Disponible: http://funes.uniandes.edu.co/11099/1/Abonia2017Un.pdf

Alcalde, M (2010). *Importancia de los conocimientos matemáticos previos de los estudiantes para el aprendizaje de la didáctica de la matemática en las titulaciones de maestro en la Universitat Jaume I*. [Tesis Doctoral] Disponible: https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/10368/alcalde.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Arias, F (2006). *El proyecto de Investigación. Introducción a la metodología 6ta Edición*. [Material en Línea]. Disponible: https://books.google.co.ve/books?hl=es&lr=&id=W5n0BgAAQBAJ&oi=fnd&pg=PA11&dq=poblaci%C3%B3n+y+muestra+seg%C3%BAn+sampieri+2006&ots=kYjJ8jvqh4&sig=ptRhBn0JgsfWYo72VdlRfSDVY8I#v=onepage&q&f=false

Azcárate, C. (1997). *Si el eje de ordenadas es vertical, ¿qué podemos decir de las alturas de un triángulo?* [Material en Línea]. Disponible: https://redined.mecd.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/12965/023-030.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Álvarez, B. (2018). *Las Razones Trigonométricas: Una propuesta didáctica para su comprensión, a partir de un análisis histórico epistemológico*. [Material en Línea]. Disponible: https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/69848/43208708.2018.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Ballina, F (2004). *Paradigmas y perspectivas teórico-metodológicas en el estudio de la administración*. [Material en Línea]. Disponible: https://www.uv.mx/iiesca/files/2013/01/paradigmas2004-2.pdf

Barroso, R (2000). *El proceso de definir en matemáticas. Un caso: El Triángulo*. [Material en Línea]. Disponible: https://redined.educacion.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/23215/02124521v18n2p285.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Blomhoj, M. (2004). *Modelización Matemática - Una Teoría para la Práctica.* [Material en Línea]. Disponible:

https://www.famaf.unc.edu.ar/~revm/Volumen23/digital23-2/Modelizacion1.pdf

Burdiles, P. (2019). *Planificación y factibilidad de un proyecto de investigación clínica*. [Material en Línea]. Disponible: https://www.researchgate.net/publication/330781923_Planificacion_y_factibilidad_de_un_proyecto_de_investigacion_clinica

Campos, J (2016). *Los proyectos en la enseñanza matemática venezolana. El lazo afectivo de la matemática*. [Material en línea]. Disponible: file:///C:/Users/ERDA/Downloads/12639-27228-1-SM.pdf

Cervantes, L (2015). *Modelización matemática, Principios y aplicaciones*. [Material en línea (Facultad de Ciencias Físico Matemáticas Benemerita Universidad Autónoma de Puebla)]. Disponible: https://www.fcfm.buap.mx/assets/docs/publicaciones/Modeliza.pdf

Contreras, A (2000). *La enseñanza del análisis matemático en el bachillerato y primer curso de universidad. Una perspectiva desde la teoría de los obstáculos epistemológicos y los actos de comprensión*. [Material en línea (Actas de Congreso)]. Disponible: http://funes.uniandes.edu.co/1433/

Córdoba, F (2011). *La modelación en matemática educativa: una práctica para el trabajo de aula en ingeniería*. [Material en línea (Tesis para obtener el grado de maestría en Ciencias en Matemática Educativa)] Disponible: https://biblioteca.ucp.edu.co/ojs/index.php/Encuentros/article/view/3501

Corral, Y. (2009). *Validez y confiabilidad de los instrumentos de investigación para la recolección de datos*. [Material en Línea]. Disponible: http://servicio.bc.uc.edu.ve/educacion/revista/n33/art12.pdf

Cruz, I y Puentes, A (2012). *Innovación Educativa: Uso de las TIC en la enseñanza de la Matemática Básica. Revista de Educación Mediática y TIC*. [Material en línea]. Disponible: https://helvia.uco.es/xmlui/bitstream/handle/10396/11641/Edmetic_vol_1_n_2_9.pdf?sequence=1

Debárbora, N (2012). *El uso del GeoGebra como recurso educativo digital en la transposición didáctica de las funciones de proporcionalidad*. [Material en línea]. Disponible: https://cedoc.infd.edu.ar/wp-content/uploads/2020/02/Debarbora_ok_1.pdf

Del Puerto, S (2004). *Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas*. [Revista Iberoamericana de Educación (Revista online)] Disponible: file:///C:/Users/ERDA/Downloads/1285Puerto%20(1).pdf

Escobar-Pérez, J. y Cuervo-Martínez, A. (2008). *Validez de contenido y juicio de expertos: una aproximación a su utilización*. [Material en línea]. Disponible:

http://www.humanas.unal.edu.co/psicometria/files/7113/8574/5708/Articulo3_Juicio_de_expertos_27-36.pdf

Falcón, J y Herrera, R (2005). *"Análisis del dato estadístico"*. [Material en Línea]. Disponible: http://files.pnfa-iuty-yaracuy.webnode.com.ve/200000046-c8762c96c2/Analisis%20del%20Dato%20Estadistico.pdf

Fernández, C. (2013). *Principales dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas. Pautas para maestros de Educación Primaria*. [(Resumen en Línea). Trabajo final de grado no publicado, Universidad Internacional de La Rioja Facultad de Educación España]. Disponible: https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1588/2013_02_04_TFM_ESTUDIO_DEL_TRABAJO.pdf?sequence=1

Gamboa, R (2007). *El uso de la tecnología en la enseñanza de la matemática*. [Artículo en línea] Disponible: file:///C:/Users/ERDA/Downloads/6890-Texto%20del%20art%C3%ADculo-9474-1-10-20130124.pdf

Gil, N; Guerrero, E y Blanco, L (2006). *El dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas. Revista Científica*. [Revista en Línea]. Disponible: https://www.redalyc.org/pdf/2931/293123488003.pdf

Guzmán, M. (1984). *El papel de la matemática en el proceso educativo inicial*. [Revista Summary (Revista en Línea)]. Disponible: https://core.ac.uk/download/pdf/38991034.pdf

Hernández, L (2013). *Software de geometría dinámica para Educación Primaria.* [Material en Línea]. Disponible: https://www.reformamatematica.net/wp-content/uploads/2020/06/Software-de-geometri%CC%81a-dina%CC%81mica-para-Educacio%CC%81n-Primaria.pdf

Hernández, R; Fernández, C y Baptista, P (1997). *Metodología de la investigación*. [Material en Línea]. Disponible: https://www.uv.mx/personal/cbustamante/files/2011/06/Metodologia-de-la-Investigaci%C3%83%C2%B3n_Sampieri.pdf

Jiménez, J (2017). *GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza aprendizaje en matemáticas*. [Revista Electrónica]. Disponible: file:///C:/Users/ERDA/Downloads/654-Texto%20del%20art%C3%ADculo-2631-1-10-20170120.pdf

Jiménez, J, Bonilla, J y Ponce, A (2016). *La Tecnología en el Proceso Enseñanza-Aprendizaje; relación fundamental en el desarrollo de innovación educativa contemporánea*. [Material en Línea]. Disponible: https://www.pedagogia.edu.ec/public/docs/Comision_7/la_tecnologia_en_el_proceso_ensenanza.pdf

Leal. B, Mata. G y Muñoz. S (2018). *El Teorema de Pitágoras: Historia y casos para triángulos no rectángulos, con mira a profesores de Educación Básica y Media*. [Revista Espacios. Material en Línea]. Disponible: http://www.revistaespacios.com/a18v39n43/a18v39n43p07.pdf

Manual de Trabajos de Grado de Especialización y Maestría y Tesis Doctorales. (2012) cuarta edición. Fondo Editorial de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador.

Manual IAMSAR (2013). Volumen II. [Material en Línea]. Disponible: https://higieneyseguridadlaboralcvs.files.wordpress.com/2012/09/imasar-2010-vol-2.pdf

Marroquín, R. (2012). *Metodología de la Investigación*. [Material en Línea]. Disponible: http://www.une.edu.pe/Titulacion/2013/exposicion/SESION-4-METODOLOGIA%20DE%20LA%20INVESTIGACION.pdf

Mateus, K. (2013) *"Una propuesta para la enseñanza de la trigonometría y la astronomía, desde los conceptos de razón, ángulo y cuerda, basada en la construcción de las tablas de cuerdas del Almagesto de Ptolomeo"*. [Material en Línea]. Disponible: https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/21905/01186836.2013.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Mena, R; Escobar, T; Haro, E; Córdova, M y Merino, V (2017) *"Estadística Básica I"*. [Material en Línea]. Disponible: http://www.dspace.uce.edu.ec/bitstream/25000/21017/1/Estad%C3%ADstica%20b%C3%A1sica%20I.pdf

Mendoza, J. (2016). *Análisis didáctico de las razones y funciones trigonométricas en la formación de futuros docentes de matemática*. [Trabajo de grado de maestría no publicado. Universidad Pedagógica Experimental Libertador].

Molina J. y Villa J. (2013). *La modelación en la producción de conocimiento matemático: el caso de la función seno*. [Revista Científica (Revista Online)] Disponible: https://scholar.google.es/scholar?hl=es&lr=lang_es&as_sdt=0%2C5&q=La+modelaci%C3%B3n+en+la+producci%C3%B3n+de+conocimiento+matem%C3%A1tico%3A+el+caso+de+la+funci%C3%B3n+seno&btnG=

Molina J, Villa J y Suárez L (2018). *La modelación en el aula como un ambiente de experimentación-con graficación y tecnología. Un estudio con funciones trigonométricas*. [Revista Latinoamericana de Etnomatemática (Revista Online)] Disponible: https://scholar.google.es/scholar?hl=es&lr=lang_es&as_sdt=0%2C5&q=La+modelaci%C3%B3n+en+el+aula+como+un+ambiente+de+experimentaci%C3%B3n-con+graficaci%C3%B3n+y+tecnolog%C3%ADa.+Un+estudio+con+funciones+trigonom%C3%A9tricas&btnG=

Peña, C y Vargas, J. (2015). *Unidad didáctica para la enseñanza de las funciones trigonométricas en la educación media utilizando el modelo de Van Hiele*. Trabajo de grado. [Trabajo en línea]. Disponible: https://repositorio.unillanos.edu.co/bitstream/001/346/1/TESIS%20JULIAN.pdf

Pérez, A (2005). *El conocimiento matemático*. [Material en Línea]. Disponible: https://www.guao.org/sites/default/files/biblioteca/Nro01_El_conocimiento_matematico.pdf

Ramos, C (2015). *Los paradigmas de la investigación científica*. [Material en línea]. Disponible: http://www.unife.edu.pe/publicaciones/revistas/psicologia/2015_1/Carlos_Ramos.pdf

Rico, L. (2000). *Didáctica de la matemática e investigación*. [Material en línea]. Disponible: file:///C:/Users/ERDA/Downloads/Didactica_de_la_Matematica_e_investigacion.pdf

Ricoy, M y Couto, M (2018). *Desmotivación del alumnado de secundaria en la materia de matemáticas*. Revista Electrónica de Investigación Educativa [Revista en línea]. Disponible: https://www.researchgate.net/publication/327534430_Desmotivacion_del_alumnado_de_secundaria_en_la_materia_de_matematicas/fulltext/5b93c521299bf1473928824e/Desmotivacion-del-alumnado-de-secundaria-en-la-materia-de-matematicas.pdf

Rodríguez, L (2017). *GeoGebra como recurso educativo para la enseñanza de las matemáticas en educación superior*. [Material en Línea]. Disponible: https://repository.unimilitar.edu.co/bitstream/handle/10654/17042/RodriguezUribeLuisaAlejandra2017.pdf?sequence=2&isAllowed=y

Rodríguez, M (2016). *La función social de la enseñanza de la matemática desde la matemática-cotidianidad- y pedagogía integral*. Revista Eleuthera [Revista online] Disponible: http://vip.ucaldas.edu.co/eleuthera/downloads/Eleuthera15_3.pdf

Roumieu, S (2014). *La importancia de las funciones en la formulación de modelos matemáticos utilizando tecnología: implementación del modelo 1 a 1*. [Material en línea] (Congreso Iberoamericano). Disponible: file:///C:/Users/ERDA/Downloads/874.pdf

Sánchez A. (2010). *Estrategias didácticas para el aprendizaje de los contenidos de trigonometría empleando las TICs*. Revista Electrónica de Tecnología Educativa. [Revista Online] Disponible: https://www.edutec.es/revista/index.php/edutec-e/article/view/443

Suárez, Y (2018). *Integración de la web social a la formación inicial de docentes de matemática*. Revista Tendencia e Innovación en la Sociedad Digital [Revista en Línea]. Disponible: https://drive.google.com/file/d/18HIzk5bXLZe3JBL_ADctzEC5o3LMbIMe/view

Torres, C y Racedo, D (2014). *Estrategia didáctica mediada por el software geogebra para fortalecer la enseñanza- aprendizaje de la geometría en* *estudiantes de 9° de básica secundaria*. [Material en Línea]. Disponible: https://repositorio.cuc.edu.co/bitstream/handle/11323/1284/Estrategia%20did%C3%A1ctica%20mediada%20por%20el%20software.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Trejo, C. (2020). *Validación Con Juicio de Experto*. [Documento en línea]. Disponible: https://es.scribd.com/document/457110444/VALIDACION-CON-JUICIO-DE-EXPERTO-EJEMPLO-docx

ANEXOS

ANEXO A

Ficha de Validez de Contenido

FICHA DE VALIDEZ DE CONTENIDO

(Juicio de Experto)

TÍTULO DE LA INVESTIGACIÓN:

Propuesta didáctica para la enseñanza de razones y proporciones trigonométricas, basada en las TIC y en la modelación**.**

OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN:

Diseñar una propuesta didáctica basada en tecnología y modelación para el estudio de las Razones Trigonométricas, dirigida a los Licenciados en Aeronáutica Civil mención Búsqueda y Salvamento (SAR) formados en el Instituto Universitario de Aeronáutica Civil (IUAC-Maracay).

JUICIO DE EXPERTO:

1. La opinión que usted brinde es personal y sincera.
2. Marque con un aspa “X” dentro del Cuadro de Valoración, solo una vez por cada criterio, el que usted considere su opinión sobre el cuestionario.

1: Muy Malo
2: Malo
3: Regular
4: Bueno
5: Muy Bueno

N°	CRITERIOS	VALORACIÓN				
		1	2	3	4	5
1	**Claridad:** Esta formulado con el lenguaje apropiado y comprensible					
2	**Objetividad:** Permite medir hechos observables					
3	**Actualidad:** Adecuado al avance de la ciencia y la tecnología					
4	**Organización:** Presentación ordenada					
5	**Suficiencia:** Comprende los aspectos en cantidad y claridad					
6	**Pertinencia:** Permite conseguir datos de acuerdo a objetivos					
7	**Consistencia:** Permite conseguir datos basados en modelos teóricos					
8	**Coherencia:** Hay coherencia entre las variables, indicadores e ítems					
9	**Metodología:** La estrategia responde al propósito de la investigación					

10	**Aplicación:** Los datos permiten un tratamiento estadístico pertinente					

OBSERVACIONES:
Muchas gracias por su respuesta.
Apellidos y Nombres del Juez Experto: ………………………………………………………………………………………
Especialidad de Juez Experto: ………………………………………………………………………………………………….
Grado del juez experto: ……………………………………………………………

……………………………………………………..
Firma del Juez Experto

VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO

PRÁCTICA CALIFICADA

Apellidos y nombres: ……….

Título de la Investigación: ……….

El presente instrumento fue puesto a consideración de dos expertos, todos ellos profesionales temáticos con amplia experiencia, según se detalla a continuación:

N°	JUECES EXPERTOS
1	
2	

CRITERIOS	JUECES		TOTAL
	J1	J2	
Claridad			
Objetividad			
Actualidad			
Organización			
Suficiencia			
Pertinencia			
Consistencia			
Coherencia			

Metodología			
Aplicación			
Total de opinión			

Total Máximo = (N° de criterios) x (N° de jueces) x (Puntaje máximo de Respuestas)

Cálculo del coeficiente de validez:

$$\boldsymbol{validez = \frac{total\ de\ opini\acute{o}n}{total\ M\acute{a}ximo}}$$

0,53 a menos	**Validez Nula**
0,54 a 0,59	**Validez Baja**
0,60 a 0,65	**Válida**
0,66 a 0,71	**Muy Válida**
0,72 a 0,99	**Excelente Validez**
1,00	**Validez Perfecta**

Conclusión:

…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
………………………………

ANEXO B

Confiabilidad del Instrumento

	PREGUNTAS																			
Individuos	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	
1																				0
2																				0
3																				0
4																				0
5																				0
6																				0
7																				0
8																				0
9																				0
10																				0
Totales	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
p																				
q																				
p*q																				
Σ(p*q)	0,00																			
σ^2	0,00																			
K	19																			

Donde:

K = Número de Ítems del instrumento

p= Porcentaje de personas que responde correctamente cada ítem.

q= Porcentaje de personas que responde incorrectamente cada ítem.

σ^2 = Varianza total del instrumento

$$r_{kr20} = \left(\frac{k}{k-1}\right)\left(1-\frac{\sum pq}{\sigma^2}\right)$$

KR-20	Interpretación
0,9 - 1	*EXCELENTE*
0,8 - 0,9	*BUENA*
0,7 - 0,8	*ACEPTABLE*
0,6 - 0,7	*DEBIL*
0,5 - 0,6	*POBRE*
< 0,5	*INACEPTABLE*

$\left(\frac{k}{k-1}\right)$ >

KR-20	0,00

$\left(1-\frac{\sum pq}{\sigma^2}\right)$ >

ANEXO C

Taller 1

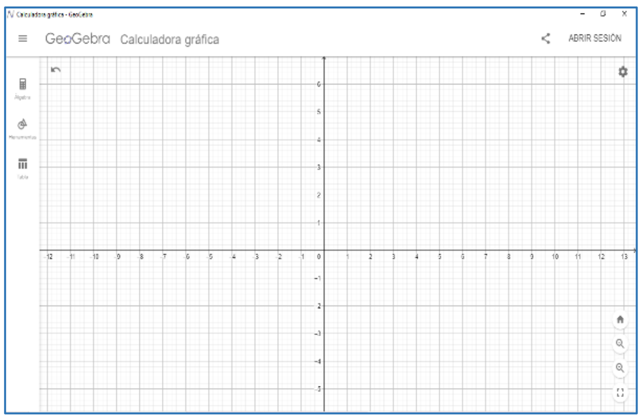
Conociendo GeoGebra

¿Qué es GeoGebra?

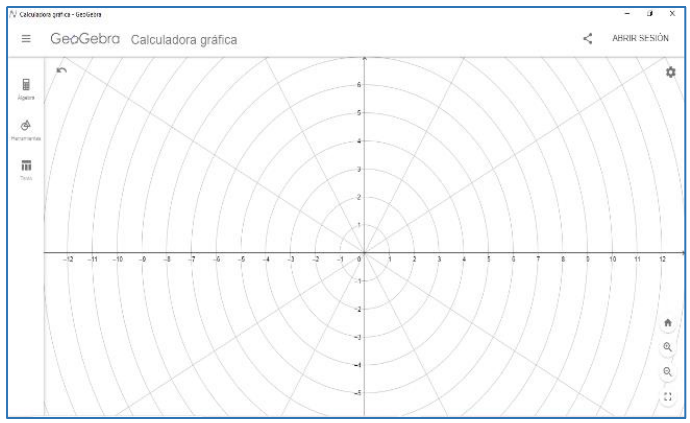
El GeoGebra es un software de matemática libre, aplicado principalmente para el estudio de la geometría dinámica. En él se combina el algebra, el análisis, la geometría y la estadística; una de sus principales características en la constante conexión entre la parte geométrica y la parte algebraica. Ofrece la posibilidad de la visión de un objeto en varias perspectivas, mostrando la gráfica y la representación algebraica. Permite construir de forma simple, puntos, segmentos, rectas, cónicas y gráfica de funciones. **URL para descargar**: http://www.geogebra.org/cms/es

Planos que ofrece GeoGebra

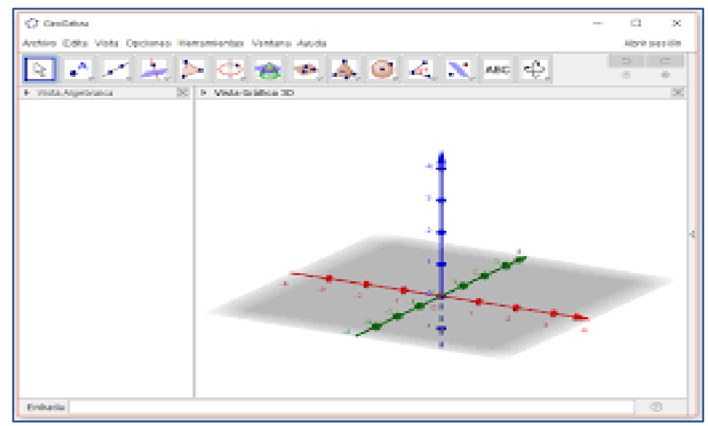
Coordenadas Cartesianas



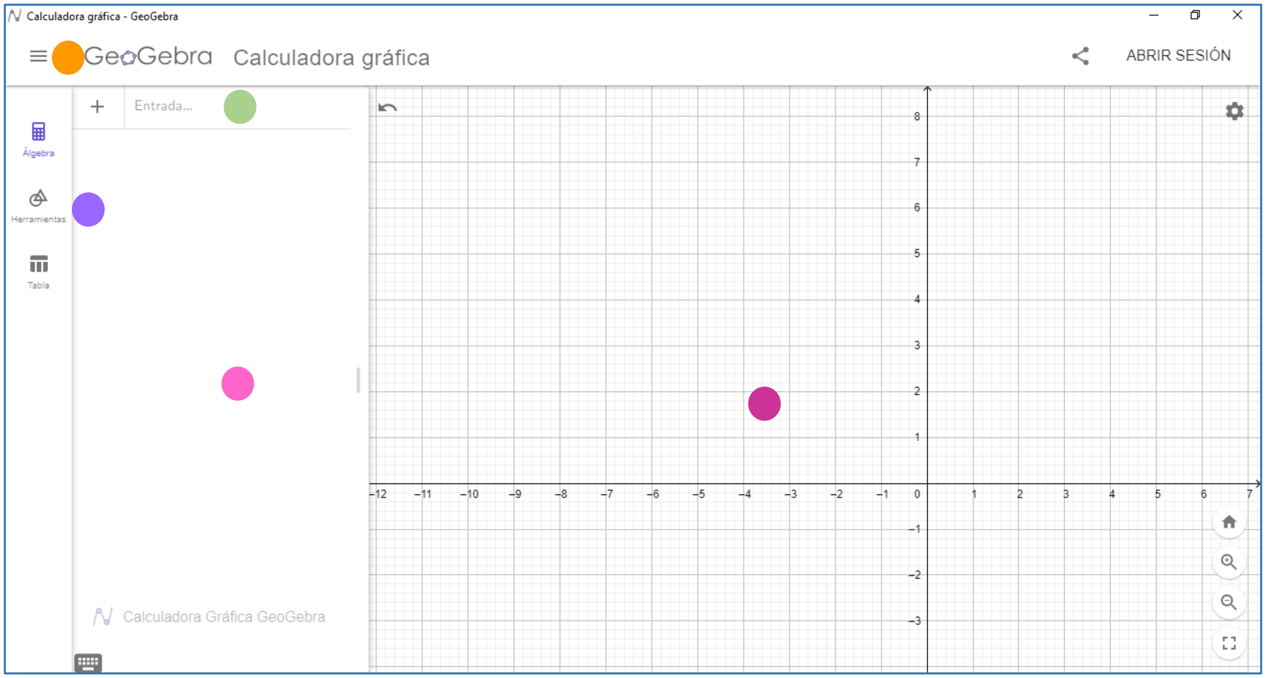
Coordenadas Polares



Coordenadas en el espacio



Nociones básicas (Pantalla principal)

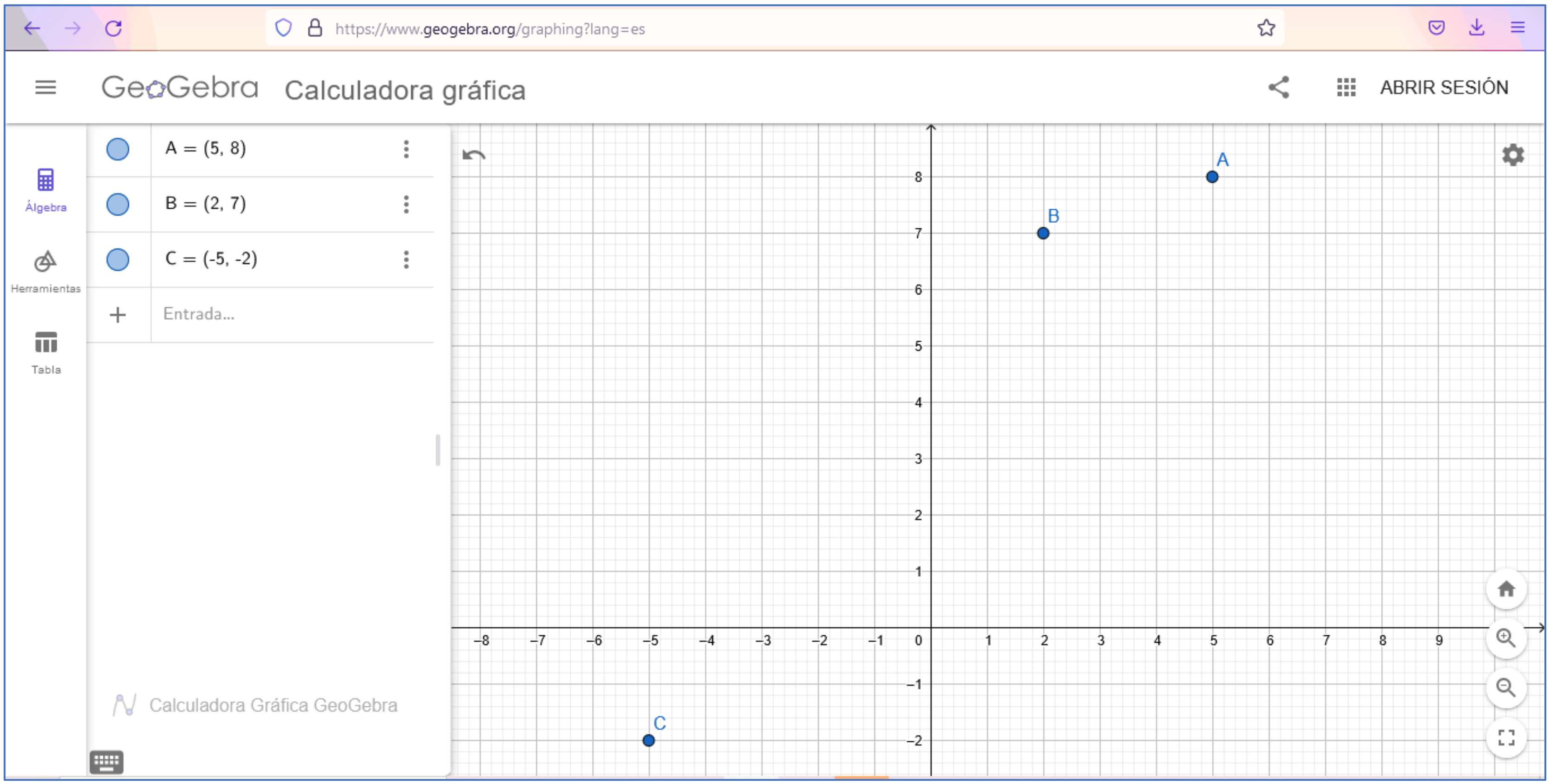


Barra de entrada **Herramientas** **Vista algebraica** **Vista gráfica** **Menú principal**

Barra de herramientas.

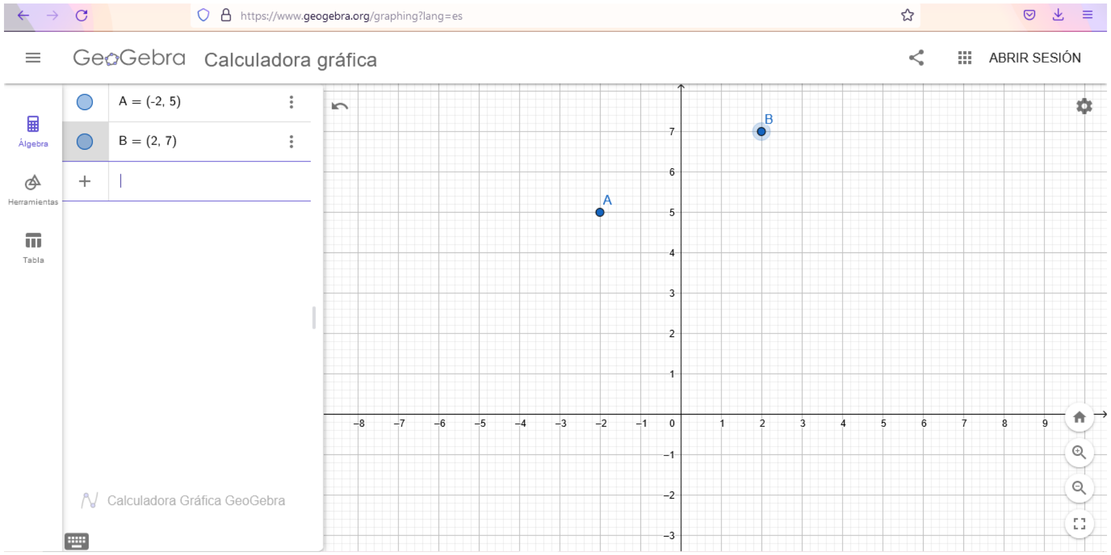
Graficación de puntos en el plano cartesiano

Para graficar puntos en GeoGebra, basta con colocar en la parte de entrada y entre paréntesis el punto que se desea graficar. El sistema automáticamente le asigna la letra correspondiente.

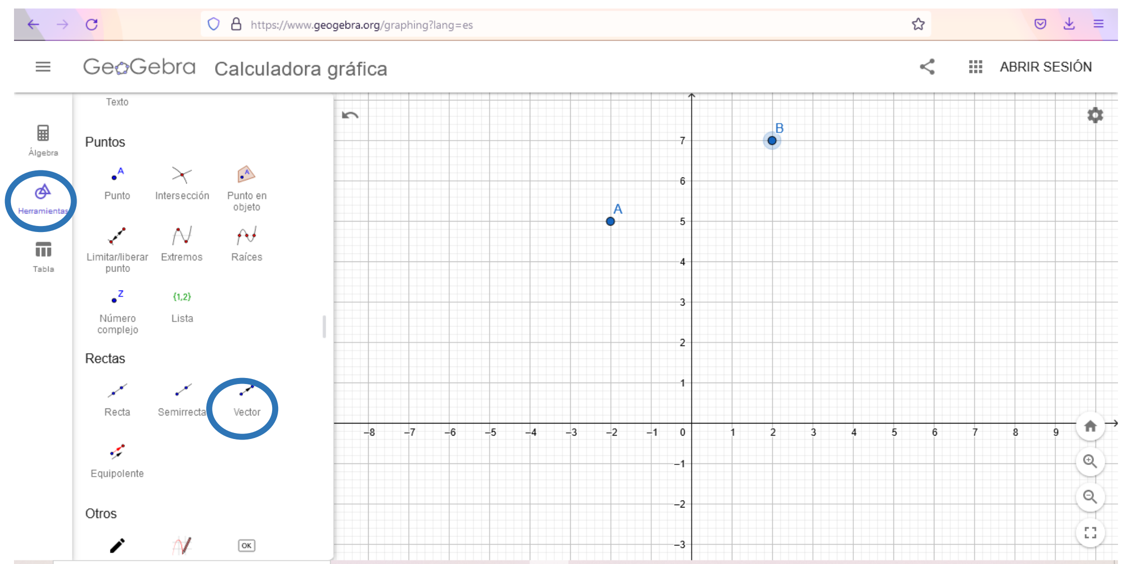


Graficación de vectores en el plano cartesiano

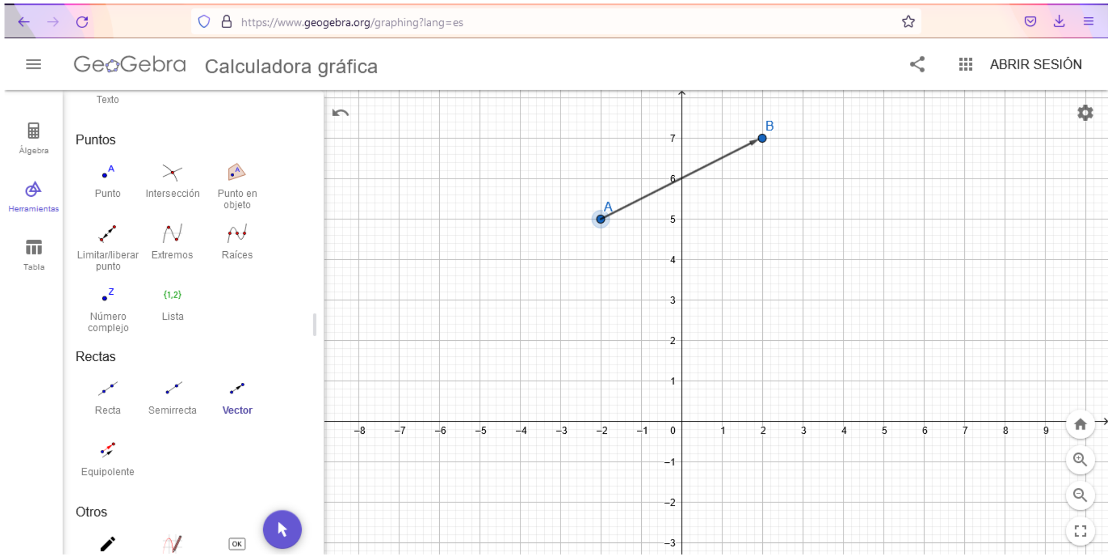
- Para graficar un vector, se traza dos puntos (origen y extremo).



- Dado los puntos, nos vamos a la parte de herramientas y buscamos el ítem de vector



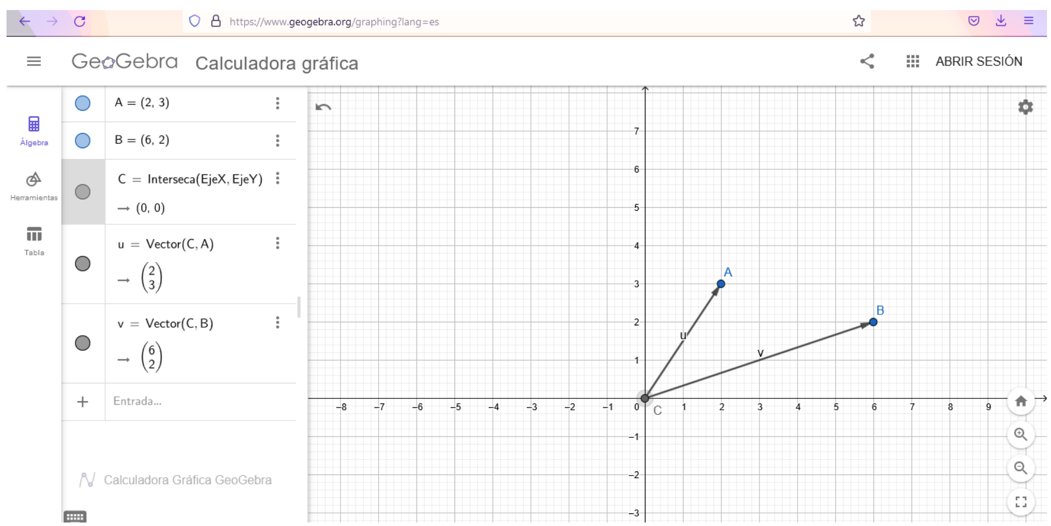
- Al hacer clic en vector, nos colocamos en el punto origen, y deslizamos hasta el punto extremo



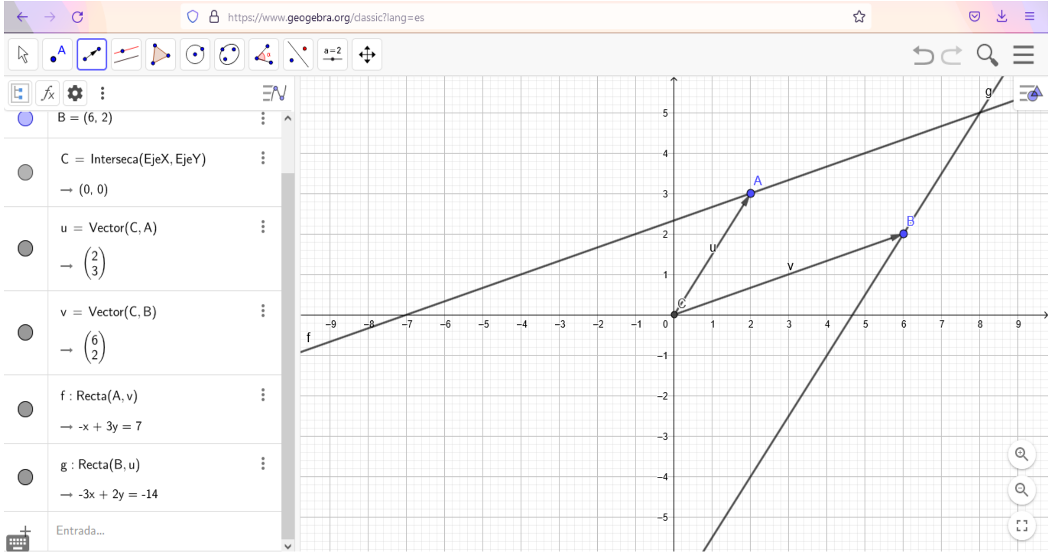
Operaciones con vectores en Geogebra

Suma (Geométricamente)

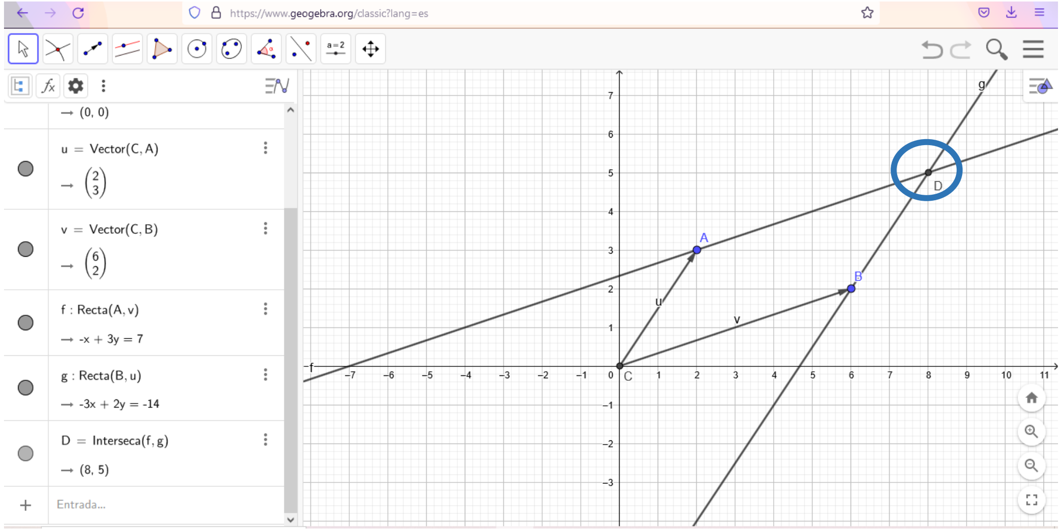
- Sea u y v dos vectores; entonces se tiene que:



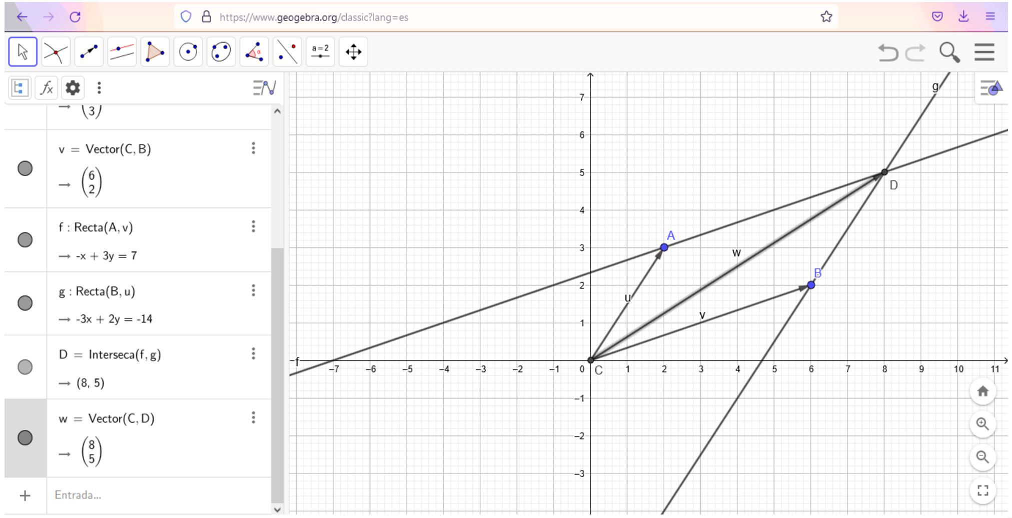
- Utilizando el método del paralelogramo, trazamos una recta paralela al vector v y una recta paralela al vector u.



- Se busca el punto de intersección entre las dos rectas paralelas. En este caso es el punto D

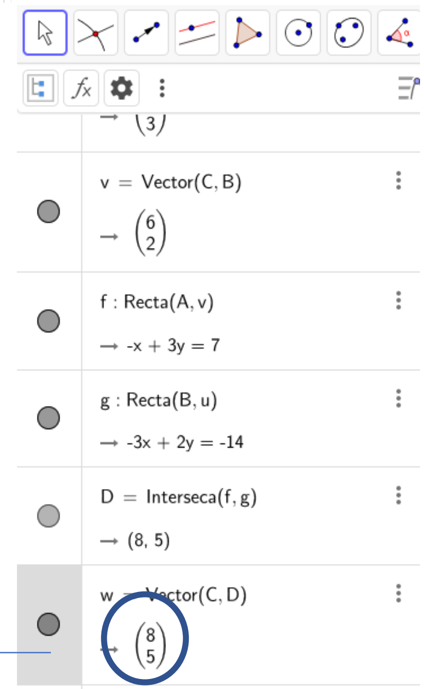


- Ahora se traza el $\overrightarrow{CD}$, dicho vector se puede escribir como: $\vec{u} + \vec{v} = \vec{w}$



Suma (Algebraicamente)

- El Geogebra brinda la oportunidad de realizar las operaciones de forma algebraica. En la parte de entrada, muestra el procedimiento realizado.



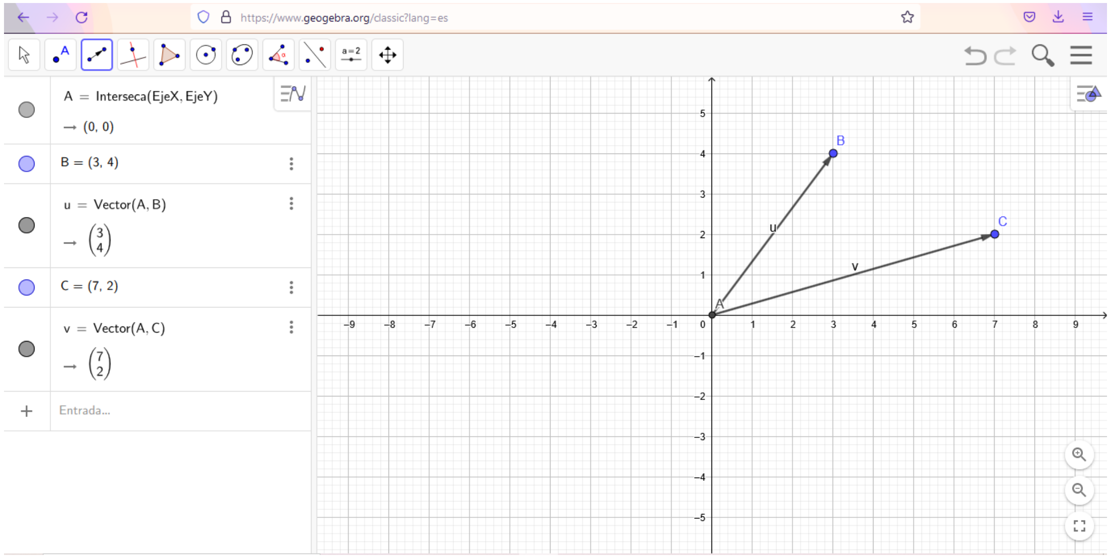
$$\vec{u} + \vec{v} = (2,3) + (6,2)$$

$$\vec{u} + \vec{v} = (2 + 6, 3 + 2)$$

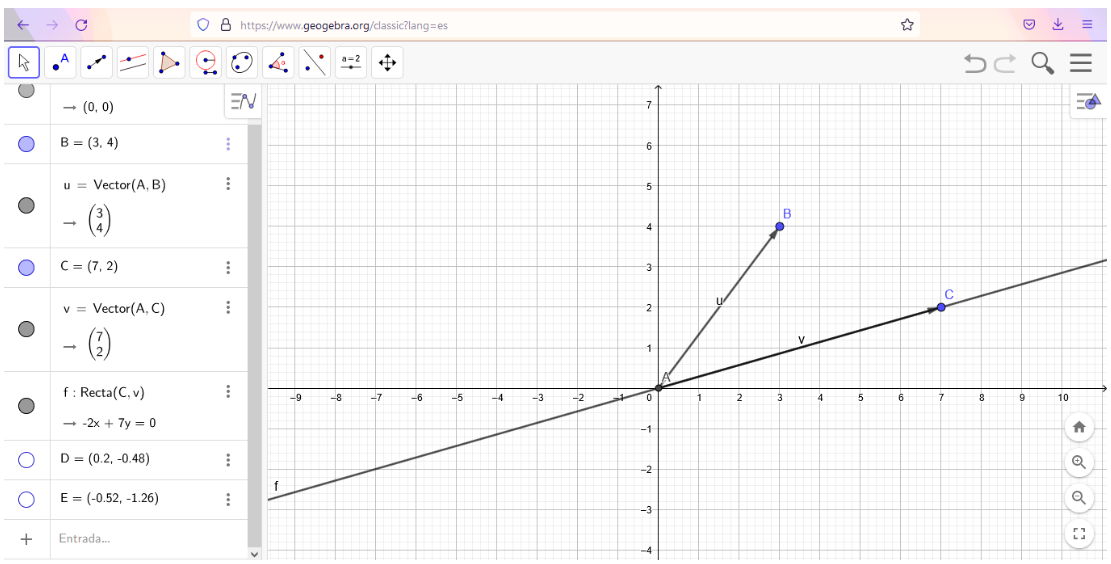
$$\vec{u} + \vec{v} = (8,5)$$

Resta (Geométricamente)

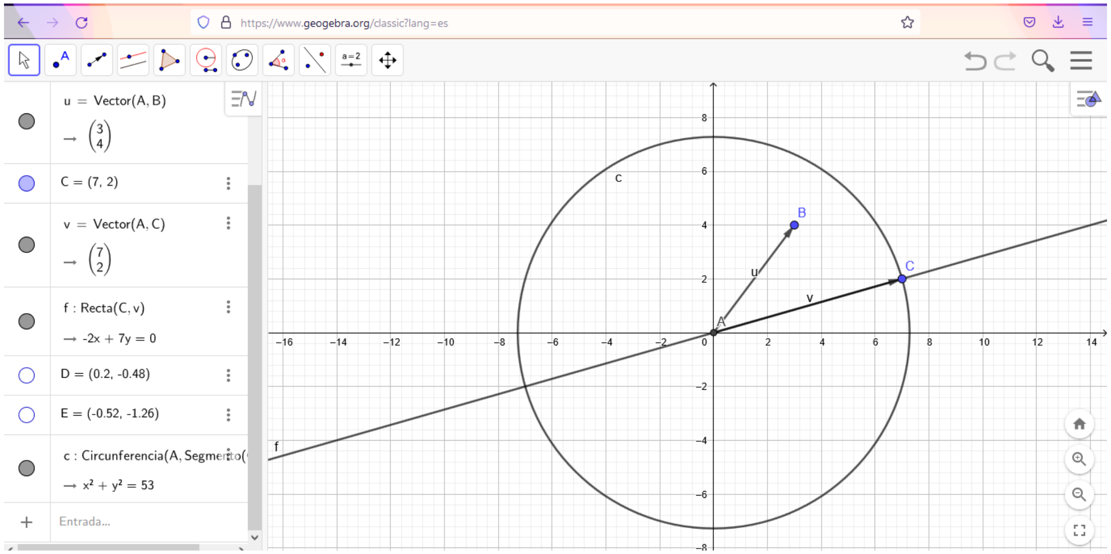
- Sea u y v dos vectores; $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$. Primero se traza los dos vectores



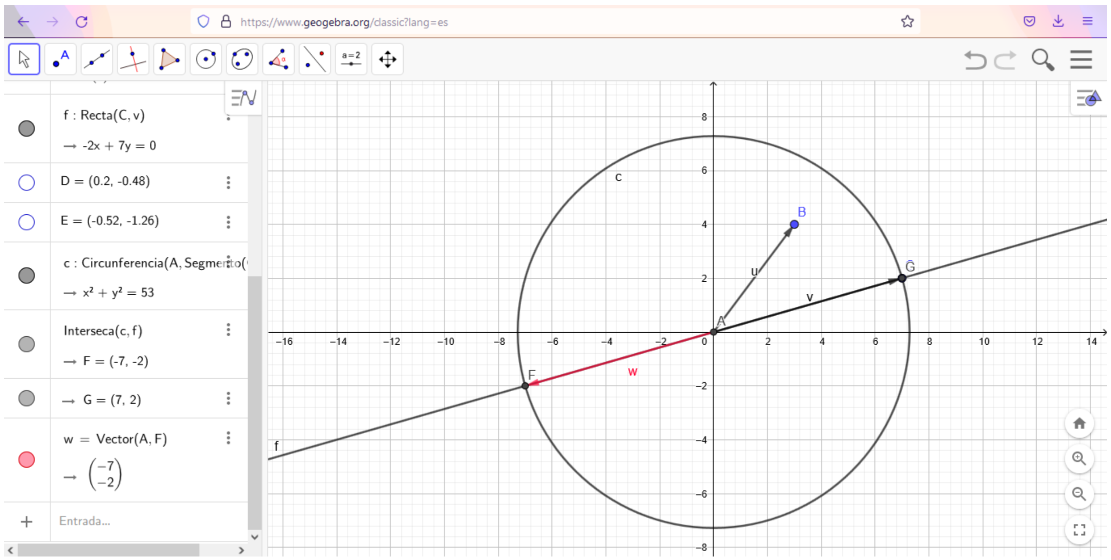
- Ahora se traza el opuesto del vector v, para ello primero se traza una recta que pasa por el vector v.



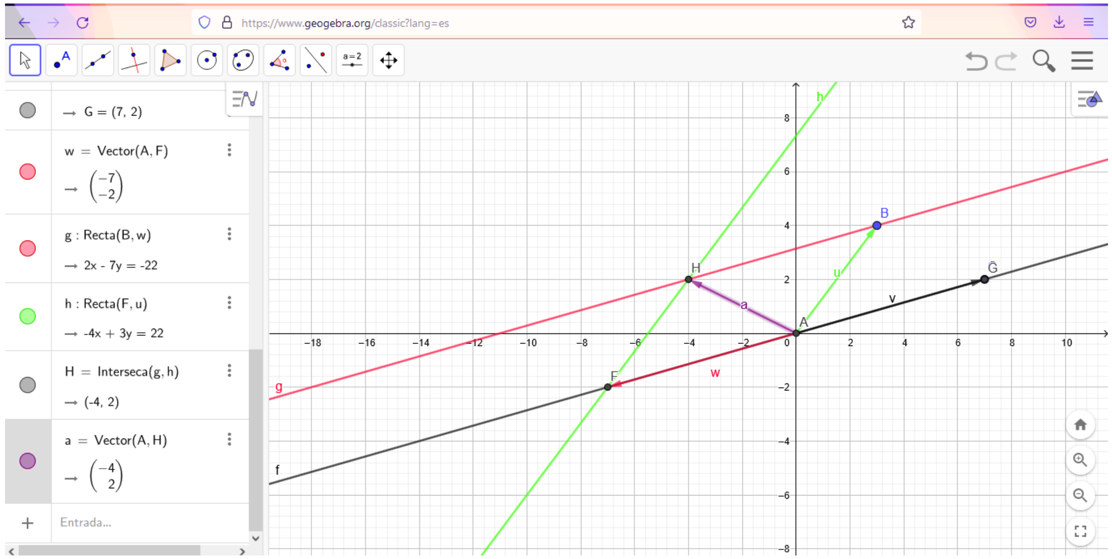
- Nos vamos a la parte de herramientas, y buscamos el control de compas. Con eso trazamos una circunferencia de radio igual al vector v



- Buscamos el punto de intersección entre la circunferencia y la recta trazada. Para posteriormente trazar un vector desde el origen hacia ese punto de intersección. Dicho vector es el opuesto del vector v.

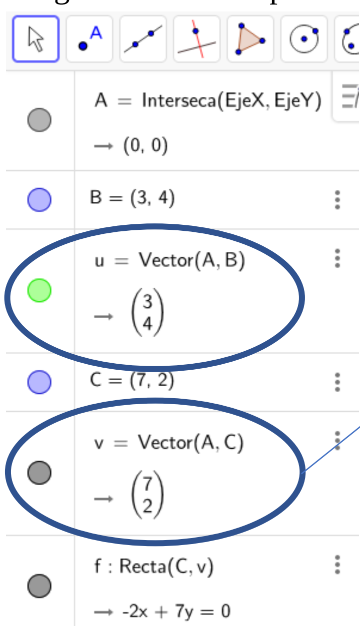


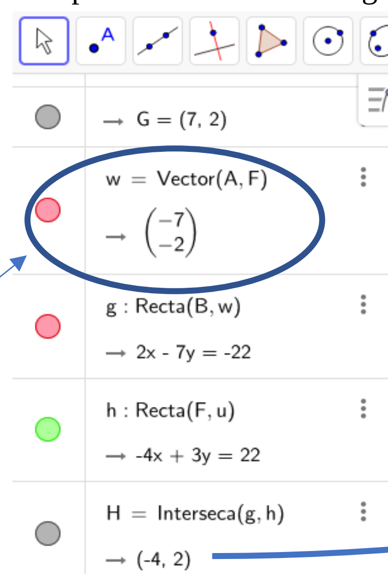
- Ahora, con el método del paralelogramo, calculamos $\vec{u} + (-\vec{v})$



Resta (Algebraicamente)

- El Geogebra brinda la oportunidad de realizar las operaciones de forma algebraica. En la parte de entrada, muestra el procedimiento realizado.





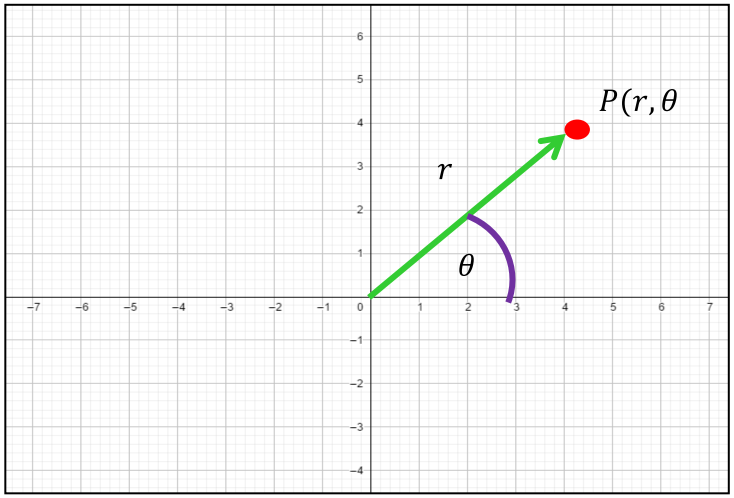
$$\vec{u} + (-\vec{v}) = (3,4) + (-7,-2)$$

$$\vec{u} + (-\vec{v}) = (3-7, 4-2)$$

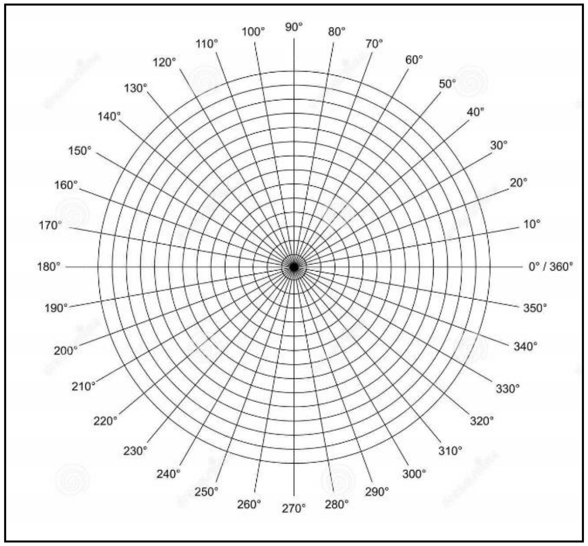
$$\vec{u} + (-\vec{v}) = (-4,2)$$

Coordenadas Polares

r ***Radio Vector*** θ ***Ángulo Polar*** $P(r,\ \theta)$



Plano Polar



Transformación de coordenadas Polares- Cartesianas

Para transformar un punto que está definido en coordenadas polar, a coordenadas cartesianas, basta con realizar los siguientes cambios:

$$x = r\cos\theta,\ \ y = r\sin\theta,\ \ \ x^2 + y^2 = r^2,\ \ \ \theta = arctg\left(\frac{y}{x}\right)$$

Ejemplo: Hallar las coordenadas rectangulares del punto P, cuyas coordenadas polares son (4, 120º)

$P(4,\ 120°)$

r θ

$x = r.Cos\theta$

$x = 4Cos120°$

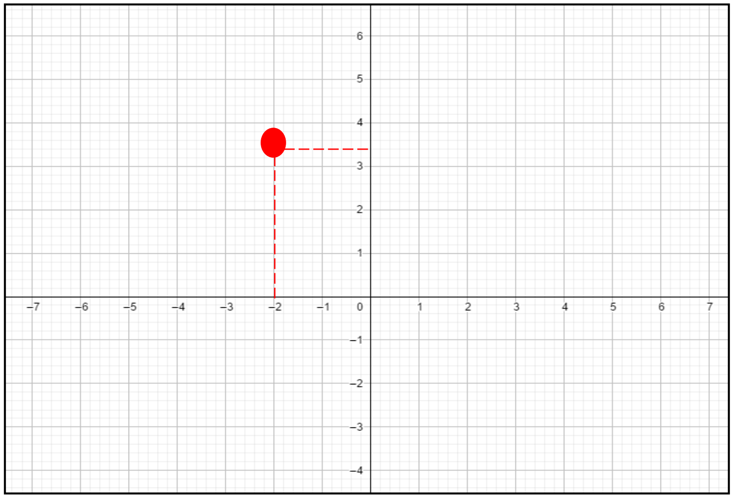
$\boldsymbol{x = -2}$

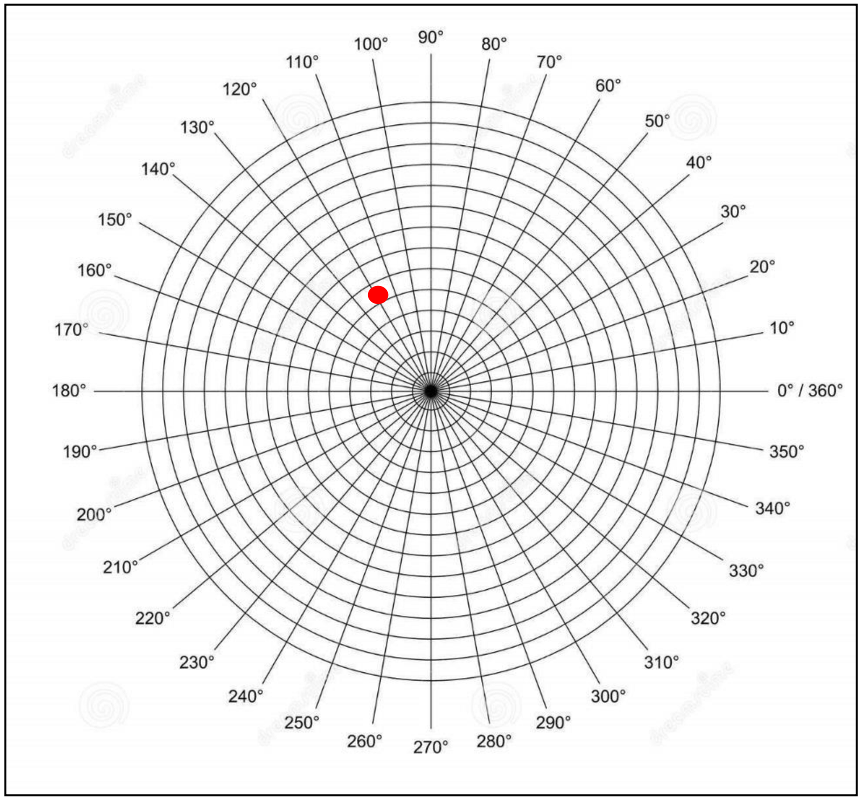
$y = r.Sen\theta$

$y = 4Sen120°$

$\boldsymbol{y = 2\sqrt{3}}$

$\boldsymbol{P(-2,\ 2\sqrt{3})}$





Transformación de coordenadas

Para transformar un punto que está definido en coordenadas cartesianas, a coordenadas polares, basta con realizar los siguientes cambios:

$$\boldsymbol{r = \pm\sqrt{x^2 + y^2}, \quad \sin\theta = \pm\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \cos\theta = \pm\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}}$$

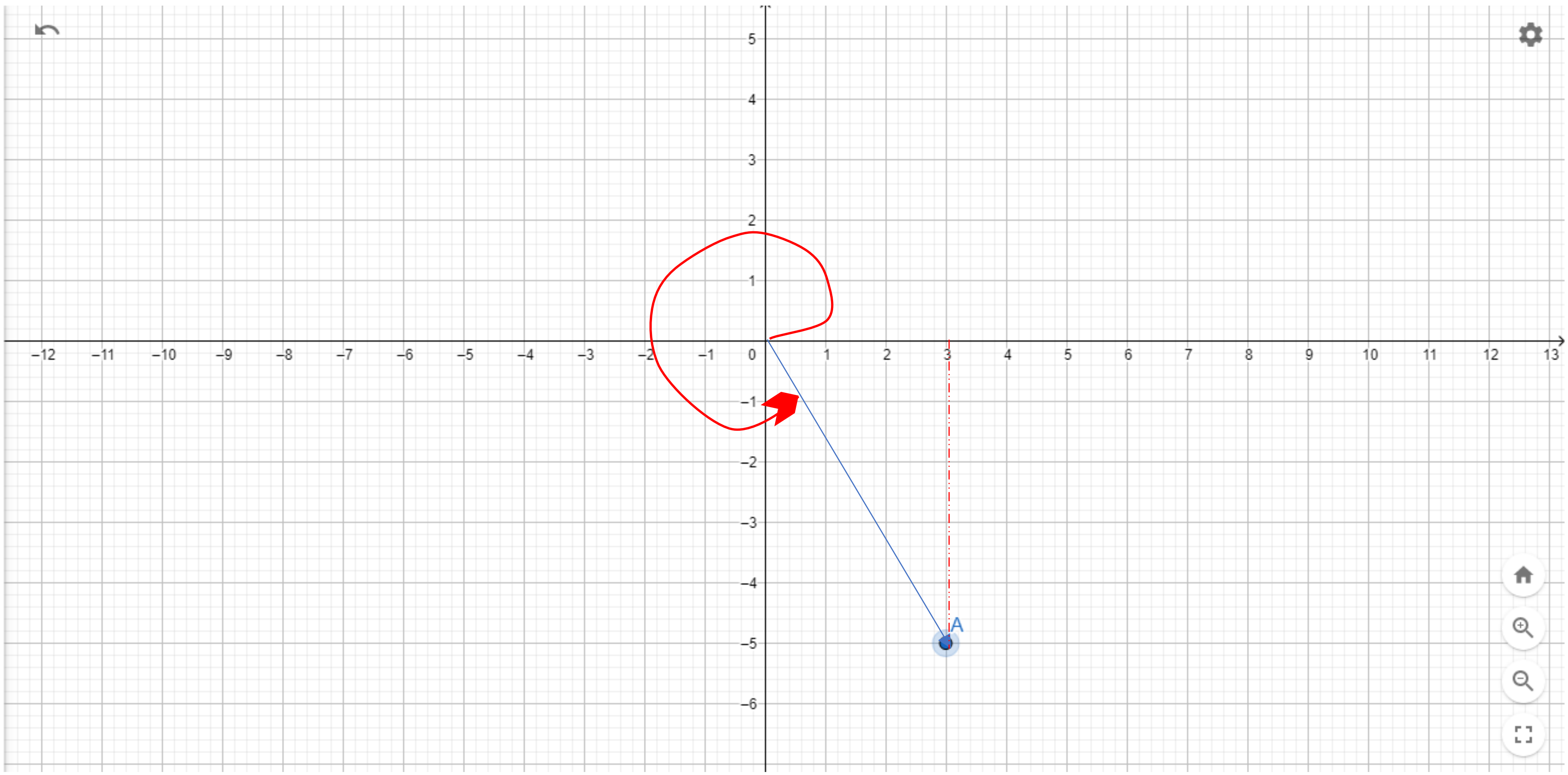
Ejemplo: Hallar las coordenadas polares del punto P, cuyas coordenadas rectangulares son (3, -5)

$$\boldsymbol{r = \pm\sqrt{x^2 + y^2}} \qquad r = \pm\sqrt{9 + 25} \qquad r = \pm\sqrt{34}$$

$$\boldsymbol{\theta = arctg\frac{y}{x}} \qquad \theta = arctg\left(-\frac{5}{3}\right) \qquad \theta = -59°2'$$

$$\theta = (-59°2') + 360° \qquad \theta = 300°58'$$

$$\boldsymbol{P(\sqrt{34},\ 300°58')}$$



Ejemplo: Hallar la ecuación polar del lugar geométrico, definido de la siguiente manera: $x^2+y^2-4x-2y+1=0$

$$\boldsymbol{r=\pm\sqrt{x^2+y^2},\quad \sin\theta=\pm\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}},\quad \cos\theta=\pm\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}}$$

$$x^2+y^2-4x-2y+1=0 \dashrightarrow \boldsymbol{r^2-4(rcos\theta)-2(rsen\theta)+1=0}$$

Ejemplo: Hallar la ecuación rectangular del lugar geométrico, definido de la siguiente manera: $r=\frac{2}{1-\cos\theta}$

$$\boldsymbol{x=r\cos\theta,\quad y=r\sin\theta,\quad x^2+y^2=r^2,\quad \theta=arctg\left(\frac{y}{x}\right)}$$

$$r(1-cos\theta)=2$$

$$r-rcos\theta=2$$

$$\sqrt{x^2+y^2}-x=2$$

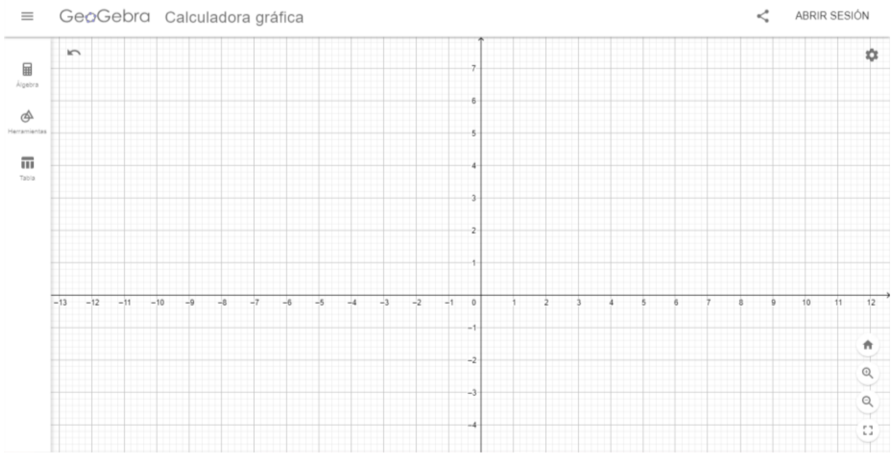
$$\sqrt{x^2+y^2}=x+2$$

$$\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^2=(x+2)^2$$

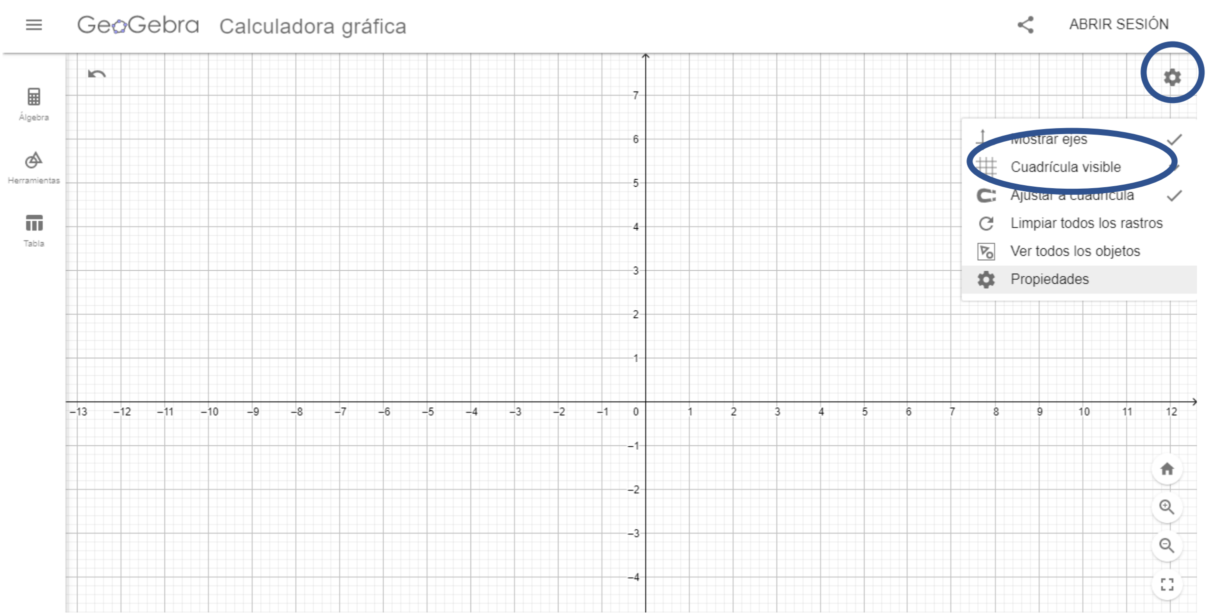
$$x^2+y^2=x^2+4x+4$$

$$\boldsymbol{y^2=4x+4}$$

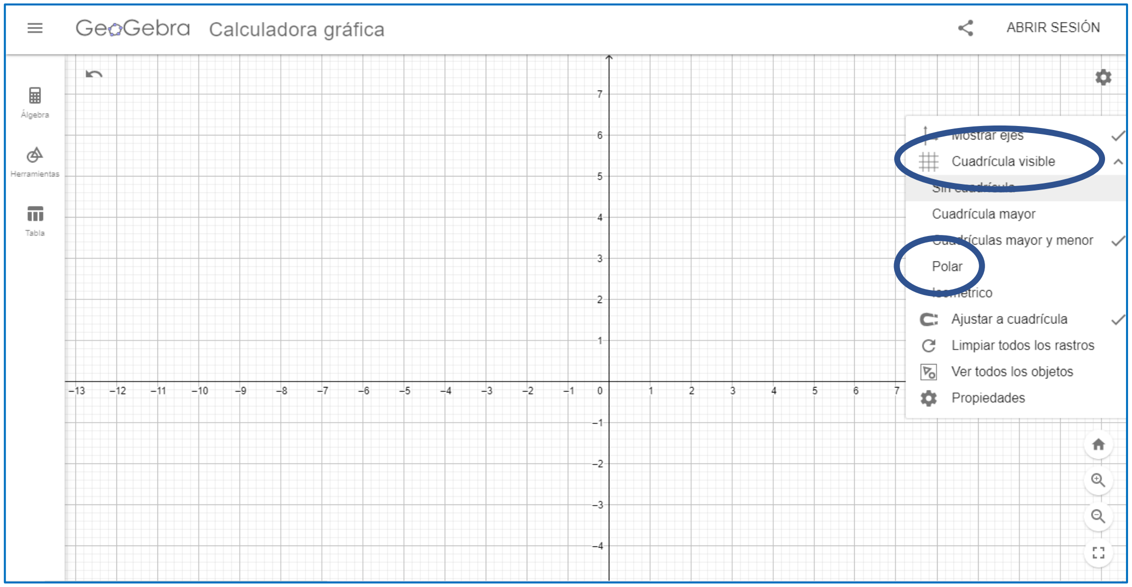
- Cuando se apertura la aplicación GeoGebra, tenemos el plano en coordenadas rectangulares (cartesianas)

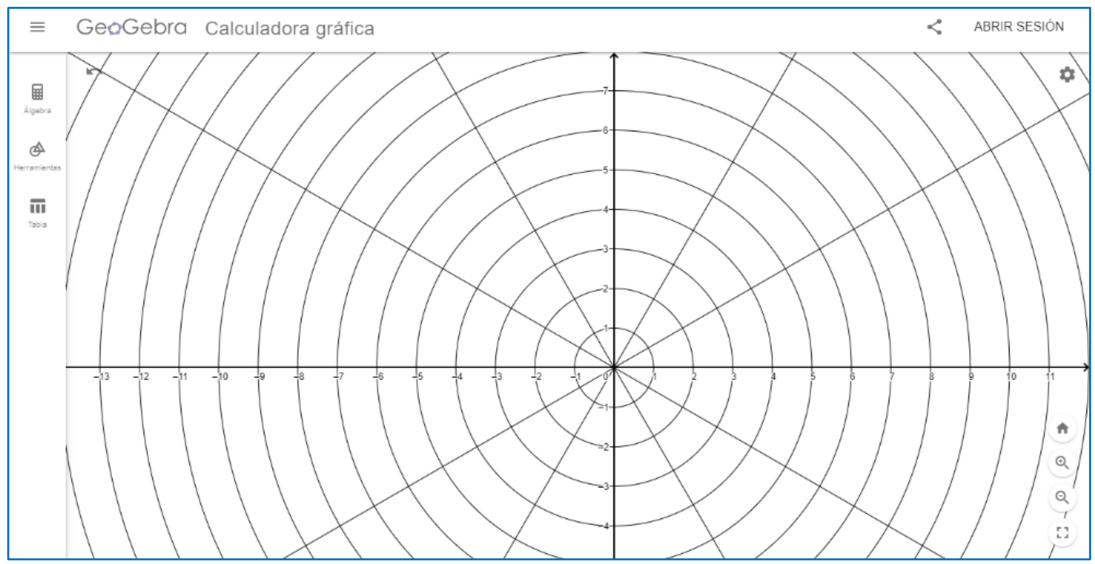


- Se hace clic, en la parte de propiedades, se despliega una ventanilla y nos vamos a la parte que dice cuadrícula visible.



- Al hacer clic en cuadrícula visible, se despliega una venta, hacemos clic donde dice Polar.


GeoGebra Calculadora gráfica
ABRIR SESIÓN
Álgebra
Herramientas
Tabla
Mostrar ejes
Cuadrícula visible
Sin cuadrícula
Cuadrícula mayor
Cuadrículas mayor y menor
Polar
Isométrico
Ajustar a cuadrícula
Limpiar todos los rastros
Ver todos los objetos
Propiedades


GeoGebra Calculadora gráfica
ABRIR SESIÓN

PRÁCTICA 1

1.) Graficar los siguientes puntos en el plano polar que se adjunta:

a.) $(1, 135º)$ b.) $\left(-2, \frac{\pi}{3}\right)$ c.) $(3, 75º)$ d.) $\left(-4, \frac{2}{3}\pi\right)$ e.) $(5, 60º)$ f.) $\left(-2, \frac{7}{4}\pi\right)$ y g.) $(-4, 150º)$

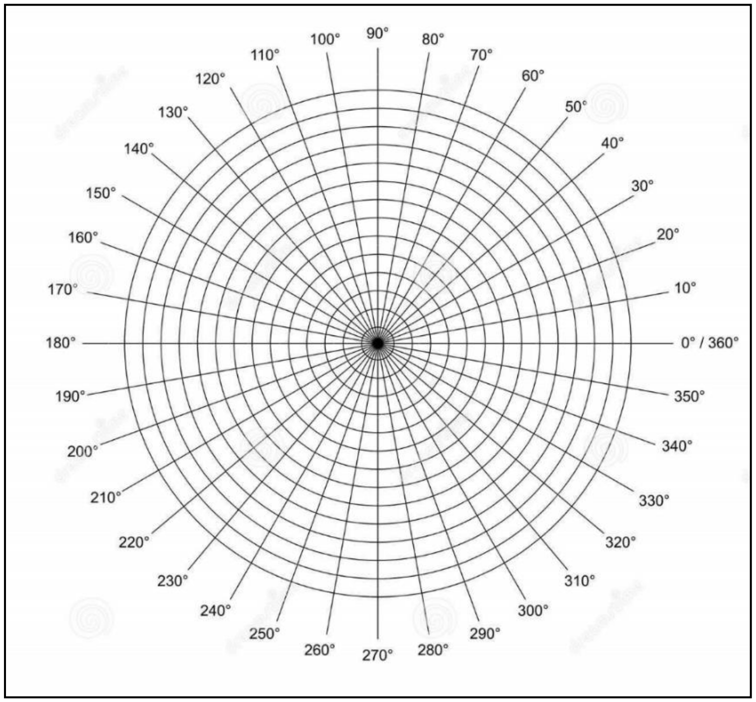
b.)

2.) Transformar las siguientes ecuaciones cartesianas, a ecuaciones polares.

$a.)\ x^2 + y^2 = 4 \quad b.)\ x^2 + y^2 - 2y = 0$

3.) Transformar las siguientes ecuaciones polares, a ecuaciones cartesianas.

$a.)\ r\cos\theta - 2 = 0 \quad b.)\ r - r\cos\theta = 4$



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

Lehmann, C. (1989). *Geometría analítica*. Editorial LIMUSA Material en Línea. Disponible en: https://www.cimat.mx/ciencia_para_jovenes/bachillerato/libros/[Lehmann]GeometriaAnalitica.pdf

Murcia, M. (2012). *Tutorial de GeoGebra: "GeoGebra apoyo tecnológico para la enseñanza del cálculo"*. Material en Línea. Disponible: http://funes.uniandes.edu.co/11845/1/Murcia2012Tutorial.pdf

ANEXO D

Taller 2

Modelación Matemática.

Taller 2
Modelación matemática

Objetivos

1.) Conseguir que el estudiante aplique conocimientos matemáticos en procesos de búsqueda y salvamento.

2.) Trabajar en la resolución de un problema de búsqueda y salvamento aplicando los procesos de modelación.

3.) Generar pensamientos críticos y reflexivos basados en situaciones que involucre operaciones de rescate.

Conceptos básicos

¿Qué es Modelación?

La modelación es un proceso que permite un aprendizaje basado en modelo, lo que supone una representación mental del objeto de modelización; es decir, llevar un conocimiento a la realidad. Su objetivo es de tipo pragmático, enfocado en la solución de problemas y comprensión del mundo real.

Modelación matemática.

La modelación matemática es el estudio riguroso y sistematizado de un objeto llevado a la realidad. En otras palabras, es el estudio de relaciones matemáticas utilizadas para solucionar una situación. La modelación matemática como proceso de enseñanza aprendizaje, consta de etapas que generan estrategias didácticas en un aula de clase.

Primeramente, se formula el problema; es decir, se plantea la situación que se desea solucionar, seguidamente se sistematiza los criterios relevantes para luego traducirlos al lenguaje matemático, de esta manera se genera un método que aporte resultados exactos de tal manera que se pueda realizar una interpretación para la evaluación de la validez.

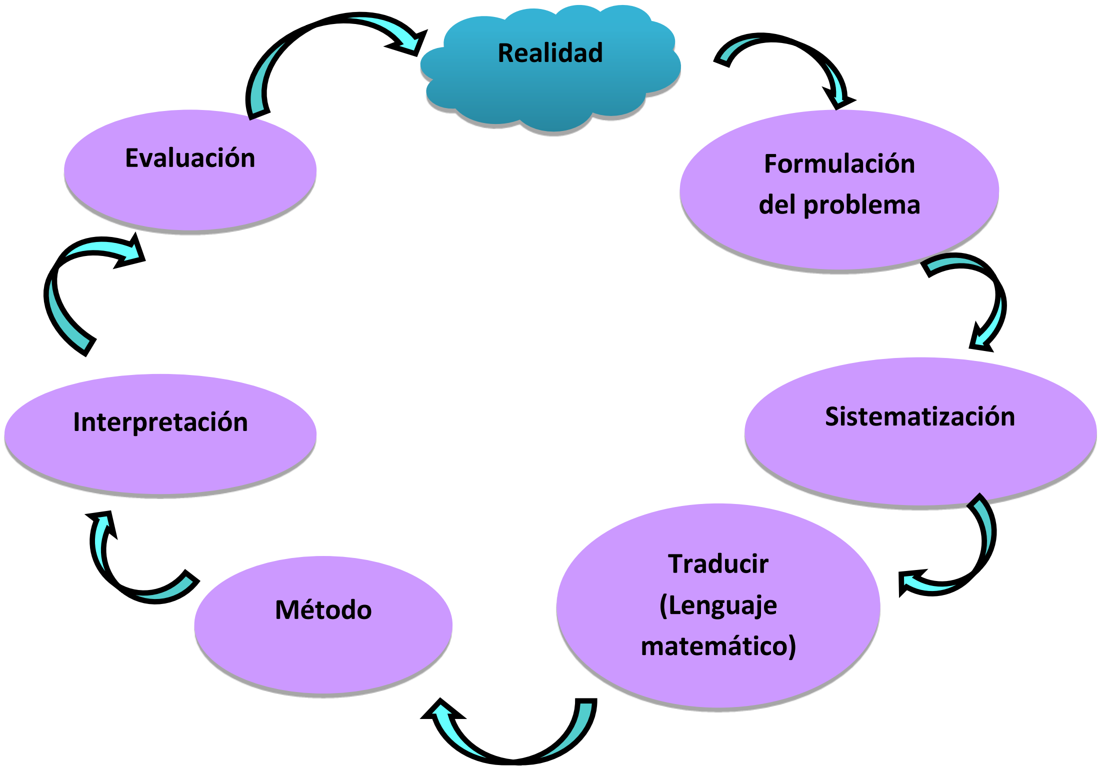


***Gráfico 23*. Modelo gráfico de un proceso de modelización ajustado del autor Blomhoj (2004)**

Beneficios de la modelación matemática.

La modelación matemática, ofrece la posibilidad de representar un problema, lo que permitirá generar estrategias para la solución del mismo; es decir, interpretar un contexto.

Triangulación.

Se llama triangulación, al método que permite el levantamiento de líneas formando figuras triangulares, de las cuales sólo se pueden medir los ángulos, y la longitud de sus lados se calcula mediante la trigonometría (Razones Trigonométricas), partiendo de un lado conocido, al cual se le llama base. El objetivo principal es plasmar datos en el mapa que origine coordenadas geográficas.

A continuación, se plantea un problema de una operación de búsqueda y salvamento de una aeronave siniestrada, cada participante deberá aplicar las etapas de modelación vistas en el taller para dar solución a la operación.

Problema (Formulación del problema)

Un helicóptero SAR parte de Maiquetía destinado a una operación de rescate de una aeronave siniestrada en el estado Bolívar. Al realizar el recorrido por la zona donde se transmitió su última ubicación, el helicóptero SAR capta la señal de la radiobaliza de la aeronave caída, a unas coordenadas $10°00'00''N$ y $70°00'00''W$. Realiza una configuración de búsqueda.

Etapas de la Modelación Matemática	Interpretación del participante
Sistematización de los criterios relevantes	
Lenguaje matemático	

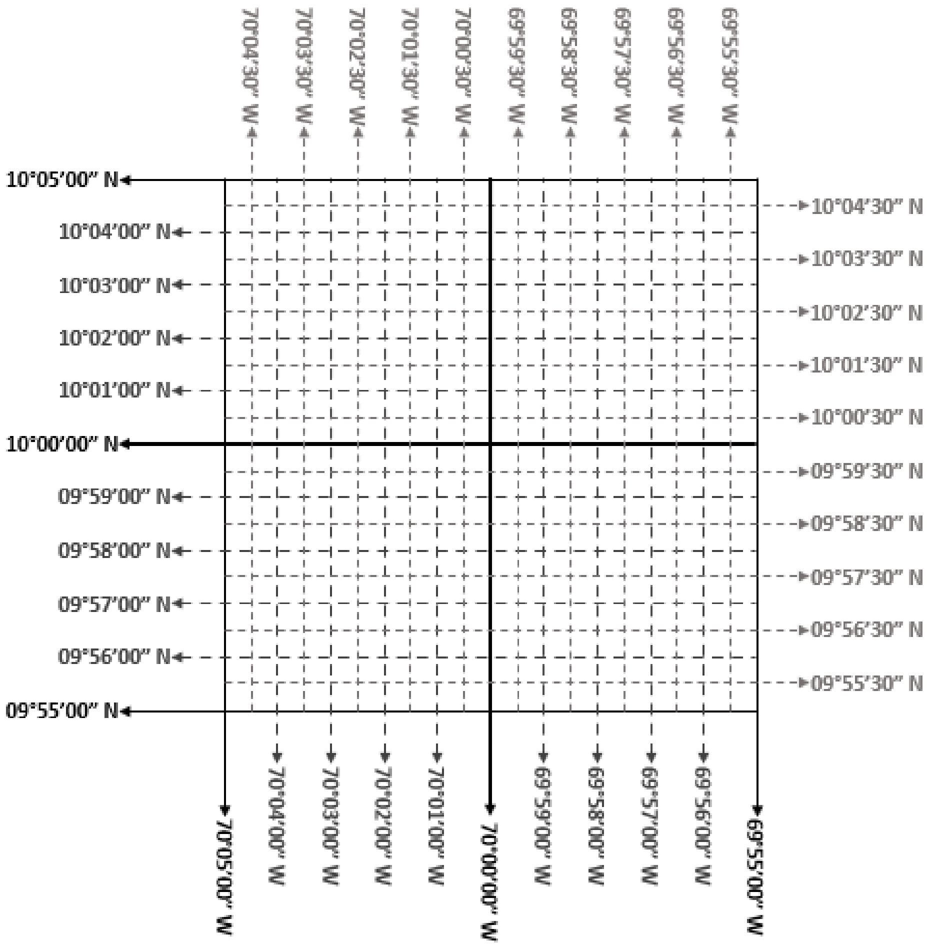
Método	
Interpretación	
Evaluación	

A continuación, se presenta una posible solución al problema planteado anteriormente:

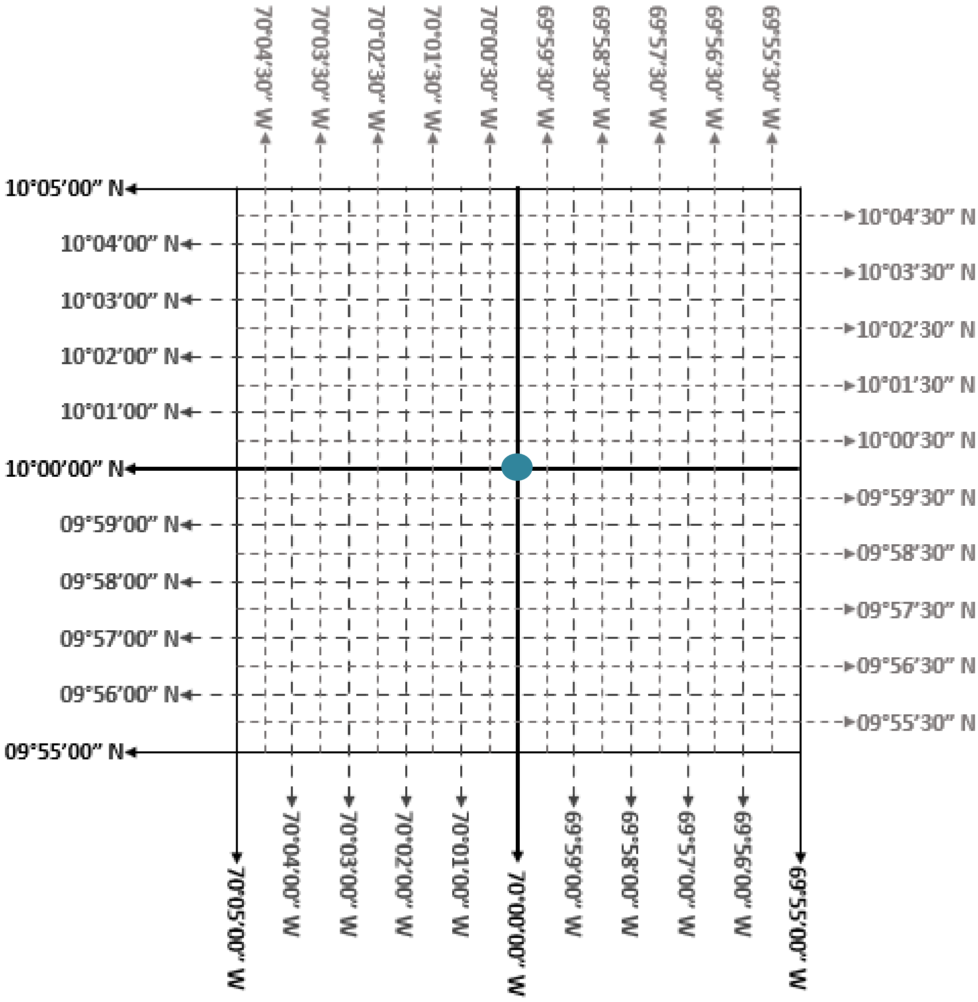
Los datos que presenta el problema de búsqueda, nos indica que las coordenadas geográficas donde se recibió la señal de la radiobaliza de la aeronave siniestrada son, $10°00'00''N \;\; 70°00'00''W$.

Se conoce que la radiobaliza tiene unos parámetros de transmisión circular; por lo tanto, una opción sería triangular la zona por medio de una búsqueda por sectores.

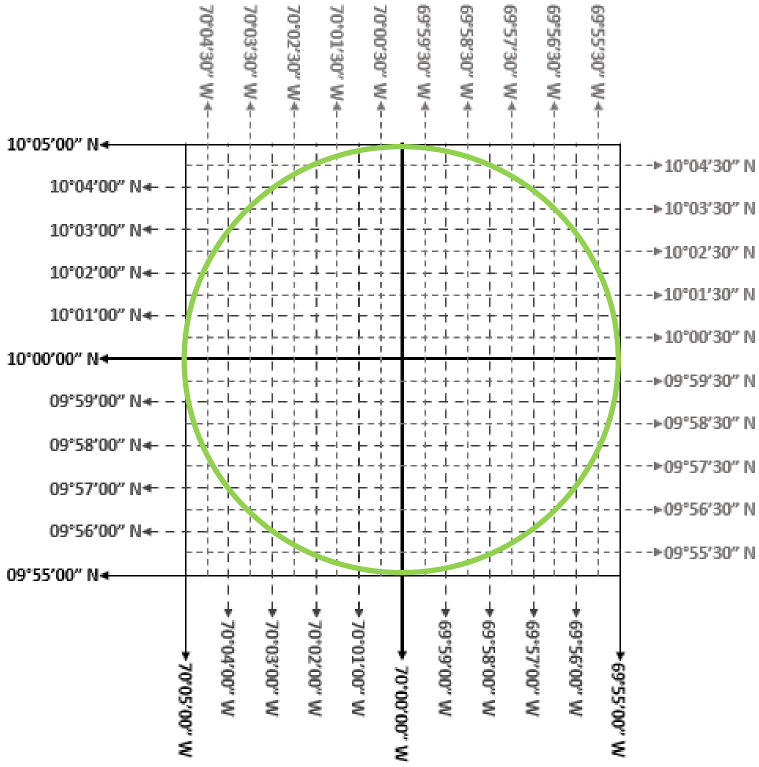
Primero se grafica las coordenadas suministradas para así determinar el recorrido que realizará la aeronave SAR.



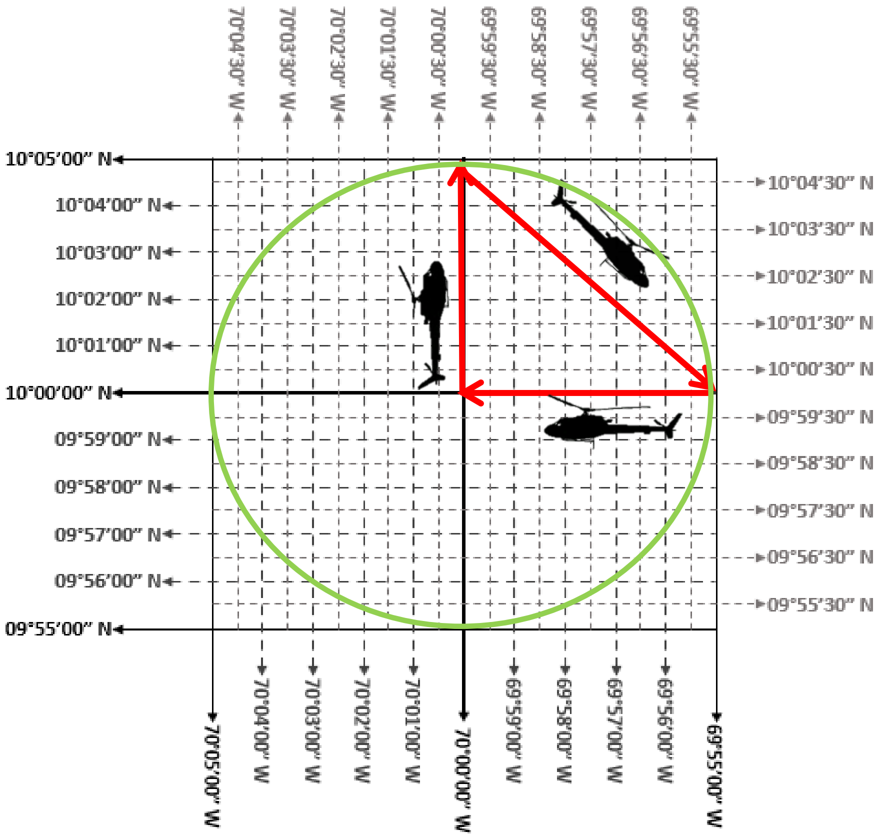
Posteriormente se identifica el punto de intercepción entre las dos coordenadas suministradas, el cual se tomará como referencia para determinar la trayectoria que realizará la aeronave.

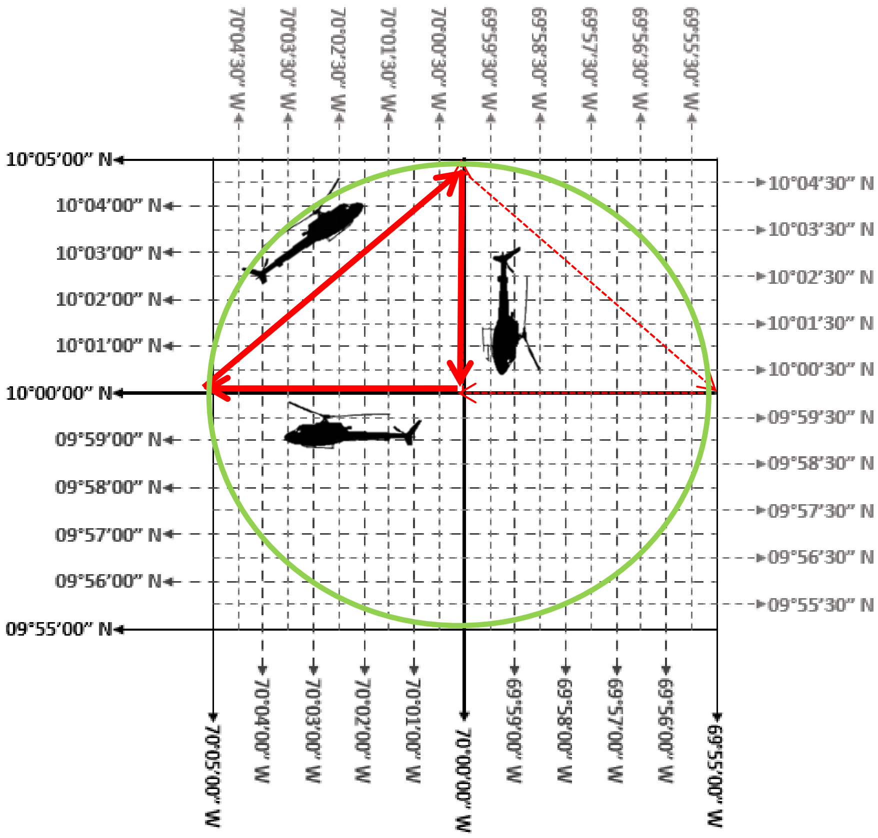


Según el manual internacional de los servicios aeronáuticos y marítimos de búsqueda y salvamento, el radio de configuración es de 5nM, por lo tanto, la zona de búsqueda estará delimitada de la siguiente manera:

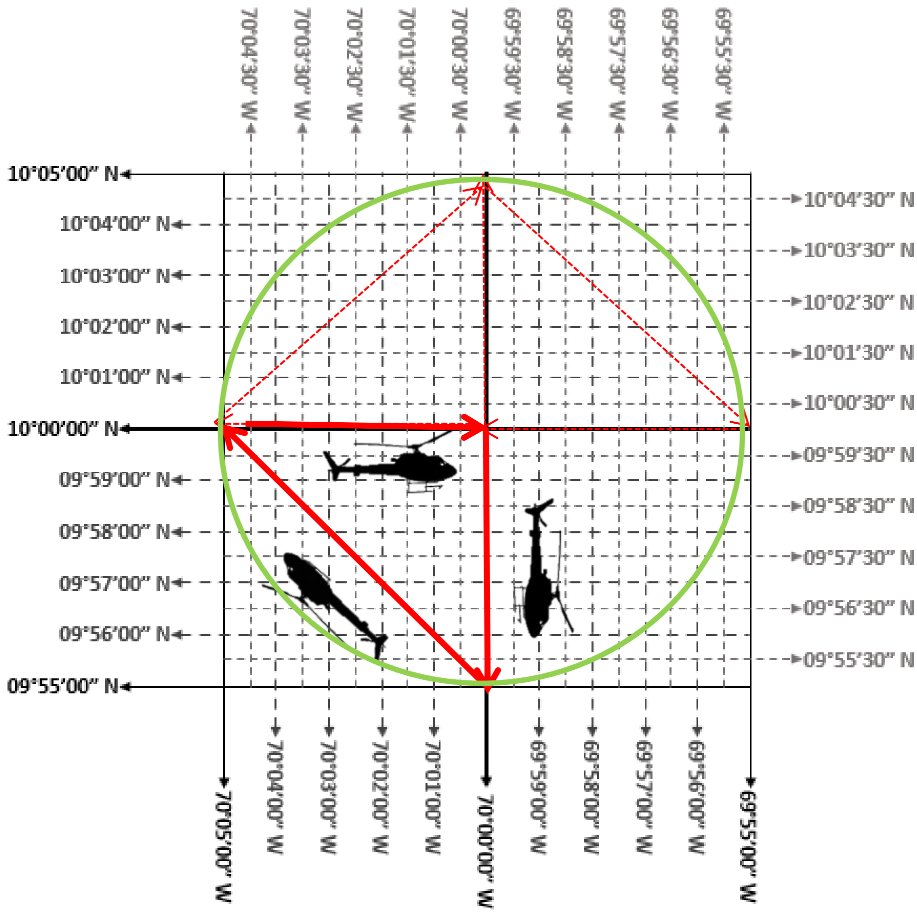


Al tener delimitada la zona de búsqueda, entonces se procede a trazar la trayectoria de la aeronave SAR

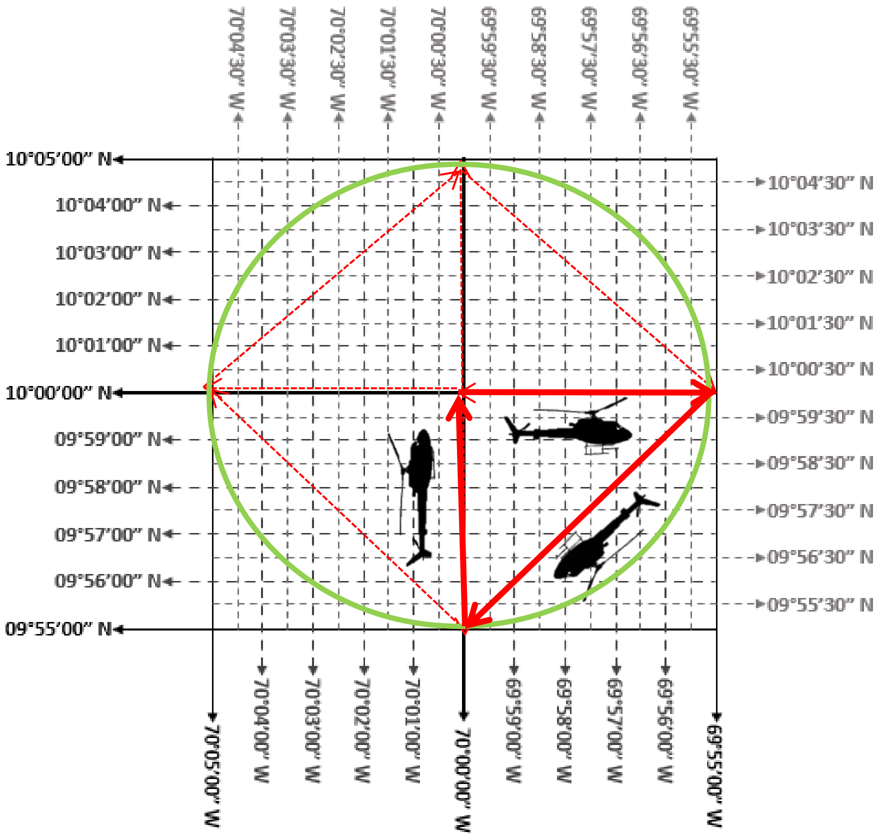


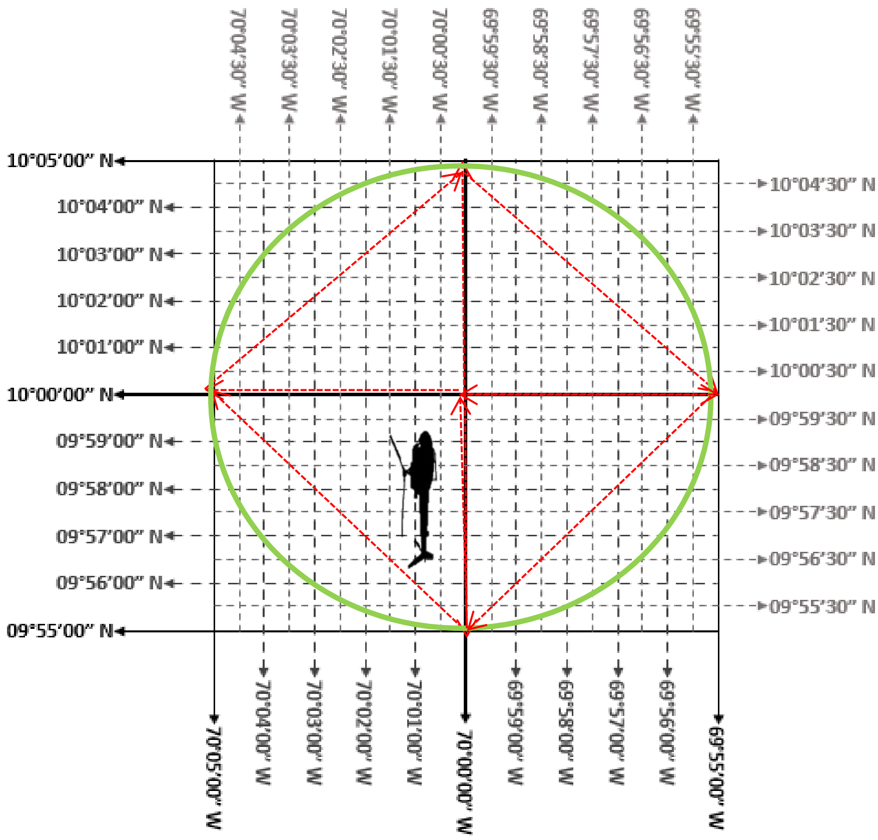


70°04'30" W
70°03'30" W
70°02'30" W
70°01'30" W
70°00'30" W
69°59'30" W
69°58'30" W
69°57'30" W
69°56'30" W
69°55'30" W
10°05'00" N
10°04'00" N
10°03'00" N
10°02'00" N
10°01'00" N
10°00'00" N
09°59'00" N
09°58'00" N
09°57'00" N
09°56'00" N
09°55'00" N
10°04'30" N
10°03'30" N
10°02'30" N
10°01'30" N
10°00'30" N
09°59'30" N
09°58'30" N
09°57'30" N
09°56'30" N
09°55'30" N
70°05'00" W
70°04'00" W
70°03'00" W
70°02'00" W
70°01'00" W
70°00'00" W
69°59'00" W
69°58'00" W
69°57'00" W
69°56'00" W
69°55'00" W

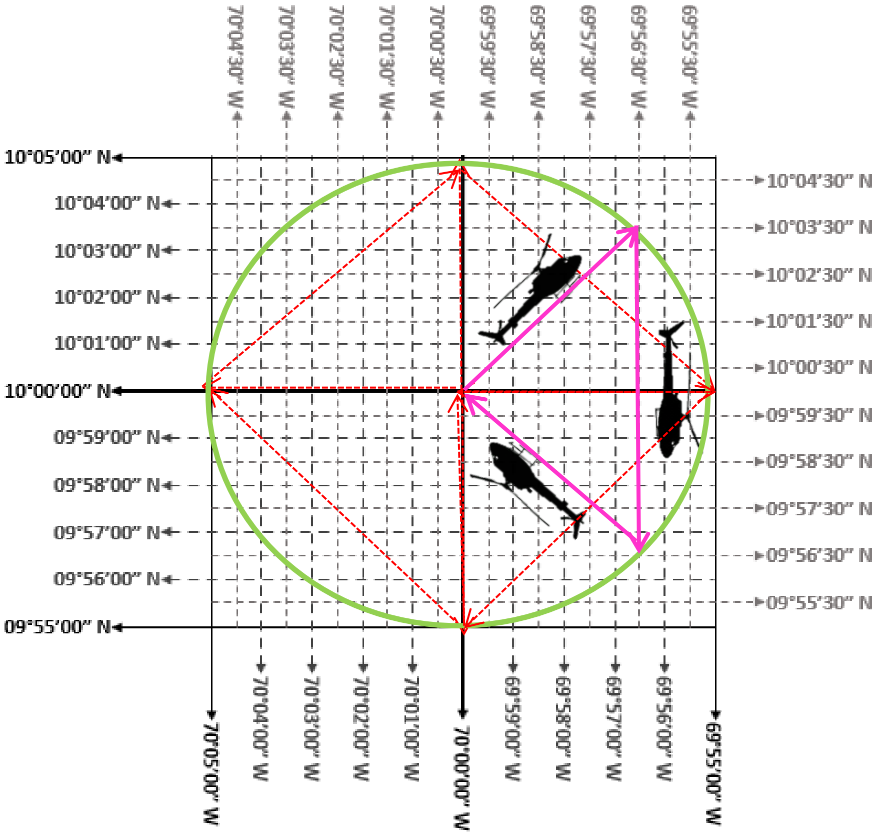


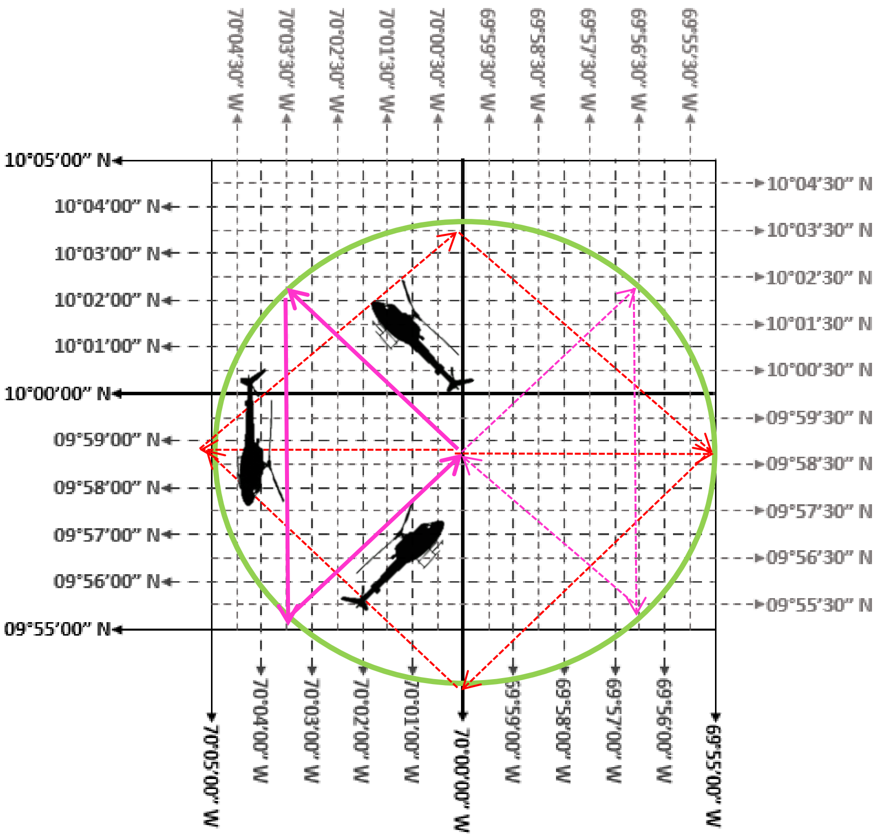
70°04'30" W
70°03'30" W
70°02'30" W
70°01'30" W
70°00'30" W
69°59'30" W
69°58'30" W
69°57'30" W
69°56'30" W
69°55'30" W
10°05'00" N
10°04'00" N
10°03'00" N
10°02'00" N
10°01'00" N
10°00'00" N
09°59'00" N
09°58'00" N
09°57'00" N
09°56'00" N
09°55'00" N
10°04'30" N
10°03'30" N
10°02'30" N
10°01'30" N
10°00'30" N
09°59'30" N
09°58'30" N
09°57'30" N
09°56'30" N
09°55'30" N
70°05'00" W
70°04'00" W
70°03'00" W
70°02'00" W
70°01'00" W
70°00'00" W
69°59'00" W
69°58'00" W
69°57'00" W
69°56'00" W
69°55'00" W


70°04’30” W
70°03’30” W
70°02’30” W
70°01’30” W
70°00’30” W
69°59’30” W
69°58’30” W
69°57’30” W
69°56’30” W
69°55’30” W
10°05’00” N
10°04’00” N
10°03’00” N
10°02’00” N
10°01’00” N
10°00’00” N
09°59’00” N
09°58’00” N
09°57’00” N
09°56’00” N
09°55’00” N
10°04’30” N
10°03’30” N
10°02’30” N
10°01’30” N
10°00’30” N
09°59’30” N
09°58’30” N
09°57’30” N
09°56’30” N
09°55’30” N
70°05’00” W
70°04’00” W
70°03’00” W
70°02’00” W
70°01’00” W
70°00’00” W
69°59’00” W
69°58’00” W
69°57’00” W
69°56’00” W
69°55’00” W


70°04’30” W
70°03’30” W
70°02’30” W
70°01’30” W
70°00’30” W
69°59’30” W
69°58’30” W
69°57’30” W
69°56’30” W
69°55’30” W
10°05’00” N
10°04’00” N
10°03’00” N
10°02’00” N
10°01’00” N
10°00’00” N
09°59’00” N
09°58’00” N
09°57’00” N
09°56’00” N
09°55’00” N
10°04’30” N
10°03’30” N
10°02’30” N
10°01’30” N
10°00’30” N
09°59’30” N
09°58’30” N
09°57’30” N
09°56’30” N
09°55’30” N
70°05’00” W
70°04’00” W
70°03’00” W
70°02’00” W
70°01’00” W
70°00’00” W
69°59’00” W
69°58’00” W
69°57’00” W
69°56’00” W
69°55’00” W

Luego de realizar el recorrido, si la aeronave siniestrada aún no aparece, entonces se procede al desplazamiento, pero pasando exactamente por el punto medio de cada segmento.





Dicha configuración de búsqueda se realiza, hasta obtener las coordenadas exactas de la aeronave siniestrada.

Para concluir el taller; a continuación, se le solicita a cada participante escribir una reflexión sobre la importancia que tiene la modelación matemática como estrategia didáctica en el aula de clase para los SAR

	Interpretación del participante
¿Qué importancia tiene la modelación matemática como estrategia didáctica para los SAR?	
¿Considera usted importante el desarrollo de los contenidos matemáticos basado en su realidad como futuro SAR?	

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

Calderon, E y Medina, J. (2016). *El rol de la modelación para el fortalecimiento y adaptación del método aula invertida*. Material en Línea. Disponible en: https://www.pedagogia.edu.ec/public/docs/Comision_2/el_rol_de_la_modelacion_para_el_fortalecimiento.pdf

Mena, A. (2017). *El proceso de modelización en la enseñanza y el aprendizaje de las funciones vitales con estudiantes de quinto grado de primaria.* Material en Línea. Disponible: http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/2731/1/JE01093_auramena_1parte.pdf

ANEXO E

Taller 3

Las razones trigonométricas y el GeoGebra vistas a través de los SAR

Taller 3

Las razones trigonométricas y el GeoGebra vistas a través de los SAR

Objetivos

1.) Conseguir que el estudiante aplique conocimientos matemáticos basado en tecnología y modelación en procesos de búsqueda y salvamento.

2.) Trabajar en la resolución de un problema de búsqueda y salvamento aplicando los procesos de modelación apoyado en GeoGebra

3.) Generar pensamientos críticos y reflexivos basados en situaciones que involucre operaciones de rescate.

Conceptos básicos

Las razones trigonométricas utilizando GeoGebra.

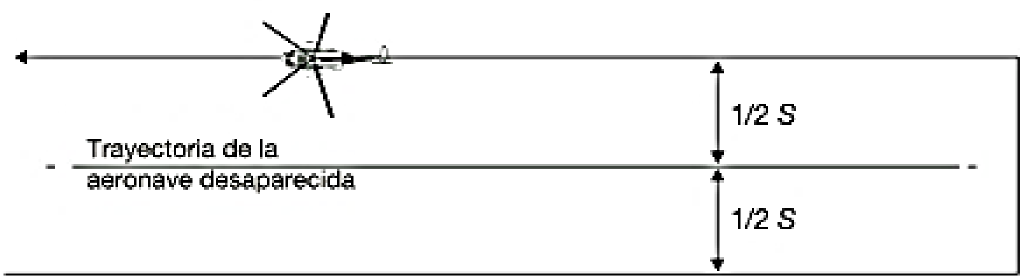
La tecnología se ha vuelto de máxima utilidad en la resolución de problemas matemáticos dentro del aula de clase, esto debido al manejo eficiente que tienen los estudiantes. Mediante el geogebra podemos graficar un triángulo y calcular sus razones trigonométricas.

Las razones trigonométricas y el mundo que nos rodea

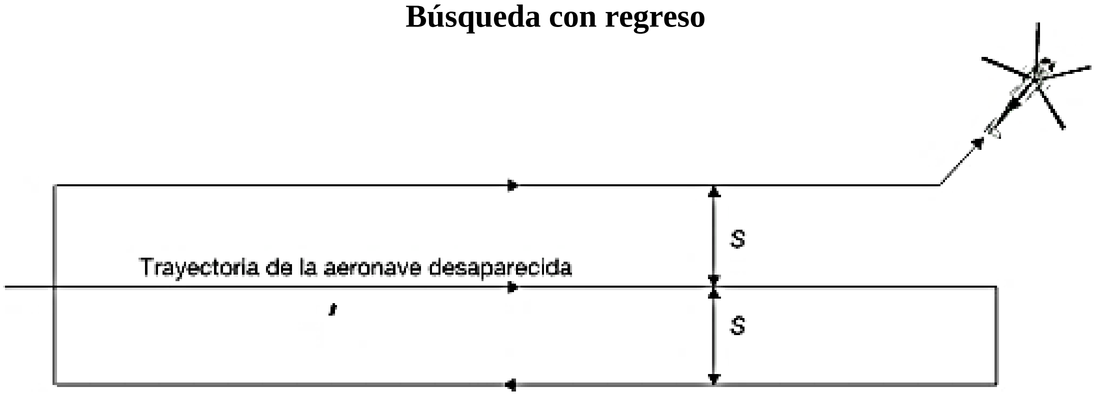
Las razones trigonométricas están presenten en situaciones que nos rodea, la técnica de triangulación para localizar la posición de un punto. En la astronomía, su utilidad principal está enfocada para medir distancias a estrellas aproximadas, en la parte de búsqueda y rescate es de utilidad a la hora de realizar una búsqueda a lo largo de la trayectoria.

La configuración de búsqueda a lo largo de la trayectoria, es de utilidad cuando una aeronave o buque tiene una desaparición sin rastro mientras estaba en ruto desde un punto a otro.

Búsqueda sin regreso



Búsqueda con regreso



Problema (Formulación del problema)

Una aeronave parte de Maiquetía con rumbo 079º y un destino de 10nM. Su última posición conocida es 09º13'00''N y 69º29'00''W. Calcular las coordenadas de la trayectoria.

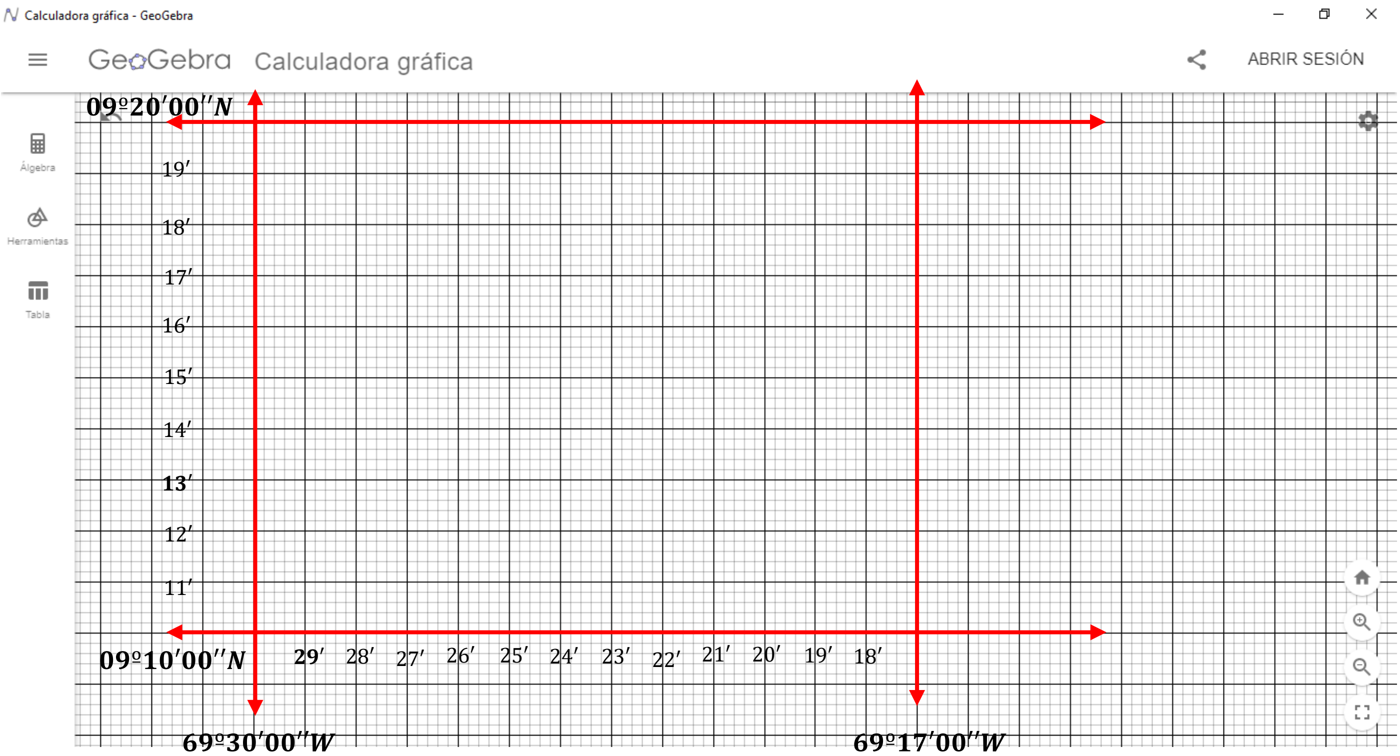
Basado en los conocimientos adquiridos en el Taller 1 (Conociendo GeoGebra) y en el Taller 2 (Modelación matemática), desarrolle la actividad proponiendo una solución para encontrar las coordenadas de la trayectoria.

Etapas de la Modelación Matemática	Interpretación del participante	Trabajo matemático	Aplicación del GeoGebra
Sistematización de los criterios relevantes			
Lenguaje matemático			

Método			
Interpretación			
Evaluación			

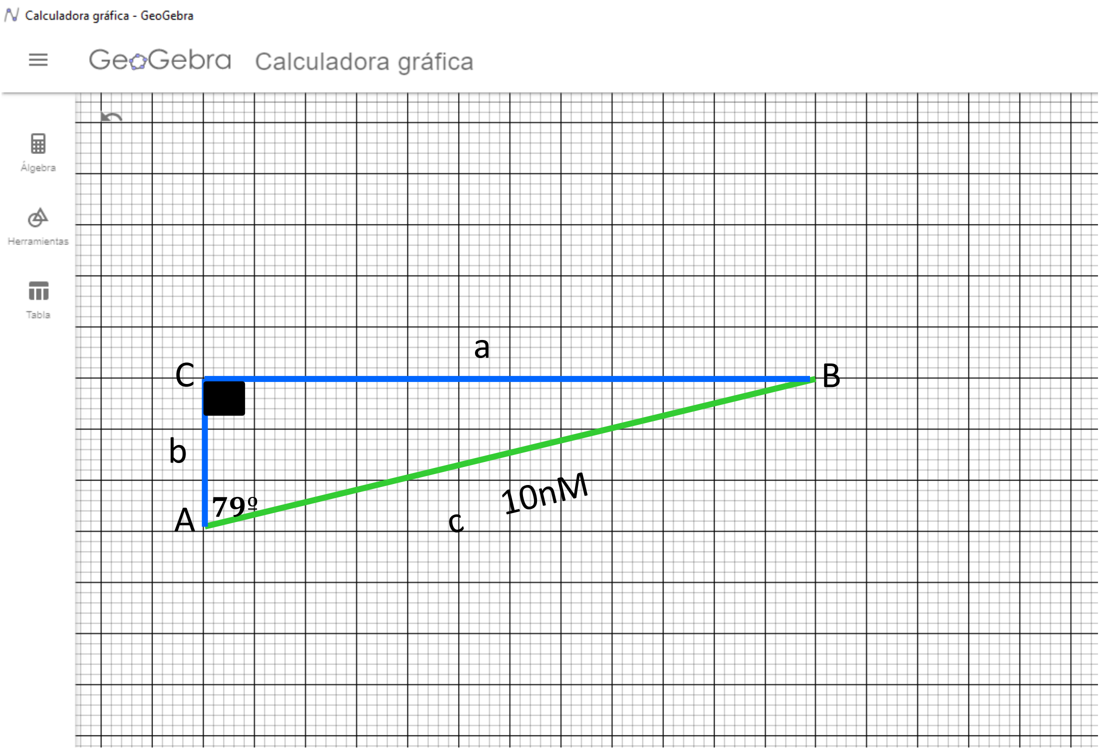
A continuación, se plantea una posible solución para encontrar las coordenadas de la trayectoria, presentadas en el problema.

- Graficar la cuadrícula (Utilizando GeoGebra) y dar valores a la línea imaginaria, con una distancia de 1nM



- Graficar la última ubicación de la aeronave

- Determinar punto de la derrota B, partiendo de la derrota A:



- Por geometría elementa se tiene que la suma de los ángulos internos de un triángulo equivale a 180º, por tal motivo podemos calcular el valor numérico del ángulo B

$$\angle C + \angle A + \angle B = 180º$$

$$90º + 79º + \angle B = 180º$$

$$\angle B = 180º - 169º$$

$$\angle B = 11º$$

- Utilizando las razones trigonométricas, se puede calcular la diferencial latitudinal (b) y la diferencial longitudinal (a), por tal motivo tenemos lo siguiente:

Diferencial Latitudinal

$$\sin \alpha = \frac{C.O}{H}$$

$$\sin B = \frac{b}{c}$$

$$b = \sin 11º(10nM)$$

$$b = (0{,}1908)(10nM)$$

Diferencial Longitudinal

$$\cos \alpha = \frac{C.A}{H}$$

$$\cos A = \frac{a}{c}$$

$$a = \cos 11º(10nM)$$

$$a = (0{,}9816)(10nM)$$

- Teniendo en cuenta el valor numérico de b y a, se realiza una transformación a coordenadas geográficas, se conoce que una milla náutica equivale a un minuto; por lo tanto, equivale a 60 segundos. De lo anterior tenemos lo siguiente:

$$1nM \longrightarrow 60''$$

$$0{,}908nM \longrightarrow ?$$

$$b = (0{,}908)(60)$$

$$b = 54{,}48$$

$$b = 1'54''N$$

$$1nM \longrightarrow 60''$$

$$0{,}816nM \longrightarrow ?$$

$$a = (0{,}816)(60)$$

$$a = 48{,}96$$

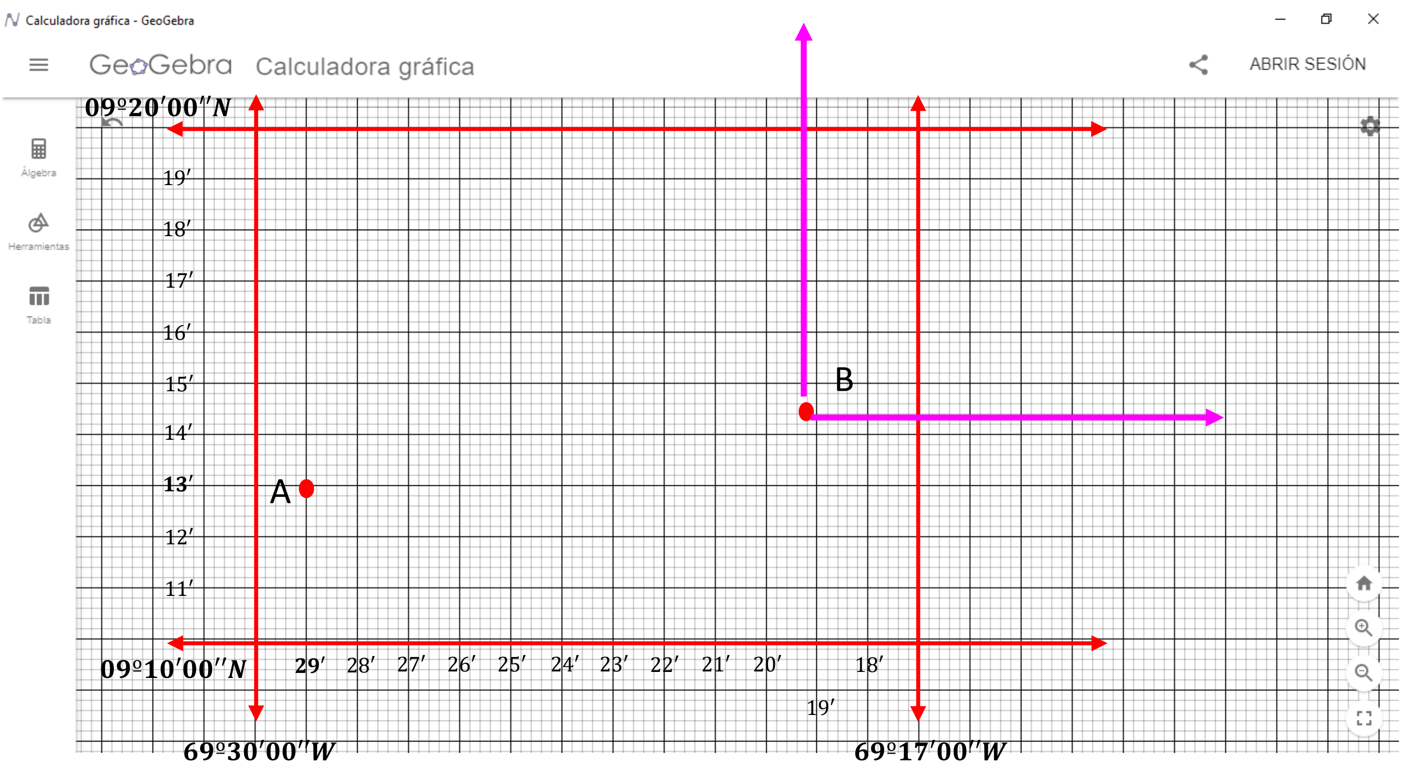
$$a = 9'49''W$$

- Con los datos obtenidos anteriormente, podemos calcular la latitud del punto B y la longitud B

$$Latitud\ B = Latitud\ A + b \qquad Longitud\ B = Longitud\ A - a$$

$$Latitud\ B = 09º13'00''N + 0º1'54''N \qquad Longitud\ B = 69º29'00''W - 0º9'49''W$$

$$\boldsymbol{Latitud\ B = 9º14'54''N} \qquad \boldsymbol{Longitud\ B = 69º19'11''W}$$



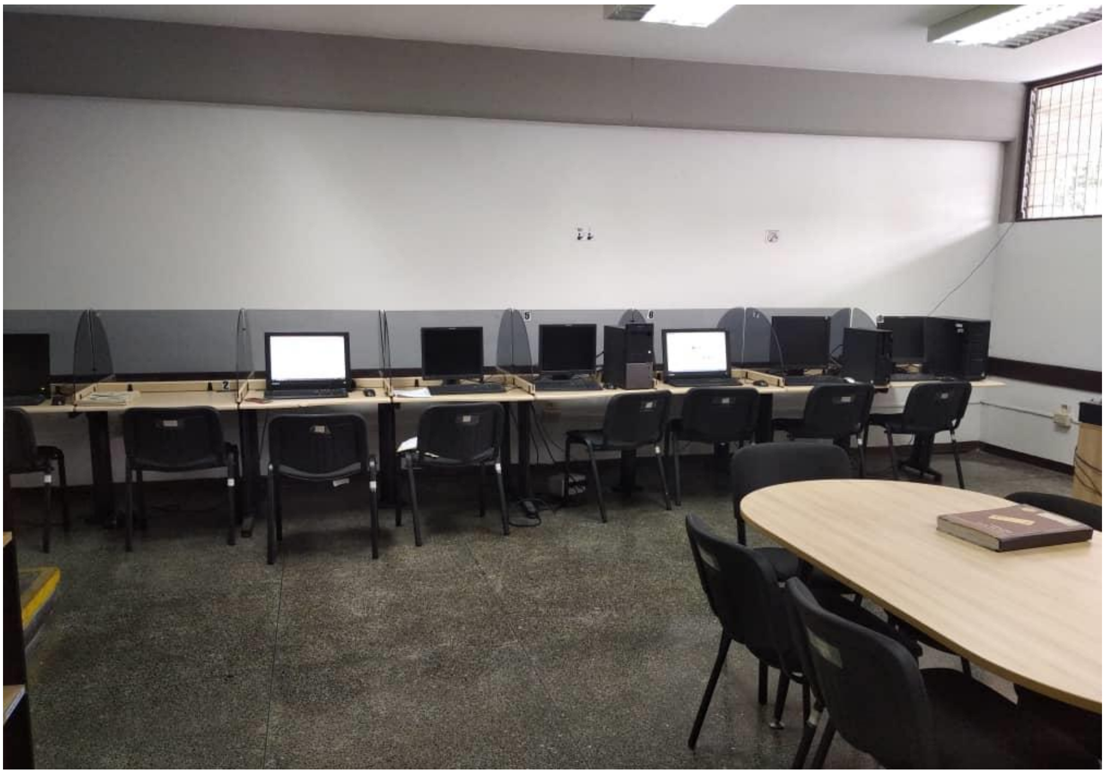
REFERENCIAS

Lehmann, C. (1989). *Geometría analítica*. Editorial LIMUSA Material en Línea. Disponible en: https://www.cimat.mx/ciencia_para_jovenes/bachillerato/libros/[Lehmann]GeometriaAnalitica.pdf

Murcia, M. (2012). *Tutorial de GeoGebra: "GeoGebra apoyo tecnológico para la enseñanza del cálculo"*. Material en Línea. Disponible: http://funes.uniandes.edu.co/11845/1/Murcia2012Tutorial.pdf

ANEXO F

Biblioteca del IUAC



ANEXO G

Glosario de términos

A continuación, se presenta una serie de términos asociados a la aeronáutica civil que involucran el manejo de la matemática en general y de la trigonometría en particular. Los mismos son tomados del manual **IAMSAR** (*Manual Internacional de los Servicios Aeronáuticos y Marítimos de Búsqueda y Salvamento*), volumen II, edición 2013. Publicación realizada conjuntamente por la *Organización Marítima Internacional* (OMI) y por la *Organización de Aviación Civil Internacional* (OACI)

Abatimiento (LW): Desplazamiento del objeto de la búsqueda en el agua causado por el efecto del viento sobre las superficies expuestas.

Búsqueda: Operación coordinada normalmente por un centro coordinador de salvamento o un subcentro de salvamento, en la que se utilizan el personal y los medios disponibles para localizar a personas en peligro.

Búsqueda a lo largo de la trayectoria (TS): Esta configuración de búsqueda se utiliza cuando se ha producido la desaparición de una aeronave o un buque sin rastro alguno, mientras se encontraba en ruta desde un punto a otro. Esta búsqueda se basa en el supuesto de que la nave en peligro ha sufrido un accidente, ha realizado un aterrizaje forzoso o se ha hundido en la ruta prevista o cerca de la misma, por lo que los esfuerzos de búsqueda se concentran en las inmediaciones de dicha línea de referencia.

Búsqueda en cuadro expansivo (SS): Esta configuración resulta particularmente eficaz cuando se conoce la ubicación del objeto de búsqueda con precisión relativamente buena. El punto de comienzo de la búsqueda (CSP) para esta configuración es siempre la situación del dátum. La configuración se extiende entonces hacia fuera en cuadrados concéntricos.

Búsqueda por sectores VS: Las búsquedas por sectores son particularmente eficaces cuando se conoce con precisión la situación del objeto a detectar y cuando la zona de búsqueda es pequeña.

Celdilla de la cuadrícula: Superficie cuadrada o rectangular formada por pares de líneas de la cuadrícula adyacentes y perpendiculares.

Configuración de búsqueda: Trayectoria o procedimiento asignado a una SRU para que realice la búsqueda en una zona determinada.

Datum: Punto, línea o zona geográficos que se utiliza como referencia en la planificación de la búsqueda.

Deriva: Desplazamiento del objeto de la búsqueda debido a fuerzas naturales.

Frecuencia 121.5 MHz Y 406 MHz: La frecuencia de 121,5 MHz es la frecuencia aeronáutica internacional de socorro. Los ATS, algunas aeronaves comerciales y otras instalaciones aeronáuticas, están a la escucha en esta frecuencia para conseguir la recepción inmediata de una llamada de socorro. La mayor parte de las aeronaves llevan transmisores de localización de siniestros (TLS) que funcionan en 406 MHz y 121,5 MHz para la recalada final.

MAYDAY: Señal internacional radiotelefónica de socorro.

Millas náuticas: Unidad de medida, utilizada para las operaciones aéreas y marítimas.

Nudo: Unidad de velocidad igual a una milla marina por hora.

Objeto de la búsqueda: Buque, aeronave u otra nave que ha desaparecido o se encuentra en peligro, o supervivientes u objetos de la búsqueda conexos, o indicios en los que se basa la realización de la búsqueda.

PAN- PAN: Señal internacional radiotelefónica de urgencia.

Posición: Posición geográfica, expresada normalmente en grados y minutos de latitud y longitud.

Radiobaliza de la localización del siniestro: Dispositivo que normalmente se lleva a bordo de una embarcación y que transmite una señal para alertar a las autoridades de búsqueda y salvamento y permitir a las unidades de salvamento localizar el lugar del siniestro.

Radiogoniometría: Radio determinación utilizando la recepción de ondas radioeléctricas con el propósito de determinar la dirección de una estación u objeto.

Rumbo: Dirección horizontal en la que se encuentra orientada una nave.

Salvamento: Operación realizada para recuperar a personas en peligro, prestarles auxilios médicos iniciales o de otro tipo, y transportarlas a un lugar seguro.

Sistema COSPAS- SARSAT: Sistema satelitario proyectado para detectar y localizar balizas de socorro activadas que transmiten en la banda de frecuencias de 406,0 – 406,1 MHz

Triangulación: Técnica de búsqueda, con la finalidad de crear líneas imaginarias en forma de triángulo en una determinada zona donde se desea encontrar un objeto

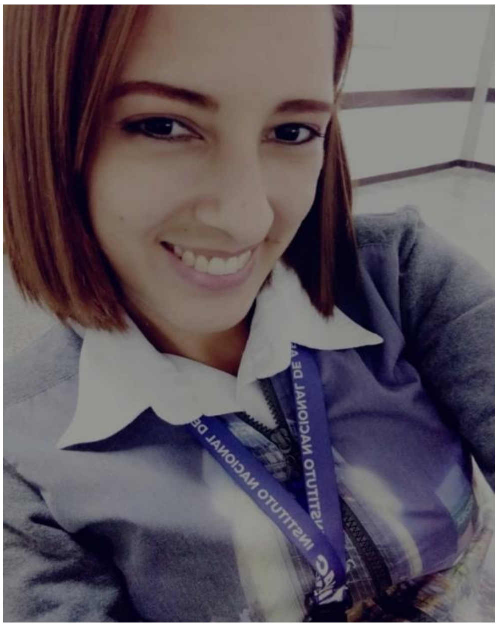
Última posición conocida: Última posición observada, notificada o calculada de una embarcación en peligro.

Vector: Representación gráfica de una cantidad o medida física, tal como la velocidad del viento, caracterizada por una magnitud y una dirección.

Zona de búsqueda: Zona determinada por el planificador de la búsqueda en la que se ha de realizar ésta. Dicha zona puede estar subdividida en subzonas de búsqueda a fin de asignar responsabilidades específicas a los medios de búsqueda disponibles.

CURRICULUM VITAE

Profesora Yarisbeth Marlen Hernández Sarrameda



Fecha de nacimiento 05/08/1988. Egresada de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico "Rafael Alberto Escobar Lara", como Profesor Especialidad: Matemática. Docente de matemática en la Unidad Educativa Escuela Técnica Privada Maracay (2013- 2018), Docente de matemática en la Unidad Educativa Instituto Agustiniano Madre María (2015- 2018). Docente de: Matemática básica, Matemática I y II y Geometría Analítica en el Instituto Universitario de Aeronáutica Civil "May. (Av.) Miguel Rodríguez" (IUAC) (2018- Actualmente)