

REPUBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO “RAFAEL ALBERTO ESCOBAR LARA”
DOCTORADO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

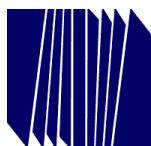


**CONOCIMIENTO MATEMÁTICO EN LOS LIBROS DE TEXTOS
SOBRE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. UN ABORDAJE
DESDE EL MODELO DIMENSIONAL DE LA PRÁCTICA.**

Tesis presentada como requisito parcial para optar al grado
de Doctor en Educación Matemática

Autora: Teremy Tovar Ortega
Tutora: Enedina Rodríguez

Maracay, Julio 2025



ACEPTACIÓN DEL TUTOR

Por medio de la presente hago constar que he leído el proyecto de tesis doctoral, presentado por el ciudadano **Teremy Tovar Ortega**, para optar al grado de Doctor en Educación, cuyo título tentativo es: **Conocimiento Matemático en los libros de textos sobre la resolución de problemas. Un abordaje desde el Modelo Dimensional de la Práctica**; y que acepto asesorar al estudiante, en calidad de tutor, durante la etapa de desarrollo de la tesis hasta su presentación y evaluación.

En la ciudad de Maracay, a los 18 días del mes de Julio de 2025.

Dr. Enedina Rodríguez
C.I. 4.722.880
Tutor

DEDICATORIA

La dedicatoria de este título va dirigido a quienes permitieron e hicieron parte de este proceso, primeramente, a mi ángel de la guarda mi madre Helen Ortega de Tovar quien desde pequeña me inculco el valor a estudiar, mi padre y mis hermanos quienes estuvieron ahí para mí, de forma incondicional y por supuesto el gran porcentaje de dedicación a quienes los sacrifique en tiempo, les reste momento especiales y les divide horas extras; Mi esposo Luis Alberto López Pérez, mi Hija Dominik López Tovar y mi hijo Douglas López Tovar, perdóneme por el tiempo que les quite y esto no es más que un título, es lo más preciado que les puedo regalar como muestra de amor y entrega a mi profesión para crecer profesionalmente que les sirva ejemplo y que a través de mi remuneración económica me permita brindarles mejor bienestar, y que vivo infinitamente agradecida por su apoyo para que yo llegara hacer lo que siempre quise ser. Gracias por creer en mi aun cuando yo misma me sentía desfallecer.

Y por último, pero no menos importante a quien me abrió las puertas y me dio el acceso a educarme Jorge Tovar Guerra, gracias por enseñarme que, con espíritu de lucha, esfuerzo, trabajo y sacrificio, se pueden alcanzar los frutos deseados.

Teremy Tovar Ortega

AGRADECIMIENTO

A Dios, por concederme la sabiduría y salud para sacar adelante un sueño más en el libro de mi vida.

A mi familia, gracias a todos por depositar su confianza en mí, su apoyo y motivación, este logro también es de ustedes.

A mi tutora, la Doctora Enedina Rodríguez, por su guía, asesoramiento y apoyo en todo el proceso de elaboración de esta investigación.

A la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico “Rafael Alberto Escobar Lara”, por abrirme sus puertas y permitirme conseguir este nuevo logro.

A mis compañeros y amigos, que compartí a lo largo de esta etapa de mi vida, sin ustedes no hubiera sido lo mismo y de una forma u otra contribuyeron a este triunfo.

Mil Gracias
Teremy Tovar Ortega

INDICE GENERAL

RESUMEN	97
INTRODUCCIÓN	98
CAPITULO I	100
ACERCAMIENTO INICIAL	100
OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	104
Objetivo General	104
Objetivos Específicos	104
JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN	104
CAPITULO II	108
PERSPECTIVAS TEORICAS Y ENFOQUES DE ANÁLISIS	114
El conocimiento didáctico-matemático (CDM).....	114
Contextualización Teórica	115
Resolución de problemas: Obstáculos en el aprendizaje.....	117
Libros de texto como campo de acción a la planeación docente.....	122
Problemas matemáticos y contextos	123
Modelos de resolución de problemas matemáticos.....	125
Modelo de resolución de problemas según Polya	125
Modelo de resolución de problemas según Schoenfeld	128
Modelo de resolución de problemas según Santos Trigo	132
Modelo I.D.E.A.L. de Bransford y Stein para la resolución de problemas.....	132
Estrategias heurísticas en la resolución de problemas	133
Metacognición y autorregulación en la resolución de problemas.....	134
Evaluación de la resolución de problemas en los libros de texto	137
Formación docente en la enseñanza de resolución de problemas	138
ANTECEDENTES	¡Error! Marcador no definido.
Antecedentes Internacionales	¡Error! Marcador no definido.
Antecedentes Nacionales.	¡Error! Marcador no definido.
MARCO LEGAL	139
DELIMITACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	¡Error! Marcador no definido.

CAPITULO III	142
ACERCAMIENTO METODOLÓGICO A LA REALIDAD	142
Paradigma de investigación	142
Enfoque de investigación	142
Diseño de investigación	143
Población y muestra	144
Técnicas e instrumentos de recolección de datos	145
Análisis documental	¡Error! Marcador no definido.
Técnicas de análisis de datos	147
Criterios de rigor y validez	148
CAPITULO IV	151
DESVELANDO SIGNIFICADO	151
Fase de Condensación	¡Error! Marcador no definido.
Fase de presentación	¡Error! Marcador no definido.
Fase de elaboración y verificación	¡Error! Marcador no definido.
ANALISIS DE PROBLEMAS TEORÍA ANTROPOLOGICA DE LO DIDACTICO	160
TRIANGULACIÓN DE MODELOS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN LIBROS DE TEXTO: ANDONEGUI, SCHOENFELD Y LA TAD	164
CAPITULO V	168
HORIZONTES DE CONOCIMIENTO	168
CONCLUSIONES	¡Error! Marcador no definido.
RECOMENDACIONES	¡Error! Marcador no definido.
CAPITULO VI	168
PROPUESTA DE UN MODELO EMERGENTE	¡Error! Marcador no definido.
INTRODUCCIÓN	¡Error! Marcador no definido.
PRESENTACIÓN DETALLADA DEL MODELO	¡Error! Marcador no definido.
1. Información general del problema	¡Error! Marcador no definido.
2. Análisis didáctico del problema.....	¡Error! Marcador no definido.
3. Correspondencia con los objetivos de aprendizaje	¡Error! Marcador no definido.
4. Potencial formativo.....	¡Error! Marcador no definido.
Ejemplo 1: Problema de multiplicación con contexto real	¡Error! Marcador no definido.
Ejemplo 2: Problema abierto de geometría.....	¡Error! Marcador no definido.
JUSTIFICACIÓN METODOLÓGICA	171

IMPLICACIONES Y CONTRIBUCIONES DEL MODELO	¡Error! Marcador no definido.
CONCLUSIONES	¡Error! Marcador no definido.
Visualización grafica del modelo	174
REFERENCIAS	177

TABLA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1 Libro de textos para el estudio.	145
Ilustración 2: <i>Tomado del libro EDUCAPRIME 4° pág. 36</i>	155
Ilustración 3: Tomado del libro EDUCAPRIME 4°pág. 40	156
Ilustración 4: Tomado del libro EDUCAPRIME 5°pág. 25	157
Ilustración 5: Tomado del libro EDUCAPRIME 5°pág. 48	158
Ilustración 6: Elaboración propia, visualización gráfica del modelo. ¡Error! Marcador no definido.	

LISTA DE TABLAS

- Tabla 1 Elaboración propia: Problemas tomados del Libro Editorial Norma 4° ¡Error! Marcador no definido.
- Tabla 2: Elaboración propia: Problemas tomados del Libro Editorial Norma 5° ¡Error! Marcador no definido.
- Tabla 3: Elaboración propia: Problemas tomados del Libro Editorial Educa prime 4° ¡Error! Marcador no definido.
- Tabla 4: Elaboración propia: Problemas tomados del Libro Editorial Educa prime 5° ¡Error! Marcador no definido.
- Tabla 5: Elaboración propia, información general para implemento del modelo. ¡Error! Marcador no definido.
- Tabla 6: Elaboración propia, tabla para analizar de forma didáctica el problema. ¡Error! Marcador no definido.
- Tabla 7: Elaboración propia, tabla de cumplimiento con objetivos y DBA para implementación del modelo..... ¡Error! Marcador no definido.
- Tabla 8: Elaboración propia, potencial formativo para implementación del modelo. ¡Error! Marcador no definido.

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGOGICO "RAFAEL ALBERTO ESCOBAR LARA"
DOCTORADO EN EDUCACION MATEMATICA
LINEA DE INVESTIGACION: EDUCACION MATEMATICA

**CONOCIMIENTO MATEMÁTICO EN LOS LIBROS DE TEXTOS SOBRE LA
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. UN ABORDAJE DESDE EL MODELO
DIMENSIONAL DE LA PRÁCTICA.**

Autor: Tovar Teremy
Tutor: Dra. Enedina Rodríguez
Fecha: Julio 2025

RESUMEN

La investigación abordó la calidad del conocimiento matemático sobre la resolución de problemas en los libros de texto de **Cuarto y Quinto grado** del Nivel Primaria para Generar un modelo de evaluación del conocimiento matemático en los Libros de Texto mediante la evaluación las praxeologías didácticas presentes y su capacidad para promover las dimensiones cognitiva, metacognitiva y afectiva en los estudiantes, dada la insuficiencia reportada en los resultados de pruebas estandarizadas internacionales. Se empleó un enfoque **Cualitativo** con un diseño de **Análisis de Contenido Documental**. El corpus estuvo constituido por 6 libros textos oficiales. La metodología se centró en una **triangulación analítica** de tres marcos teóricos: la **Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD)**, el **Modelo Dimensional de la Práctica de Andonegui** y la perspectiva heurística de **Schoenfeld**, para construir una matriz de categorías rigurosa. Los hallazgos revelaron que las praxeologías didácticas en los textos tienden a ser **incompletas y limitadas**, predominando la dimensión puramente algorítmica y técnica. Se encontró una ausencia significativa de elementos que favorezcan el monitoreo, control, reflexión metacognitiva y el desarrollo afectivo del estudiante. Esta limitación justifica y fundamenta la **Propuesta de un Modelo Emergente**, diseñado para la evaluación y diseño de textos, asegurando la coherencia y el equilibrio entre las dimensiones del conocimiento en la resolución de problemas.

Descriptor: Conocimiento Matemático, Resolución de Problemas, Libros de Texto, Modelo Dimensional, Praxeología.

INTRODUCCIÓN

En el proceso de enseñanza y aprendizaje los libros textos de matemática son un recurso fundamental y su papel varía según el enfoque del profesor, el contenido del libro y el contexto educativo, de los aspectos cruciales es el tipo de problemas que contemplan, ya que en muchas ocasiones los estudiantes enfrentan dificultades para resolverlos o los docentes se limitan a utilizar solo aquellos que ya están resueltos.

En atención a lo expresado anteriormente, el presente trabajo de investigación, esta referido al estudio del Conocimiento matemático en los libros de textos sobre la resolución de problemas. Un abordaje desde el Modelo Dimensional de la Práctica se inscribe en el campo de la Educación Matemática con una mirada crítica y analítica hacia los libros de texto, entendidos como instrumentos fundamentales en la planificación, enseñanza y aprendizaje escolar. El estudio busca abordar cómo se presenta la resolución de problemas contextualizados de matemática en los libros de texto del cuarto y quinto grado, desde un enfoque teórico sustentado en el Modelo Dimensional de la Práctica propuesto por Andonegui, la Propuesta de Microcosmos Matemático de Schoenfeld, y la Teoría Antropológica de lo Didáctico de Chevallard. En este sentido, el desarrollo del trabajo se presenta en seis (6) capítulos , cuyos contenidos son el siguientes:

En el Capítulo I, se describe la problemática objeto de estudio, se plantean las interrogantes, propósitos y relevancia de la investigación, acompañada por una delimitación espacial y temporal del estudio. Seguidamente se muestra el Capítulo II, en el que se asientan las experiencias previas de investigaciones, para luego establecer una base teórica de referencia sobre la cual se apoya la investigación mediante sus fundamentos y se establecen los aspectos teóricos referenciales que se tuvieron presentes en el desarrollo del trabajo investigativo.

Posteriormente se presenta el Capítulo III, Este capítulo establece el paradigma interpretativo y el Acercamiento Metodológico Cualitativo de la investigación, empleando un diseño de Análisis de Contenido Documental Cualitativo para la fase

empírica. Se detallan las etapas del proceso, enfatizando la triangulación metodológica como el pilar para la validación y el rigor científico (auditabilidad, confirmabilidad y transferibilidad).

Seguidamente, se desarrolla el Capítulo (IV), develando significados se presenta el análisis de los diversos libros de textos tomados y más usados en varios colegios comprendidos entre el sector público y privado del dpto. del atlántico.

Por último, se presenta el Capítulo (V), se responde directamente a las preguntas y a los objetivos específicos y General.

Por último, se presenta el Capítulo (VI) , Este capítulo final presenta el **Modelo de Evaluación de la Praxeología Didáctica para la Resolución de Problemas (MEPD-RP)**. Su formulación no es una simple suma de referentes teóricos, sino la culminación de un proceso de investigación **dialéctico**.

Cabe destacar que esta investigación , trasciende el ámbito académico al ofrecer una **Propuesta de Praxeología Didáctica Superior** que, al ser adoptada, tiene el potencial de reconfigurar la enseñanza de la resolución de problemas en la educación primaria.

CAPITULO I

ACERCAMIENTO INICIAL

Los libros de texto son un recurso fundamental en los procesos de enseñanza y aprendizaje, y su papel varía según el enfoque del profesor, el contenido del libro y el contexto educativo. Wijaya et al. (2022) destacan que el libro de texto de matemáticas se presenta como objeto de estudio, material de referencia, registro de las actividades del estudiante y como una colección de ejercicios y problemas a resolver, siempre vinculado a la praxis docente. La selección del conocimiento en estos libros depende de cada plan de estudios, y su contenido, función, enfoque y forma pueden variar significativamente.

Uno de los aspectos cruciales a abordar en los libros de texto es el tipo de problemas que contemplan, ya que en muchas ocasiones los estudiantes enfrentan dificultades para resolverlos o los docentes se limitan a utilizar solo aquellos que ya están resueltos. Pino-Fan et al. (2023) resaltan la existencia de un paso intermedio entre el conocimiento erudito y el conocimiento enseñado, correspondiente al conocimiento a enseñar, reflejado en el texto del conocimiento. Este paso intermedio es fundamental para garantizar una adecuada transposición didáctica y facilitar el aprendizaje de los estudiantes.

El Ministerio de Educación Nacional (MEN) de Colombia evalúa por competencias en las diferentes pruebas a los estudiantes, y la resolución de problemas es un componente esencial del saber enseñado por parte del profesorado. Por lo tanto, es crucial que tanto docentes como estudiantes sepan resolver adecuadamente los problemas presentados en los textos. Freudenthal (citado por Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2020) atribuye a los libros de texto la capacidad de generar los cambios esperados en el proceso educativo, y establece que en el estilo del libro deben

estar implícitos los procesos de enseñanza y aprendizaje, además de la reflexión y la reinención guiada, mediante una meta-pregunta dirigida a los usuarios del texto.

Andonegui (2010) propone un modelo teórico dimensional de la práctica de la Didáctica de la Matemática (DM), que sirve como marco de referencia para el análisis de los libros de texto de matemáticas. Según este modelo, el diseño, organización y uso de los libros deben estar guiados por los principios y normas de la DM, considerando cinco dimensiones: contenidos matemáticos a aprender, procesos cognitivos, dominio afectivo, variables socioculturales y dimensión de formación ético-política. Estos elementos están asociados a los conceptos matemáticos y deben ser abordados de manera integral en los libros de texto.

Los libros de texto de matemáticas están orientados a desarrollar los contenidos establecidos por los lineamientos curriculares de Matemática y la Didáctica de la Matemática (DM) en los distintos niveles de enseñanza. La resolución de problemas es uno de los contenidos fundamentales y el eje vertebral de todas las actividades que ocurren en el proceso de instrucción matemática. En Colombia, los lineamientos curriculares contemplan cinco procesos generales: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos. Según el MEN (2006), "el proceso de formular y resolver problemas involucra todos los demás con distinta intensidad en sus diferentes momentos" (p. 52), lo que resalta la importancia de los libros de texto y la resolución de problemas como pilares de la educación matemática.

Además de la aplicación de fórmulas, reglas o procedimientos explicados por el profesor o indicados en el libro de texto, la resolución de problemas implica el desarrollo de estrategias para encontrar resultados, verificar e interpretar su razonabilidad, modificar condiciones y originar nuevos problemas. Estos elementos son clave para el desarrollo del pensamiento matemático en sus diversas formas, según lo establecido en los estándares básicos de competencias matemáticas (MEN, 2006).

El reconocimiento dado a la resolución de problemas en el desarrollo de la Matemática ha generado diversas propuestas. Schoenfeld (1985), tras realizar observaciones en estudiantes y profesores, identificó tres factores adicionales a la heurística en la resolución de problemas: recursos, control y sistemas de creencias.

Además, propuso cuatro fases basadas en la propuesta de Polya: análisis, exploración, ejecución y comprobación de la solución obtenida. Este trabajo ha tenido un impacto significativo en la implementación de estrategias relacionadas con la resolución de problemas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

A pesar de la importancia de la resolución de problemas contextualizados que involucran operaciones básicas como suma, resta, multiplicación, fracciones, proporcionalidad y operaciones con decimales. En la educación matemática, los resultados de las pruebas estandarizadas en Colombia, como las pruebas Saber Pro y las evaluaciones internacionales como TIMSS, TERCE y PISA, revelan deficiencias en esta competencia, estudios recientes indican que el rendimiento de los estudiantes está por debajo de lo esperado, y que menos de la mitad de los evaluados alcanzan los desempeños básicos en cada una de las competencias. Contreras et al. (2022) reportaron que, en cuanto a la competencia de resolución de problemas, el 94% de los estudiantes se encuentran en un nivel bajo y solo el 6% aprobaron esta competencia. Los autores concluyeron que los estudiantes tienen dificultades para resolver problemas y simplificar cálculos utilizando las propiedades, relaciones y operaciones de los números reales.

Estos resultados preocupantes resaltan la necesidad de analizar cómo los libros de texto plantean los problemas y la ruta que ofrecen tanto al docente como al estudiante para resolverlos. Es fundamental examinar si los problemas presentados en los libros de texto son adecuados, si se brindan estrategias efectivas para su resolución y si se promueve el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico y creativo en los estudiantes. Además, es importante evaluar si los docentes están utilizando de manera efectiva los problemas propuestos en los libros de texto y si están brindando el apoyo necesario a los estudiantes para superar las dificultades que enfrentan en la resolución de problemas.

La resolución de problemas es una competencia esencial para el éxito académico y para la vida cotidiana, ya que permite a los estudiantes enfrentar situaciones desafiantes, desarrollar el razonamiento lógico y aplicar los conocimientos adquiridos en contextos reales. Por lo tanto, es crucial que los libros de texto y los docentes trabajen en conjunto para fortalecer esta competencia, brindando problemas

desafiantes, estrategias efectivas y un entorno de aprendizaje que fomente la curiosidad, la perseverancia y el pensamiento crítico.

Es importante que los autores de los libros de texto y los editores consideren los principios de la Didáctica de la Matemática al diseñar y organizar los contenidos, asegurando que los problemas propuestos sean relevantes, contextualizados y que promuevan el desarrollo de habilidades de resolución de problemas. Además, los docentes deben recibir capacitación y apoyo para utilizar efectivamente los libros de texto y para implementar estrategias pedagógicas que fomenten la resolución de problemas en el aula.

Por lo tanto, dado el papel crucial que desempeñan los libros de texto en la planeación y preparación de los docentes, y considerando las deficiencias presentadas por los estudiantes en la competencia de resolución de problemas, es imperativo analizar cómo los libros de texto plantean los problemas y la ruta que ofrecen para resolverlos. Solo a través de un enfoque integral que involucre a autores, editores, docentes y estudiantes, se podrá fortalecer esta competencia fundamental y mejorar los resultados educativos en el área de matemáticas.

En vista de las ideas expresadas antes, se considera primordial la labor del libro de texto como un recurso mediador en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática. Surgen las siguientes interrogantes:

- ¿Cuáles son los procesos de resolución de problemas en los libros de texto de cuarto y quinto grado?
- ¿Cuáles son las fases, basadas en la propuesta de Schoenfeld, de resolución de problemas en los libros de texto de cuarto y quinto grado?
- ¿Cómo evaluar el conocimiento matemático mediante los elementos dimensionales de la práctica de la Didáctica de la Matemática (DM) en los libros de texto de cuarto y quinto grado sobre el proceso de resolución de problemas?

OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

Objetivo General

Generar un modelo de evaluación del conocimiento matemático en los Libros de Texto de cuarto y quinto grado con base al modelo dimensional de la práctica y la propuesta de Schoenfeld para la resolución de problemas en el proceso de instrucción

Objetivos Específicos

- Analizar mediante los elementos del modelo dimensional de la práctica los Libros de Textos del Cuarto y Quinto grado de Matemática sobre resolución de problemas.
- Describir mediante la propuesta de Schoenfeld los factores para la resolución de problemas en los Libros de Textos del Cuarto y Quinto grado de Matemática.
- Identificar mediante la propuesta de Schoenfeld las fases de la resolución de problemas en los Libros de Textos del Decimo y Undécimo grado de Matemática.
- Diseñar un instrumento que sea representativo de la complejidad del contenido resolución de problemas que permita caracterizar los Libros de Texto del Decimo y Undécimo grado de Matemática.

JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

Los problemas matemáticos juegan un papel crucial en la vida diaria de los colombianos. Estos problemas ayudan a las personas a desarrollar habilidades de pensamiento crítico, resolución de problemas y razonamiento, las cuales son esenciales para el éxito académico y profesional (Campbell et al., 2020). Además, la resolución de problemas matemáticos es una forma de entrenamiento mental que mejora la capacidad de tomar decisiones y desarrolla habilidades de pensamiento estratégico, fundamentales para el éxito en la vida cotidiana (Coskun & Bostan, 2019).

Los problemas matemáticos también son vitales para el desarrollo económico de Colombia, ya que ayudan a las empresas a tomar decisiones estratégicas para

aprovechar al máximo los recursos disponibles, mejorando su productividad y aumentando sus ganancias (Gómez-Chacón et al., 2021). Asimismo, la resolución de problemas matemáticos fomenta el desarrollo de habilidades de lógica y razonamiento en las personas (Liljedahl et al., 2021).

En el presente trabajo se pretende trabajar dos bases fundamentales que son **relevancia y pertinencia** y así mismo: Mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje, dado que de esta manera se pretende comprender los problemas matemáticos, permite diseñar estrategias didácticas más efectivas, alineadas con las dificultades y necesidades del estudiantado. Otro aspecto que trabajar es la optimización del diseño curricular: Analizar los problemas matemáticos ayuda a organizar los contenidos de manera lógica y progresiva, facilitando el aprendizaje significativo. Algo que sin duda debe estar dentro de este trabajo es el uso de metodologías innovadoras: Aporta información sobre cómo adaptar enfoques como el aprendizaje basado en problemas, la modelización matemática o el uso de tecnología educativa y por último el desarrollo profesional docente: Ofrece herramientas para que los docentes mejoren su planificación, reflexionen sobre su práctica y adopten estrategias más eficaces.

Como parte de la pertinencia, cabe resaltar que un aspecto importante a desarrollar es responde a necesidades reales del aula: Si los docentes enfrentan dificultades en la enseñanza de ciertos conceptos matemáticos, este tipo de investigación ofrece soluciones prácticas. (carece de material para las clases, libros, guías etc)

Sin duda alguna el contribuir a la calidad educativa, mejora en la planeación docente impacta directamente en los aprendizajes y desempeño de los estudiantes en matemáticas y por último la vinculación con la investigación en educación matemática: Se alinea con tendencias actuales en la didáctica de la matemática, como el estudio del error, el aprendizaje por competencias y la enseñanza diferenciada.

En resumen, esta investigación es valiosa porque ofrece herramientas concretas para mejorar la enseñanza de las matemáticas y se justifica porque responde a problemas reales del aula y a la necesidad de innovar en la educación. ¿Tienes algún enfoque específico en mente, como la enseñanza en niveles específicos o el uso de tecnologías?

La presente investigación pretende generar unos **impactos y beneficios** que pueden ser de mucha relevancia para el cuerpo de docente, dado minimiza el tiempo empleado para su planeación docentes y minimiza en los estudiantes y padres de familia los altos costos de los libros de textos dado que busca generar un instrumento que sea útil para el docente y en ese sentido al mejorar su planeación los estudiantes no requieren texto guía dado que la clase la controla el docente con su material previamente organizado.

Para los educadores en educación matemática, es de vital importancia que los estudiantes se fortalezcan en una formación en el componente de la resolución de problemas, con el objetivo de potenciar no solo la parte cognitiva, sino también el desarrollo profesional y personal en los diversos contextos de la vida cotidiana donde se requiere el uso de esta habilidad (Santos-Trigo, 2019).

El valor teórico que la presente investigación fortalecerá el desarrollo del pensamiento lógico y crítico, mejor manejo de datos y estadística, mayor capacidad de resolución de problemas, precisión y atención al detalle y mejora en la toma de decisiones que en las diversas áreas fundamentales del saber las fortalece de la siguiente manera: Desarrollo del Pensamiento Lógico y Crítico: en ciencias como física y química, donde se requiere analizar datos, identificar patrones y aplicar fórmulas, en filosofía y argumentación, al estructurar ideas de manera lógica y coherente, Mejor Manejo de Datos y Estadísticas, interpretar gráficos, porcentajes y probabilidades es clave, análisis de datos demográficos o económicos, mejora la capacidad de Resolución de Problemas: En programación y tecnología, donde se deben diseñar algoritmos y soluciones eficientes. Al realizar cálculos financieros y presupuestarios. En música y arte, donde la simetría, proporciones y ritmos pueden tener fundamentos matemáticos., al calcular estrategias y movimientos óptimos.

Cabe Destacar, en Colombia ha sido de gran relevancia en los últimos años y es las Pruebas Saber, si bien es cierto el poder resolver problemas de maneras adecuadas, permite a otras áreas que el estudiante razone críticamente En cuanto a las pruebas internacionales, como las Pruebas de Evaluación de Competencias de los Alumnos Internacionales (PISA), los resultados proporcionan una imagen clara del nivel de educación de los estudiantes de todo el mundo y ayudan a los gobiernos a mejorar

sus sistemas educativos (OECD, 2019). Estos resultados también son utilizados por las instituciones educativas para evaluar el rendimiento de los estudiantes y para identificar áreas de mejora.

La presente investigación tiene como finalidad analizar los libros de texto en cuanto a cómo manejan la resolución de problemas, teniendo en cuenta cómo, de forma global, la resolución de problemas ayuda a los estudiantes a razonar y lo útil que se convierte en su vida académica. Además, se busca contribuir con un instrumento que garantice la efectividad de medición de la resolución de problemas, dado que el docente podrá direccionar adecuadamente a los estudiantes en su comprensión, análisis e interpretación (Pérez & Ramírez, 2008).

Las pruebas estandarizadas en Colombia, como las pruebas Saber Pro y las externas como TIMSS, TERCE y PISA, entre otras, desarrollan la resolución de problemas. Esta es una razón que se suma a la necesidad de tener claro cómo deben ser los problemas para trabajar en el aula de clases, de manera que respondan a potenciar al estudiante en conocimientos que los ayuden a interpretar y analizar críticamente cualquier situación problema, y a evitar sesgos en su futura carrera universitaria (Prieto et al., 2008).

La conceptualización de la resolución de problemas a nivel global ha cambiado a raíz de las exigencias que toman las nuevas generaciones. En ese mismo sentido, los currículos escolares deben buscar que sus estudiantes contextualicen los problemas a la vida cotidiana, buscando crear mayor interés por el área y encontrándole sentido a muchos elementos que por miles de años han sido inherentes a nuestros ojos, pero son tan útiles en la sociedad y en el diario vivir (English & Gainsburg, 2016).

Para los docentes, la herramienta estrella en su planificación es el libro de texto. Por esta razón, la presente investigación se fundamenta en crear un instrumento que lleve al docente a verificar la eficacia y la eficiencia que se debe dar en el momento de transmitir el proceso de enseñanza de los problemas. En ese sentido, el docente tendrá la libertad de evaluar si vale la pena o no poner en práctica lo que el libro de texto en muchas ocasiones brinda o si es necesario replantear su enfoque (Rezat & Sträßer, 2021).

CAPITULO II

ASPECTOS TEÓRICOS QUE APOYAN LA INTENCIÓN INVESTIGATIVA

ANTECEDENTES

La resolución de problemas matemáticos y el análisis de libros de texto han sido temas de gran interés en la investigación educativa en los últimos años. Este estado del arte presenta una revisión exhaustiva de los estudios más relevantes a nivel internacional y nacional, que han contribuido al conocimiento en estas áreas.

Antecedentes Internacionales

A nivel internacional, se evidencia una gran tendencia y preocupación por el estudio de los libros de texto, especialmente por Andonegui (2015) en su artículo “Análisis de las rutas de aprendizaje subyacentes en los textos de matemática de primaria de la colección bicentenario. el caso de la sustracción” el trabajo apunta a un análisis global de textos, en cuanto a evaluar las rutas de aprendizaje de los distintos temas matemáticos presentes en el diseño curricular de Primaria. Con este fin, se parte de una conceptualización de tales rutas, de acuerdo con los lineamientos de la Educación Matemática Realista, al realizar el estudio establecen las características a estudiar en la ruta de aprendizaje en la cual realizan una comparación con los grados comprendidos de primero a sexto grado. Finalmente, en cuanto al subtema Resolución de Problemas, la propuesta de problemas a resolver es muy escasa. En particular y a pesar de las sugerencias que ofrece la literatura al respecto, no se toma en cuenta la diversidad semántica de los enunciados de problemas aditivos (cambio, comparación, combinación, igualdad). En cuanto a los ejercicios de suma y resta entre unidades de medidas de magnitudes (longitud, masa, capacidad, tiempo...) se omite hacerlo con diferentes órdenes de unidades (litros \pm centilitros, etc.).

Así mismo se observa una tendencia hacia la integración de tecnologías digitales en la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Un ejemplo destacado es el estudio doctoral de Poveda Fernández (2019) titulado "Resolución de Problemas Matemáticos y Uso de Tecnologías Digitales en un Curso Masivo en Línea". Esta investigación se centró en diseñar e implementar un ambiente de aprendizaje MOOC para promover en los participantes una actitud inquisitiva en la comprensión de conceptos matemáticos y la resolución de problemas. El curso se diseñó en torno a los principios de resolución de problemas que incluyen el desarrollo y la práctica de un enfoque inquisitivo en el que los participantes examinaron constantemente las propiedades y atributos de los objetos, formularon conjeturas, compartieron sus ideas, buscaron diferentes formas de apoyar las relaciones y comunicaron sus resultados.

La naturaleza de este estudio fue de carácter cualitativo, basándose en el proceso inductivo de observación, exploración y análisis de las respuestas de los participantes y las interacciones entre ellos. El diseño de las actividades o tareas matemáticas se fundamentó en los episodios de Resolución de Problemas y uso de tecnología digital propuestos por Santos-Trigo (2014a) y Santos-Trigo y Camacho-Machín (2011). El objetivo fue que los participantes, mediante la exploración de modelos dinámicos de los problemas, se involucraran en los procesos de resolución de problemas, incluyendo: (1) exploración de diferentes representaciones, (2) búsqueda de patrones, invariantes y relaciones entre objetos matemáticos, (3) búsqueda de diversos métodos de solución (presentación de argumentos), (4) comunicación de resultados, (5) importancia de formular preguntas y (6) la formulación de nuevos problemas.

Otra línea de investigación importante a nivel internacional es la influencia de las experiencias didácticas en las creencias matemáticas de los docentes. Peña Rincón (2016) realizó un estudio titulado "Influencias de una experiencia didáctica intercultural en las creencias matemáticas docentes", que exploró cómo una experiencia didáctica matemática intercultural influye en las creencias matemáticas docentes en un contexto escolar urbano percibido como culturalmente homogéneo. El objetivo principal de esta investigación fue identificar las influencias de un proceso de desarrollo profesional docente intercultural en las creencias matemáticas docentes en dicho contexto.

Las perspectivas teóricas consideradas en este estudio fueron diversas. En primer lugar, se hizo un recorrido por la Etnomatemática como un enfoque que pone de relieve la igualdad epistemológica de los conocimientos y la existencia de distintas formas de hacer matemáticas. En segundo lugar, se exploraron algunas perspectivas epistemológicas sobre las matemáticas y su naturaleza, profundizando en la perspectiva sociocultural. Esto permitió entender que las matemáticas son una producción sociocultural determinada tanto por las necesidades como por las racionalidades de quienes la producen. En tercer lugar, se consideró un conjunto de elementos teóricos que permiten caracterizar las creencias matemáticas docentes.

Esta investigación se enmarcó en un paradigma cualitativo-interpretativo colaborativo que concibe que la realidad social se constituye a partir de la interacción de los participantes entre sí y con su entorno social, cultural y natural, y que reconoce la existencia de múltiples realidades: la de los investigadores, de los participantes, y de los lectores. Además, adhiere al enfoque colaborativo porque en él los participantes se unen con un objetivo en común, a partir de experiencias, competencias y perspectivas diversas, y porque interactúan, dialogan y reflexionan en conjunto. La docente participante de esta investigación fue una profesora de educación básica que realiza su labor docente en una escuela pública de una comuna ubicada en la zona sur de Santiago de Chile.

En cuanto al análisis de libros de texto, se han realizado investigaciones significativas que examinan la evolución histórica de los contenidos matemáticos. Laura Conejo (2015) llevó a cabo un estudio doctoral en la Facultad de Educación y Trabajo Social de la Universidad de Valladolid titulado "Análisis histórico de las demostraciones en libros de texto sobre los teoremas de límites y continuidad. De la ley general de educación a la ley orgánica de educación". En esta investigación, se realizó una revisión bibliográfica sobre las demostraciones matemáticas que se encontraban en los libros de texto con el fin de preparar a los estudiantes universitarios de una mejor manera. Se desarrolló una metodología "ad hoc" en la que se combinó el método histórico de la investigación y el modelo de las fases de investigación.

En la misma línea, Alexander Maz Machado realizó un estudio en la Universidad de Córdoba, España, titulado "Investigación histórica de conceptos en los libros de

matemáticas". Este artículo científico mostró la importancia de estudiar los libros de texto bajo el diseño de análisis de contenido, permitiendo analizar el recorrido histórico del concepto de matemáticas comprendido entre los siglos XVIII y XIX. El estudio presentó un recorrido histórico de conceptos, representaciones gráficas, simbologías y tablas, centrando la atención en aspectos conceptuales y didácticos.

Antecedentes Nacionales.

A nivel nacional, en Colombia, se observa un creciente interés en el fortalecimiento de la competencia de resolución de problemas matemáticos mediante el uso de tecnologías educativas. Córdoba Mejía, Guzmán Romero, Ramírez y Torrado Ramírez (2022) desarrollaron un estudio en la Universidad de Cartagena titulado "Fortalecimiento de la competencia resolución de problemas matemáticos mediante la utilización de los R.E.D basados en la técnica de la gamificación y el trabajo colaborativo". Este trabajo tuvo como finalidad fortalecer la competencia de resolución mediada por una herramienta digital para despertar el interés y motivación de los estudiantes.

A través de una prueba diagnóstica, los investigadores lograron analizar la importancia de la aplicabilidad de la gamificación. El diseño metodológico utilizado fue un método cualitativo mediado por la investigación acción, en el cual determinaron unas categorías de estudios para la propuesta JUEGO Y APRENDO. Dichas categorías estaban relacionadas con los objetivos específicos. Las técnicas de recolección de la información incluyeron la observación directa e indirecta, y como instrumento de recolección de la información usaron la entrevista semiestructurada.

Al finalizar el análisis de los instrumentos y la implementación de la propuesta, se concluyó la importancia de que los estudiantes comprendan el problema, elaboren un plan para su desarrollo, lo ejecuten y lo verifiquen. Asimismo, se destacó la importancia de que los docentes involucren en su planificación el uso de gamificaciones y herramientas que motiven a los estudiantes en el proceso de enseñanza.

Así mismo podemos observar cómo en Colombia sigue siendo altamente relevante el estudiar los criterios para resolver un problema Martínez Hernández, L. y Ruiz Ortega, F. (2023). Analizan los aportes, alcances y limitaciones en el aprendizaje de las matemáticas de los enfoques de resolución de problemas de George Pólya, Alan

H. Schoenfeld y Frederick Reif, para la investigación en curso el análisis de Alan H. Schoenfeld es crucial. Las dimensiones consideradas por Schoenfeld son las siguientes: Recursos, Heurísticas, Control, Sistema de creencias.

Adicional a estas dimensiones, otra consideración importante en el trabajo de Schoenfeld es que, en el estudio de las matemáticas enfocado en la resolución de problemas, los estudiantes deben reconocer algunos principios epistemológicos, entre los cuales están: Encontrar la solución de un problema matemático no es el final de la operación matemática, sino el punto inicial para encontrar otras soluciones, extensiones, generalizaciones de ese problema

Aprender matemáticas es un proceso activo que requiere discusiones de conjeturas y pruebas, el cual puede guiar a los estudiantes al desarrollo de nuevas ideas; además, es necesario considerar actividades de aprendizaje que sean consistentes con los principios epistemológicos. Las dimensiones propuestas por Schoenfeld a partir de su trabajo atinente al enfoque de resolución de problemas matemáticos, también son susceptibles de análisis desde la perspectiva de los procesos metacognitivos que se encuentran inmersos en un problema; en este escenario se pueden discriminar tres procesos en las operaciones de autorregulación de orden jerárquico en la metacognición; esto hace referencia a todas las actividades que el ser humano lleva a cabo de forma autónoma para controlar todo lo que realiza y aprende; estos procesos son: planeación, monitoreo y evaluación.

Finalmente, Schoenfeld desarrolló su propuesta sobre resolución de problemas a partir de los trabajos de Pólya, aunque toma distancia en algunos aspectos; a su vez considera la importancia decisiva que tienen los recursos como mediadores en la solución de problemas, a los que considera herramientas indispensables, sin las cuales la persona no podría encontrar la solución y el método no funcionaría, ya que carecería de las herramientas requeridas.

Continuamos en esa búsqueda de trabajos que de alguna manera le aportan de manera suscita al presente trabajo, Cortez Gutiérrez, H. Ó., Gil Flores, M. A. y Cortez Gutiérrez, M. M. (2024). Trabajan “La creatividad motriz según la resolución de problema identificada” a creatividad motriz puede potenciar el desarrollo cognitivo al fomentar la resolución de problemas y la toma de decisiones en entornos dinámicos. A

través de la experimentación y la improvisación en movimientos corporales, los individuos desarrollan habilidades para pensar de manera flexible y adaptativa, lo cual es crucial para enfrentar desafíos tanto en el ámbito físico como en el mental. Esto muestra como existen diversos caminos para que el ser humano se adapte al más conveniente en temas de resolver un problema. La investigación tiene como objetivo clasificar la variable resolución de problema en dos categorías: apropiado y no apropiado. Por otro lado, analizar la existencia de diferencias estadísticamente significativas de la creatividad motriz según las categorías establecidas de resolución de problemas, trabajo un diseño metodológico correlacional, una muestra no probabilista.

En resumen, esta investigación ha explorado factores que tienen influencia en la creatividad motriz según las habilidades de resolver problema, perfil de afecto (actitudinal) y género con diferencias marcadas y que se debe intervenir para la mejora del rendimiento académico y calidad de vida de los estudiantes.

Por consiguiente, se evidencia en la búsqueda que se han realizado investigaciones que se centran en el desarrollo de habilidades de pensamiento para potenciar la resolución de problemas matemáticos. Domínguez Osorio y Espinoza Santiago llevaron a cabo un estudio titulado "Potenciar la resolución de problemas matemáticos desarrollando habilidades de pensamiento desde una mirada heurística". Esta investigación se fundamentó en potenciar la resolución de problemas matemáticos desarrollando habilidades de pensamiento a través de la implementación del Método Heurístico en los estudiantes de 3º de básica primaria de la Institución Mundo Bolivariano.

Los objetivos específicos de este estudio incluyeron identificar el nivel de desempeño que presentan los estudiantes en cuanto a la resolución de problemas matemáticos, desarrollar actividades metodológicas a través del Método Heurístico con la contribución de las habilidades de pensamiento para fortalecer la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes, y evaluar el nivel de desempeño alcanzado por los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos luego de implementar las actividades metodológicas.

Esta investigación se fundamentó principalmente en las teorías de George Polya, Jerome Bruner y Howard Gardner, además de otros teóricos clásicos. Los autores destacan que actualmente en Colombia, la resolución de problemas matemáticos cobra gran relevancia en el currículo de la enseñanza del área de matemáticas, convirtiéndose en el eje central del proceso de enseñanza de los estudiantes. Se busca desarrollar en ellos las habilidades para que puedan dar solución a cualquier situación problema que pueda presentárseles. Esto implica que los docentes deben dotar a los niños de las herramientas necesarias para conseguirlo y brindarles una educación de calidad.

El aporte de este trabajo a la presente investigación radica en la importancia de la competencia de resolución de problemas como una herramienta didáctica que facilita a los estudiantes su proceso de aprendizaje y que además tiene aplicación dentro del contexto donde se desenvuelva un individuo, dotándolo de habilidades para dar solución a cualquier problema planteado en diferentes disciplinas.

En conjunto, estos estudios reflejan una tendencia hacia la integración de tecnologías digitales, la consideración de aspectos interculturales y socioculturales, y el énfasis en el desarrollo de habilidades de pensamiento en la enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. Además, se observa un interés continuado en el análisis histórico y didáctico de los libros de texto de matemáticas. Estas investigaciones proporcionan una base sólida para futuros estudios que busquen profundizar en la comprensión de cómo mejorar la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos y el diseño de materiales educativos efectivos

PERSPECTIVAS TEORICAS Y ENFOQUES DE ANÁLISIS

El conocimiento didáctico-matemático (CDM)

Se refiere al conocimiento especializado que los docentes de matemáticas necesitan para enseñar eficazmente esta disciplina. Batista et al (2022). Va más allá del dominio de los conceptos matemáticos y abarca también la comprensión de cómo los estudiantes aprenden, las estrategias pedagógicas para enseñar matemáticas y la

capacidad para adaptar el contenido a diferentes niveles de comprensión. Godino et al (2017)

Este concepto combina dos áreas principales:

- **Conocimiento matemático:** Es el dominio profundo de los contenidos de matemáticas, que incluye no solo los conceptos básicos, sino también su estructura, interrelaciones y aplicaciones. Implica entender los fundamentos, las propiedades y las conexiones entre los diferentes temas matemáticos. Carvalho (2017).

- **Conocimiento didáctico:** Incluye la comprensión de cómo se enseña y cómo se aprende matemáticas. Esto abarca las estrategias pedagógicas, la anticipación de dificultades comunes que los estudiantes podrían tener, el uso de representaciones adecuadas, la formulación de preguntas efectivas y la capacidad de evaluar y retroalimentar el progreso del estudiante. (Schoenfeld y Kilpatrick, 2008)

Algunos componentes clave del conocimiento didáctico-matemático incluyen:

- **Conocimiento del contenido:** Saber matemáticas correctamente, de manera profunda y flexible.

- **Conocimiento pedagógico del contenido:** Saber cómo enseñar esos conceptos matemáticos de una manera que sea comprensible y accesible para los estudiantes. Esto incluye estrategias didácticas, ejemplos, problemas y herramientas que pueden facilitar la comprensión.

- **Conocimiento de las concepciones y errores de los estudiantes:** Comprender las dificultades comunes, errores típicos y concepciones erróneas que los estudiantes suelen tener al aprender ciertos conceptos matemáticos.

- **Conocimiento curricular:** Entender el plan de estudios de matemáticas, los objetivos de aprendizaje para cada nivel educativo y la secuenciación de los temas.

Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD)

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), desarrollada por Yves Chevallard (1999), proporciona un marco teórico valioso para analizar la actividad matemática y su enseñanza y aprendizaje en el contexto de las instituciones educativas. La TAD se basa en la idea de que la matemática, como actividad humana, se desarrolla en el seno

de instituciones sociales, y que su enseñanza y aprendizaje están condicionados por las normas, valores y prácticas de estas instituciones.

Un concepto central en la TAD es el de praxeología, que se refiere a la organización del conocimiento matemático en términos de tipos de tareas, técnicas, tecnologías y teorías. Según Chevallard (1999), toda actividad matemática puede describirse como una praxeología, que incluye:

Un tipo de tareas (T), que define el problema o la cuestión que se plantea.

Una técnica (τ), que es una manera de realizar o resolver el tipo de tareas.

Una tecnología (θ), que es un discurso que justifica y explica la técnica.

Una teoría (Θ), que es un nivel de justificación más general que fundamenta y organiza las tecnologías.

Desde la perspectiva de la TAD, el objetivo de la enseñanza de las matemáticas es que los estudiantes desarrollen praxeologías matemáticas, es decir, que sean capaces de resolver tipos de tareas utilizando técnicas eficaces y justificadas por tecnologías y teorías. Sin embargo, como señalan Bosch y Gascón (2009), las praxeologías matemáticas que se enseñan en las instituciones educativas suelen estar influenciadas por las normas y valores de estas instituciones, que pueden diferir de las praxeologías matemáticas "sabias" o de referencia.

Por ello, la TAD propone analizar las praxeologías matemáticas que se estudian en las instituciones educativas en términos de su ecología, es decir, de las condiciones y restricciones que afectan su desarrollo y evolución. Esto implica considerar aspectos como los objetivos y programas curriculares, los recursos y materiales disponibles, las formas de evaluación, las creencias y concepciones de los docentes y estudiantes, entre otros.

Otro aporte de la TAD es la distinción entre diferentes tipos de praxeologías matemáticas según su grado de complejidad y completitud. Chevallard (1999) distingue entre:

Praxeologías puntuales, que se refieren a un único tipo de tareas y una técnica específica para resolverlo.

Praxeologías locales, que integran varias praxeologías puntuales en torno a una tecnología común.

Praxeologías regionales, que articulan varias praxeologías locales en torno a una teoría matemática.

Praxeologías globales, que abarcan varias teorías matemáticas y sus relaciones.

Según la TAD, uno de los objetivos de la enseñanza de las matemáticas debería ser que los estudiantes desarrollen praxeologías matemáticas cada vez más complejas y completas, que les permitan abordar tipos de tareas más variados y utilizar técnicas más potentes y justificadas.

En relación con la resolución de problemas, la TAD ofrece una perspectiva interesante para analizar los tipos de problemas que se proponen en las instituciones educativas y las praxeologías matemáticas que se ponen en juego para resolverlos. Como señala Gascón (2011), desde la TAD se pueden estudiar los problemas matemáticos en términos de su estructura praxeológica, es decir, del tipo de tareas que plantean, de las técnicas que se pueden utilizar para resolverlos, y de las tecnologías y teorías que justifican y fundamentan estas técnicas.

Además, la TAD permite analizar las condiciones ecológicas que afectan la presencia y el tratamiento de los problemas matemáticos en las instituciones educativas, como los programas curriculares, los libros de texto, las formas de evaluación, las concepciones de los docentes sobre la resolución de problemas, entre otros aspectos.

En resumen, la Teoría Antropológica de lo Didáctico ofrece un marco teórico valioso para analizar la actividad matemática y su enseñanza y aprendizaje en el contexto de las instituciones educativas. La TAD propone estudiar las praxeologías matemáticas que se desarrollan en estas instituciones, considerando su estructura en términos de tipos de tareas, técnicas, tecnologías y teorías, y su ecología en términos de las condiciones y restricciones que afectan su evolución. En particular, la TAD permite analizar los problemas matemáticos en términos de su estructura praxeológica y de las condiciones ecológicas que influyen en su tratamiento en las instituciones educativas.

Resolución de problemas: Obstáculos en el aprendizaje

La resolución de problemas es una actividad fundamental en el aprendizaje de las matemáticas, ya que permite a los estudiantes aplicar sus conocimientos,

desarrollar habilidades de razonamiento lógico y enfrentar situaciones desafiantes. Sin embargo, esta actividad también presenta diversos obstáculos que pueden dificultar el proceso de aprendizaje y generar frustración en los estudiantes.

Socas (1997) propone una clasificación de los obstáculos en la resolución de problemas en tres categorías principales: epistemológicos, cognitivos y didácticos. Esta clasificación brinda un marco teórico para comprender las dificultades que enfrentan los estudiantes y los factores que influyen en su aprendizaje.

Los obstáculos epistemológicos están relacionados con la naturaleza de los objetos matemáticos y su evolución histórica. Estos obstáculos surgen de la complejidad inherente a los conceptos matemáticos y de las diferentes interpretaciones y representaciones que han tenido a lo largo de la historia. Por ejemplo, el concepto de número ha evolucionado desde su uso en el conteo hasta su formalización en diferentes sistemas numéricos, lo que puede generar dificultades para los estudiantes al enfrentarse a problemas que involucran diferentes representaciones numéricas.

Además, los obstáculos epistemológicos pueden estar asociados a la forma en que se presentan los problemas y a la terminología utilizada. Los enunciados de los problemas pueden contener términos o expresiones que resulten confusos o ambiguos para los estudiantes, lo que dificulta su comprensión y resolución. Asimismo, la estructura y el contexto de los problemas pueden influir en la capacidad de los estudiantes para identificar los datos relevantes y establecer las relaciones necesarias para su resolución.

Por otro lado, los obstáculos cognitivos se refieren a las dificultades que enfrentan los estudiantes para construir y movilizar conocimientos matemáticos. Estos obstáculos están relacionados con las habilidades cognitivas de los estudiantes, como la atención, la memoria, el razonamiento lógico y la capacidad de abstracción. Los estudiantes pueden tener dificultades para comprender los conceptos matemáticos involucrados en un problema, para identificar patrones y relaciones, o para aplicar estrategias de resolución adecuadas.

Los obstáculos cognitivos también pueden estar influenciados por las creencias y actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas. Aquellos estudiantes que tienen una baja autoeficacia matemática, es decir, que no se sienten capaces de resolver

problemas matemáticos, pueden experimentar ansiedad y frustración al enfrentarse a tareas desafiantes. Estas emociones negativas pueden interferir con su capacidad para pensar de manera clara y aplicar sus conocimientos de manera efectiva.

Además, los estudiantes pueden tener dificultades para transferir los conocimientos adquiridos en un contexto a otro diferente. Por ejemplo, pueden ser capaces de resolver problemas similares a los presentados en clase, pero enfrentar obstáculos al intentar aplicar esos mismos conceptos en situaciones nuevas o en problemas con un contexto diferente. La falta de flexibilidad en la aplicación de conocimientos y estrategias puede limitar la capacidad de los estudiantes para resolver problemas de manera efectiva.

Por último, los obstáculos didácticos están relacionados con las decisiones tomadas en el proceso de enseñanza y con las prácticas pedagógicas utilizadas por los docentes. Estos obstáculos pueden surgir de la forma en que se presentan los contenidos matemáticos, de las estrategias de enseñanza empleadas o de la falta de oportunidades para que los estudiantes se involucren activamente en la resolución de problemas.

Los docentes pueden presentar los problemas de manera descontextualizada o sin establecer conexiones con los conocimientos previos de los estudiantes, lo que dificulta su comprensión y resolución. Además, si los docentes se centran principalmente en la enseñanza de algoritmos y procedimientos, sin promover el desarrollo de habilidades de razonamiento y resolución de problemas, los estudiantes pueden tener dificultades para enfrentar situaciones que requieran un enfoque más creativo o estratégico.

Otro aspecto didáctico que puede generar obstáculos es la falta de retroalimentación efectiva por parte de los docentes. Si los estudiantes no reciben una retroalimentación adecuada sobre sus errores y estrategias de resolución, pueden perpetuar conceptos erróneos o aplicar enfoques ineficientes. Es importante que los docentes brinden una retroalimentación constructiva y orienten a los estudiantes hacia la identificación y corrección de sus errores, promoviendo así un aprendizaje más significativo.

Además, los obstáculos didácticos pueden estar relacionados con la falta de oportunidades para que los estudiantes trabajen en grupo y compartan sus estrategias de resolución. La interacción entre pares y el aprendizaje colaborativo pueden ser beneficiosos para superar obstáculos y desarrollar habilidades de resolución de problemas. Sin embargo, si los docentes no fomentan este tipo de actividades o no brindan un entorno adecuado para el trabajo en equipo, los estudiantes pueden perder la oportunidad de aprender de sus compañeros y de desarrollar habilidades sociales y comunicativas importantes.

Es fundamental que los docentes sean conscientes de estos obstáculos y adopten estrategias pedagógicas que los aborden de manera efectiva. Esto implica diseñar actividades de resolución de problemas que sean desafiantes pero alcanzables, brindar apoyo y orientación durante el proceso de resolución, y promover la reflexión y el análisis de las estrategias utilizadas por los estudiantes.

Además, es importante que los docentes fomenten un ambiente de aprendizaje positivo, en el que los estudiantes se sientan seguros para expresar sus ideas, hacer preguntas y cometer errores. Un entorno de aprendizaje que valore el esfuerzo, la perseverancia y el pensamiento crítico puede ayudar a los estudiantes a superar los obstáculos y a desarrollar una actitud más positiva hacia la resolución de problemas.

En conclusión, la resolución de problemas es una actividad fundamental en el aprendizaje de las matemáticas, pero también presenta diversos obstáculos para los estudiantes. La clasificación de Socas (1997) en obstáculos epistemológicos, cognitivos y didácticos brinda un marco teórico para comprender las dificultades que enfrentan los estudiantes y los factores que influyen en su aprendizaje. Es esencial que los docentes sean conscientes de estos obstáculos y adopten estrategias pedagógicas efectivas para abordarlos, promoviendo así un aprendizaje más significativo y el desarrollo de habilidades de resolución de problemas en los estudiantes. Solo a través de un enfoque integral que considere los aspectos epistemológicos, cognitivos y didácticos, se podrá superar los obstáculos y potenciar el aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas.

El Modelo Dimensional de la Práctica (Martín Andonegui)

Este modelo, aunque quizás menos conocido globalmente que los de Schoenfeld o Chevallard, ha sido desarrollado en el contexto latinoamericano (Venezuela, específicamente) y es sumamente pertinente para tu estudio, especialmente si trabajas con libros de texto de la región.

- **Descripción del Modelo:**

- **Orígenes y Propósito:** Presenta a Martín Andonegui y el contexto en el que desarrolló este modelo. Explica que el MDP busca proporcionar un marco para el análisis y la comprensión de las prácticas educativas, especialmente en el aula de matemáticas. Puede que el modelo de Andonegui esté ligado a la observación de clases, pero su aplicación al análisis de libros de texto es una adaptación que tú harías y debes justificar.

- **Dimensiones Clave:** Detalla cada una de las dimensiones que Andonegui propone. Aunque la búsqueda inicial no arroja directamente la estructura de su modelo, es probable que se centre en aspectos como:

- **Dimensión Epistémica:** Relacionada con la naturaleza del conocimiento matemático en sí mismo, cómo se construye, se justifica y se valida en la práctica. En los libros de texto, esto se vería en cómo se presentan las definiciones, teoremas, propiedades, y la lógica interna de las matemáticas.

- **Dimensión Cognitiva:** Se enfoca en los procesos de pensamiento de los estudiantes y el profesor al interactuar con el conocimiento. En los libros, esto se manifestaría en el tipo de razonamiento que se demanda en las tareas, las estrategias de pensamiento que se promueven, y cómo se gestiona el error o la dificultad.

- **Dimensión Afectiva/Motivacional:** Aborda las emociones, actitudes, creencias y valores que se generan en la práctica. En los libros de texto, podrías analizar cómo se busca motivar al estudiante, el lenguaje utilizado, la presencia de personajes, las referencias al "éxito" o "fracaso", y la promoción de una visión positiva de las matemáticas. (Los resultados de búsqueda indican que Andonegui ha analizado cómo los libros de texto fomentan creencias positivas hacia la matemática).

- **Dimensión Interaccional/Social:** Se refiere a la dinámica de interacción entre los participantes (profesor-alumno, alumno-alumno) y cómo el conocimiento se negocia socialmente. Aunque un libro de texto no es una interacción

en vivo, puedes analizar cómo el libro *simula* o *sugiere* interacciones (e.g., preguntas retóricas, indicaciones para trabajar en parejas, diálogos simulados).

- **Dimensión Mediacional/Material:** Considera los recursos y artefactos utilizados en la práctica. Para tu tesis, esto es crucial, ya que el **libro de texto es el principal artefacto mediacional**. Aquí se analizaría cómo el diseño gráfico, el uso de imágenes, diagramas, tecnología (si se sugiere), la estructura de los capítulos, etc., median el acceso al conocimiento.

Aplicación al Análisis de Libros de Texto: Argumenta cómo cada una de estas dimensiones te permitirá examinar de forma sistemática cómo el conocimiento matemático y las tareas de resolución de problemas son presentadas, organizadas y vehiculadas en los libros de texto, mediante las siguientes interrogantes

- ¿Cómo la **dimensión epistémica** se refleja en la rigurosidad o formalidad de las explicaciones?

- ¿Cómo la **dimensión cognitiva** se ve en las exigencias de las tareas de resolución de problemas?

- Cómo la **dimensión afectiva** se manifiesta en el lenguaje o en la presentación de los personajes/situaciones?

- ¿Cómo la **dimensión mediacional** influye en la accesibilidad y comprensión del contenido

Libros de texto como campo de acción a la planeación docente

Los libros de texto desempeñan un papel crucial en la planeación y desarrollo de las clases de matemáticas, ya que son una de las principales fuentes de información y recursos para los docentes. Gómez y Romero (2015) señalan que los libros de texto influyen en las decisiones de los profesores sobre qué y cómo enseñar, ya que proporcionan una secuencia de contenidos, actividades y evaluaciones alineadas con el currículo.

Sin embargo, los libros de texto no son instrumentos neutrales, sino que reflejan perspectivas particulares sobre la naturaleza de las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje. Como señalan Fan, Zhu y Miao (2013), los libros de texto pueden promover diferentes enfoques pedagógicos, como la instrucción directa, el aprendizaje por descubrimiento o la resolución de problemas, y pueden enfatizar diferentes tipos de conocimientos y habilidades, como la memorización de hechos y procedimientos, la comprensión conceptual o el razonamiento matemático.

Por ello, es importante que los docentes analicen críticamente los libros de texto que utilizan, y que los adapten y complementen según las necesidades y características de sus estudiantes. Nicol y Crespo (2006) sugieren que los docentes deben desarrollar habilidades para evaluar la calidad matemática y pedagógica de los libros de texto, para identificar sus fortalezas y limitaciones, y para usarlos de manera flexible y creativa en sus clases.

Además, los libros de texto pueden ser una herramienta valiosa para la formación y el desarrollo profesional de los docentes. Como señala Howson (2013), los libros de texto pueden proporcionar a los profesores ejemplos de buenas prácticas, ideas para actividades y problemas, y recursos para ampliar su conocimiento matemático y didáctico. Sin embargo, para aprovechar este potencial, es necesario que los docentes tengan oportunidades de analizar, discutir y experimentar con los libros de texto en contextos de colaboración y reflexión sobre su práctica.

En resumen, los libros de texto son un campo de acción fundamental para la planeación y el desarrollo de las clases de matemáticas, pero su uso efectivo requiere que los docentes los analicen críticamente, los adapten a las necesidades de sus estudiantes y los utilicen de manera flexible y creativa. Además, los libros de texto pueden ser una herramienta valiosa para la formación y el desarrollo profesional de los docentes, siempre que se utilicen en contextos de colaboración y reflexión sobre la práctica.

Problemas matemáticos y contextos

La contextualización de los problemas matemáticos es un aspecto clave para favorecer la comprensión y el interés de los estudiantes. Palm (2008) distingue entre problemas auténticos, que se refieren a situaciones de la vida real, y problemas

ficticios, que se plantean en contextos artificiales. Los problemas auténticos tienen un mayor potencial para promover la motivación y la transferencia del aprendizaje, ya que permiten a los estudiantes ver la relevancia y utilidad de las matemáticas en su vida cotidiana.

Sin embargo, la autenticidad de un problema no se limita a su referencia a situaciones reales, sino que también implica la presencia de características específicas. Palm (2008) propone varios criterios para evaluar el grado de autenticidad de un problema, como:

La existencia de un propósito o meta más allá de la resolución misma del problema, que sea significativo para el estudiante.

La presencia de información relevante e irrelevante, que requiera al estudiante seleccionar y utilizar los datos pertinentes.

La posibilidad de utilizar estrategias y razonamientos propios de la situación real que se simula, y no solo procedimientos matemáticos estándar.

La exigencia de justificar y argumentar las soluciones, considerando las implicaciones y consecuencias en el contexto planteado.

Además de la autenticidad, otro aspecto importante en la contextualización de los problemas es la diversidad de representaciones y modelos matemáticos que se pueden utilizar. Como señalan Lesh y Doerr (2003), los problemas contextualizados permiten a los estudiantes desarrollar y utilizar múltiples representaciones de los conceptos matemáticos, como diagramas, gráficos, tablas, ecuaciones o simulaciones, y transitar entre ellas para construir una comprensión más profunda y flexible.

Sin embargo, la contextualización de los problemas también puede presentar desafíos y dificultades para los estudiantes. Como advierten Van den Heuvel-Panhuizen y Drijvers (2014), los contextos realistas pueden introducir información y detalles superfluos que distraigan o confundan a los estudiantes, o pueden requerir conocimientos y habilidades no matemáticas que no todos los estudiantes poseen. Por ello, es importante que los docentes seleccionen y diseñen problemas contextualizados de manera cuidadosa, considerando las características y necesidades de sus estudiantes.

En resumen, la contextualización de los problemas matemáticos es un aspecto fundamental para promover la comprensión, la motivación y la transferencia del aprendizaje. Los problemas auténticos, que simulan situaciones reales y cumplen ciertos criterios de autenticidad, tienen un mayor potencial para lograr estos objetivos. Además, los problemas contextualizados permiten a los estudiantes desarrollar y utilizar múltiples representaciones y modelos matemáticos, lo que favorece una comprensión más profunda y flexible. Sin embargo, la contextualización también puede presentar desafíos y dificultades, por lo que los docentes deben seleccionar y diseñar los problemas de manera cuidadosa, considerando las características y necesidades de sus estudiantes.

Modelos de resolución de problemas matemáticos

Existen diversos modelos teóricos que buscan describir y orientar el proceso de resolución de problemas matemáticos. A continuación, se presentan algunos de los más destacados:

Modelo de resolución de problemas según Polya

George Polya, matemático húngaro y destacado educador, es ampliamente reconocido como uno de los pioneros en el estudio sistemático de la resolución de problemas matemáticos. En su influyente libro "How to Solve It" (1945), Polya presentó un modelo de cuatro fases para abordar y resolver problemas de manera efectiva. Este modelo ha tenido un impacto duradero en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, y ha servido como base para desarrollos posteriores en la didáctica de la resolución de problemas.

La primera fase del modelo de Polya es comprender el problema. Este paso fundamental implica leer detenidamente el enunciado del problema, asegurándose de entender cada término y concepto utilizado. Es esencial identificar los datos relevantes proporcionados en el enunciado, así como las incógnitas o elementos desconocidos que se deben determinar. Además, es crucial comprender las condiciones y restricciones que relacionan estos elementos, ya que establecen el marco en el que se debe resolver el problema.

Para lograr una comprensión profunda del problema, Polya sugiere hacerse preguntas como: ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición?

¿Es posible satisfacer la condición? ¿Es suficiente para determinar la incógnita? ¿O es insuficiente, redundante o contradictoria? Al responder a estas preguntas, el resolutor puede clarificar el problema y sentar las bases para las siguientes fases del proceso de resolución.

La segunda fase del modelo de Polya es concebir un plan. Una vez que se ha comprendido el problema, el siguiente paso es establecer una estrategia general para abordarlo. Esto implica buscar conexiones entre los datos y las incógnitas, y tratar de identificar patrones o relaciones que puedan ser útiles para llegar a la solución. Polya sugiere varias técnicas para concebir un plan, como dividir el problema en subproblemas más simples, buscar problemas relacionados o análogos que ya se hayan resuelto, o introducir elementos auxiliares como diagramas, tablas o ecuaciones.

En esta fase, es importante ser creativo y flexible en el pensamiento, y estar dispuesto a considerar diferentes enfoques. Polya recomienda preguntarse: ¿Se ha encontrado con un problema similar antes? ¿Conoce un problema relacionado? ¿Podría enunciar el problema de otra forma? ¿Podría imaginar un problema análogo más accesible? Estas preguntas pueden ayudar a generar ideas y estrategias prometedoras para abordar el problema en cuestión.

La tercera fase del modelo de Polya es ejecutar el plan. Una vez que se ha concebido una estrategia, es momento de llevarla a cabo de manera sistemática y cuidadosa. Esto implica realizar los cálculos necesarios, aplicar las fórmulas o algoritmos apropiados, y seguir los pasos lógicos para llegar a la solución. Es crucial verificar cada paso del proceso para asegurarse de que sea correcto y esté bien justificado.

Durante la ejecución del plan, Polya sugiere preguntarse: ¿Puede ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede demostrarlo? Estas preguntas ayudan a mantener el rigor y la precisión en el proceso de resolución, y permiten detectar y corregir posibles errores o inconsistencias.

La cuarta y última fase del modelo de Polya es examinar la solución obtenida. Una vez que se ha llegado a una respuesta, es importante tomarse el tiempo para reflexionar sobre ella y verificar su validez. Esto implica comprobar si la solución es

coherente con las condiciones y restricciones establecidas en el enunciado del problema, y si tiene sentido en el contexto dado.

Además de verificar la corrección de la solución, Polya sugiere ir más allá y explorar la posibilidad de obtener la misma respuesta por un camino diferente, o de generalizar el resultado a un caso más amplio. Esto puede llevar a una comprensión más profunda del problema y de los conceptos matemáticos subyacentes.

En esta fase, algunas preguntas útiles son: ¿Puede verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento? ¿Puede obtener el resultado de un modo diferente? ¿Puede verlo de golpe? ¿Puede emplear el resultado o el método para algún otro problema? Estas preguntas fomentan la reflexión crítica y la búsqueda de conexiones más amplias, lo que enriquece el proceso de aprendizaje.

El modelo de resolución de problemas de Polya ha tenido un impacto significativo en la didáctica de las matemáticas y ha inspirado a muchos educadores e investigadores. Schoenfeld (1985), por ejemplo, amplió el modelo de Polya al considerar factores adicionales como los recursos cognitivos, las estrategias heurísticas, el control metacognitivo y los sistemas de creencias. Santos Trigo (2007) también ha destacado la importancia de la resolución de problemas como una actividad central en el aprendizaje de las matemáticas, y ha enfatizado el papel de la metacognición y la autorregulación en este proceso.

Desde una perspectiva educativa, el modelo de Polya ofrece un marco estructurado y sistemático para abordar la resolución de problemas en el aula. Los docentes pueden utilizar las cuatro fases como una guía para diseñar actividades y preguntas que promuevan el desarrollo de habilidades de resolución de problemas en los estudiantes. Al hacer explícitas las estrategias y los procesos de pensamiento involucrados en cada fase, los docentes pueden ayudar a los estudiantes a internalizar un enfoque metódico y reflexivo para enfrentar problemas matemáticos.

Además, el modelo de Polya fomenta la metacognición y la autorregulación en los estudiantes. Al hacerse preguntas en cada fase del proceso, los estudiantes se vuelven más conscientes de su propio pensamiento y pueden monitorear y ajustar sus estrategias según sea necesario. Esto les permite desarrollar una mayor autonomía y confianza en su capacidad para resolver problemas.

En conclusión, el modelo de resolución de problemas de George Polya ha tenido un impacto duradero en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Sus cuatro fases -comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y examinar la solución obtenida- proporcionan un marco estructurado y sistemático para abordar problemas matemáticos de manera efectiva. Al incorporar este modelo en la didáctica de las matemáticas, los docentes pueden fomentar el desarrollo de habilidades de resolución de problemas, la metacognición y la autorregulación en los estudiantes, preparándolos para enfrentar desafíos matemáticos dentro y fuera del aula.

Modelo de resolución de problemas según Schoenfeld

Alan Schoenfeld, en su influyente libro "Mathematical Problem Solving" (1985), presentó un modelo de resolución de problemas que amplía y enriquece el enfoque propuesto por George Polya. Mientras que Polya se centró principalmente en las estrategias heurísticas, Schoenfeld reconoció la importancia de considerar otros factores que influyen en el proceso de resolución de problemas, como los recursos cognitivos, las creencias y la autorregulación del individuo.

La Propuesta de Resolución de Problemas de Alan Schoenfeld

Schoenfeld es una figura central en la investigación sobre la resolución de problemas matemáticos. Su modelo es muy operativo para analizar las habilidades y recursos involucrados. Aunque reconoce la importancia de Pólya, Schoenfeld va más allá al identificar factores que influyen en el éxito o fracaso de los resolvedores de problemas. Propone cuatro componentes principales que interactúan y se influyen mutuamente durante el proceso de resolución de problemas: recursos, heurísticas, control y sistemas de creencias. Cada uno de estos componentes desempeña un papel crucial en la capacidad del individuo para enfrentar y resolver problemas matemáticos de manera efectiva.

En primer lugar, los recursos se refieren a los conocimientos y habilidades matemáticas previas que posee el individuo y que pueden ser utilizados en la resolución del problema. Esto incluye conceptos, definiciones, fórmulas, algoritmos y cualquier otra información matemática relevante que el sujeto haya adquirido a lo largo

de su formación. Los recursos cognitivos son el fundamento sobre el cual se construye el proceso de resolución de problemas, ya que proporcionan las herramientas y el conocimiento necesario para abordar el problema en cuestión.

Es importante destacar que los recursos no se limitan únicamente a los conocimientos matemáticos formales, sino que también abarcan las concepciones y creencias del individuo sobre las matemáticas y su propia capacidad para resolver problemas. Estas concepciones pueden influir en la forma en que el sujeto enfoca el problema y en las estrategias que decide utilizar.

El segundo componente del modelo de Schoenfeld son las heurísticas, que son estrategias generales y técnicas de resolución de problemas que pueden guiar el proceso de búsqueda de una solución. A diferencia de los algoritmos, que son procedimientos específicos y detallados, las heurísticas son enfoques más amplios y flexibles que pueden adaptarse a diferentes tipos de problemas.

Algunas heurísticas comunes incluyen descomponer el problema en subproblemas más pequeños y manejables, explorar casos particulares o ejemplos concretos para obtener una mejor comprensión del problema, buscar patrones o regularidades que puedan revelar una estructura subyacente, o trabajar hacia atrás desde la solución deseada para identificar los pasos necesarios para llegar a ella. Estas estrategias heurísticas no garantizan una solución inmediata, pero pueden proporcionar una dirección y un enfoque para abordar el problema de manera más efectiva.

El tercer componente del modelo de Schoenfeld es el control, que se refiere a las decisiones metacognitivas que toma el individuo para monitorear y regular su propio proceso de resolución de problemas. El control implica la capacidad de planificar, supervisar y evaluar el progreso hacia la solución, así como la flexibilidad para ajustar y adaptar las estrategias según sea necesario.

Durante la fase de planificación, el sujeto analiza el problema, identifica los datos relevantes, establece metas y selecciona las estrategias iniciales. A medida que avanza en el proceso de resolución, el control implica la supervisión constante del progreso, la detección de errores o callejones sin salida, y la toma de decisiones sobre

si continuar con la estrategia actual o cambiar de enfoque. La evaluación final del proceso y la solución obtenida también forma parte del control metacognitivo.

El cuarto y último componente del modelo de Schoenfeld son los sistemas de creencias, que se refieren a las concepciones y actitudes del individuo hacia las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, y su propia identidad como resolutor de problemas. Estas creencias pueden influir significativamente en la forma en que el sujeto aborda y persiste en la resolución de problemas.

Por ejemplo, si un individuo tiene la creencia de que las matemáticas son una disciplina abstracta y difícil, o que la resolución de problemas es una habilidad innata en lugar de una habilidad que se puede desarrollar, es probable que enfrente los problemas con menos confianza y perseverancia. Por otro lado, si el sujeto tiene una visión de las matemáticas como una disciplina desafiante pero accesible, y se ve a sí mismo como un resolutor de problemas competente, es más probable que persista en la búsqueda de una solución y se beneficie de los desafíos.

Schoenfeld (1992) enfatiza que estos cuatro componentes -recursos, heurísticas, control y sistemas de creencias- no actúan de manera aislada, sino que interactúan y se influyen mutuamente durante todo el proceso de resolución de problemas. Por ejemplo, las creencias del individuo pueden influir en la selección y aplicación de estrategias heurísticas, mientras que el control metacognitivo puede llevar a la reevaluación y modificación de los recursos utilizados.

Una de las principales contribuciones del modelo de Schoenfeld es su reconocimiento de la complejidad y multidimensionalidad del proceso de resolución de problemas. Al ir más allá de las estrategias heurísticas y considerar factores cognitivos, metacognitivos y afectivos, este modelo proporciona un marco más completo para comprender y desarrollar las habilidades de resolución de problemas en los estudiantes.

Desde una perspectiva educativa, el modelo de Schoenfeld tiene implicaciones importantes para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Los docentes deben ser conscientes de la interacción entre los recursos, las heurísticas, el control y los sistemas de creencias de los estudiantes, y diseñar experiencias de aprendizaje que aborden estos componentes de manera integrada.

Esto puede implicar la enseñanza explícita de estrategias heurísticas, la promoción de la metacognición y la autorregulación a través de la reflexión y el diálogo, y la creación de un entorno de aprendizaje que fomente creencias positivas sobre las matemáticas y la resolución de problemas. Al abordar estos aspectos de manera holística, los docentes pueden ayudar a los estudiantes a desarrollar habilidades de resolución de problemas más sólidas y flexibles.

En conclusión, el modelo de resolución de problemas de Schoenfeld representa un avance significativo en la comprensión de los factores que influyen en el éxito en la resolución de problemas matemáticos. Al considerar los recursos cognitivos, las estrategias heurísticas, el control metacognitivo y los sistemas de creencias, este modelo proporciona un marco integral para analizar y desarrollar las habilidades de resolución de problemas en los estudiantes. La aplicación de este modelo en la enseñanza de las matemáticas puede conducir a un aprendizaje más profundo, significativo y duradero, preparando a los estudiantes para enfrentar los desafíos matemáticos del mundo real con confianza y competencia.

Interrelación de . La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD). La Propuesta de Resolución de Problemas de Alan Schoenfeld y Modelo Dimensional de la Práctica (Andonegui)

Estos modelos no son aislados, sino que se complementan y enriquecen mutuamente:

- El **Modelo Dimensional de la Práctica (Andonegui)** ofrece una estructura amplia para analizar las múltiples facetas de la enseñanza-aprendizaje presentes en el libro (epistémica, cognitiva, afectiva, etc.).
- Dentro de la **dimensión cognitiva y epistémica** del MDP, la propuesta de **Schoenfeld** te permite profundizar en los componentes específicos del conocimiento y comportamiento de la resolución de problemas (recursos, heurísticas, control, creencias). Es decir, Schoenfeld puede ser una "lente" más fina para analizar esas dimensiones del MDP en el contexto de la resolución de problemas.

- La **Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard)** proporciona el marco macro para entender la naturaleza del conocimiento matemático en las instituciones educativas (transposición didáctica) y cómo se organiza en "praxeologías" en el libro de texto. Las praxeologías te ayudarán a estructurar tu análisis de las tareas y técnicas presentes en el libro, las cuales a su vez pueden ser evaluadas en términos de las dimensiones de Schoenfeld y las facetas de la práctica de Andonegui.

Modelo de resolución de problemas según Santos Trigo

Santos Trigo (2007), en su libro "La Resolución de Problemas Matemáticos: Fundamentos Cognitivos", propone un modelo dinámico de resolución de problemas que enfatiza la interacción entre tres componentes:

El problema: Implica analizar la estructura matemática del problema, su contexto y las formas de representarlo.

El sujeto: Se refiere a los conocimientos, habilidades, creencias y actitudes del resolutor, así como a las estrategias heurísticas y metacognitivas que utiliza.

El contexto: Incluye los aspectos sociales y culturales que rodean la situación de resolución, como las interacciones con otros sujetos, los recursos disponibles y las prácticas matemáticas de la comunidad.

Este modelo destaca la importancia de la formulación y reformulación del problema, la búsqueda de diversas estrategias y representaciones, y la reflexión sobre el proceso de resolución. Además, reconoce el carácter situado y contextual de la actividad matemática (Santos Trigo, 2014).

Modelo I.D.E.A.L. de Bransford y Stein para la resolución de problemas

Bransford y Stein (1993) desarrollaron el modelo I.D.E.A.L., que consta de cinco pasos: Identificar el problema, Definir y representar el problema, Explorar posibles estrategias, Actuar conforme a la estrategia y Lograr la solución y evaluar los efectos de las actividades. Este modelo busca promover un enfoque sistemático y reflexivo en la resolución de problemas.

Estrategias heurísticas en la resolución de problemas

Las estrategias heurísticas son métodos generales y flexibles que pueden guiar el proceso de resolución de problemas, pero que no garantizan una solución directa. Schoenfeld (1985) identifica algunas estrategias heurísticas comunes, como:

- Dibujar un diagrama o hacer una representación gráfica del problema, que permita visualizar las relaciones entre los elementos y organizar la información.
- Descomponer el problema en subproblemas más simples, que puedan resolverse de manera independiente y luego combinarse para obtener la solución global.
- Trabajar hacia atrás desde la solución deseada, identificando las condiciones que deberían cumplirse para alcanzarla y buscando formas de satisfacerlas.
- Buscar patrones o regularidades en los datos, que puedan sugerir una estructura subyacente o una estrategia de solución.
- Considerar casos específicos o ejemplos, que puedan proporcionar información sobre el comportamiento general del problema o sugerir un método de solución.

Además de estas estrategias, Pólya (1965) sugiere otras heurísticas como:

- Analizar casos límite o extremos, que pueden revelar propiedades importantes del problema o de la solución.
- Explorar problemas análogos o relacionados, que puedan proporcionar insights o sugerir estrategias transferibles.
- Introducir elementos auxiliares, como variables, ecuaciones o construcciones geométricas, que puedan transformar el problema en uno más manejable.

Es importante destacar que las estrategias heurísticas no son algoritmos infalibles, sino guías generales que pueden ayudar a los estudiantes a abordar los problemas de manera más sistemática y creativa. Su uso efectivo requiere de práctica, reflexión y adaptación a las características específicas de cada problema (Lester, 2013).

Además, las estrategias heurísticas no funcionan de manera aislada, sino que se combinan y se complementan entre sí durante el proceso de resolución. Por ejemplo, un estudiante puede comenzar dibujando un diagrama del problema, luego descomponerlo en subproblemas más simples, y finalmente trabajar hacia atrás desde la solución deseada para resolverlos (Koichu, Berman & Moore, 2007).

En resumen, las estrategias heurísticas son herramientas cognitivas valiosas para la resolución de problemas matemáticos, que pueden ayudar a los estudiantes a abordar los desafíos de manera más estructurada y creativa. Sin embargo, su uso efectivo requiere de práctica, reflexión y adaptación a las características específicas de cada problema, así como de la capacidad de combinarlas y complementarlas entre sí durante el proceso de resolución.

Metacognición y autorregulación en la resolución de problemas

La resolución de problemas matemáticos es un proceso complejo que requiere no solo conocimientos y habilidades específicas, sino también la capacidad de reflexionar sobre el propio pensamiento y regular el proceso de aprendizaje. En este contexto, la metacognición y la autorregulación emergen como procesos clave para lograr una resolución exitosa de problemas.

La metacognición, según la definición de Flavell (1979), se refiere al conocimiento y control que una persona tiene sobre sus propios procesos cognitivos. En otras palabras, la metacognición implica ser consciente de cómo se piensa, se aprende y se resuelven problemas. Esta conciencia metacognitiva permite a los estudiantes reflexionar sobre sus fortalezas y debilidades, identificar las estrategias más efectivas para abordar un problema y monitorear su progreso a lo largo del proceso de resolución.

En el contexto de la resolución de problemas matemáticos, la metacognición juega un papel crucial. Los estudiantes que desarrollan habilidades metacognitivas son capaces de analizar el problema, identificar los datos relevantes, seleccionar las estrategias adecuadas y evaluar la efectividad de sus enfoques. Además, la metacognición les permite detectar errores, hacer ajustes y buscar soluciones alternativas cuando se enfrentan a obstáculos o dificultades.

La metacognición no solo implica el conocimiento sobre los propios procesos cognitivos, sino también el control y la regulación de estos procesos. Esto significa que los estudiantes deben ser capaces de planificar, supervisar y evaluar su propio aprendizaje y desempeño en la resolución de problemas. La planificación implica establecer metas claras, identificar los recursos necesarios y seleccionar las estrategias más adecuadas para abordar el problema. La supervisión requiere un monitoreo continuo del progreso, la detección de errores y la realización de ajustes sobre la marcha. La evaluación implica reflexionar sobre la efectividad de las estrategias utilizadas, identificar áreas de mejora y extraer lecciones para futuros problemas.

Para desarrollar habilidades metacognitivas en la resolución de problemas, los estudiantes deben ser expuestos a situaciones que les permitan reflexionar sobre su propio pensamiento y proceso de aprendizaje. Los docentes pueden fomentar la metacognición a través de preguntas que estimulen la reflexión, como "¿Qué estrategia estás utilizando para resolver este problema?", "¿Por qué elegiste esa estrategia?", "¿Cómo sabes que tu solución es correcta?" o "¿Qué aprendiste de este problema que puedas aplicar en el futuro?". Estas preguntas ayudan a los estudiantes a tomar conciencia de sus propios procesos cognitivos y a desarrollar un enfoque más reflexivo y estratégico en la resolución de problemas.

Además de la metacognición, la autorregulación es otro proceso fundamental en la resolución exitosa de problemas matemáticos. Zimmerman (2000) propone un modelo cíclico de autorregulación que consta de tres fases: planificación, ejecución y autorreflexión. Este modelo enfatiza la importancia de que los estudiantes asuman un papel activo en su propio aprendizaje y sean capaces de regular su comportamiento, motivación y estrategias para alcanzar sus metas.

En la fase de planificación, los estudiantes establecen objetivos específicos para la resolución del problema, identifican las estrategias que utilizarán y se preparan mentalmente para enfrentar el desafío. Esta fase requiere un análisis cuidadoso del problema, la identificación de los conocimientos y habilidades necesarios, y la selección de las estrategias más adecuadas.

Durante la fase de ejecución, los estudiantes ponen en práctica las estrategias seleccionadas y monitorean su progreso. Esto implica un proceso de autoobservación y autocontrol, en el que los estudiantes supervisan su desempeño, detectan errores y realizan ajustes según sea necesario. La autorregulación en esta fase también implica la gestión de la motivación y las emociones, ya que los estudiantes pueden enfrentar frustración o dificultades durante el proceso de resolución.

Finalmente, en la fase de autorreflexión, los estudiantes evalúan la efectividad de sus estrategias y su desempeño en la resolución del problema. Reflexionan sobre lo que funcionó bien, lo que podrían mejorar y las lecciones aprendidas. Esta fase es crucial para el aprendizaje a largo plazo, ya que permite a los estudiantes identificar patrones, desarrollar habilidades de resolución de problemas más sólidas y adaptarse a nuevos desafíos.

La aplicación del modelo de autorregulación de Zimmerman en la resolución de problemas matemáticos puede tener un impacto significativo en el rendimiento de los estudiantes. Al establecer metas claras, seleccionar estrategias adecuadas, monitorear su progreso y reflexionar sobre su desempeño, los estudiantes desarrollan una mayor autonomía y control sobre su aprendizaje. Además, la autorregulación les permite adaptarse a diferentes tipos de problemas, perseverar frente a los desafíos y aprender de sus errores.

Para fomentar la autorregulación en la resolución de problemas, los docentes pueden crear un entorno de aprendizaje que promueva la reflexión, la metacognición y la autonomía. Esto implica proporcionar oportunidades para que los estudiantes establezcan sus propias metas, seleccionen estrategias y evalúen su progreso. Los docentes también pueden modelar el proceso de autorregulación, compartiendo sus propios procesos de pensamiento y estrategias de resolución de problemas.

Además, la retroalimentación constructiva y el apoyo del docente son fundamentales para el desarrollo de la autorregulación. Los estudiantes necesitan orientación y retroalimentación específica sobre su desempeño, así como estrategias para mejorar y superar obstáculos. La retroalimentación debe centrarse no solo en la corrección de errores, sino también en el reconocimiento de los logros y el progreso de los estudiantes.

Es importante destacar que la metacognición y la autorregulación no son habilidades innatas, sino que se desarrollan a través de la práctica y la experiencia. Los estudiantes necesitan oportunidades frecuentes para resolver problemas desafiantes, reflexionar sobre su pensamiento y regular su aprendizaje. A medida que los estudiantes internalizan estos procesos, se convierten en aprendices más independientes y efectivos, capaces de enfrentar una amplia gama de problemas matemáticos.

En conclusión, la metacognición y la autorregulación son procesos clave en la resolución exitosa de problemas matemáticos. La metacognición permite a los estudiantes ser conscientes de sus propios procesos cognitivos, seleccionar estrategias adecuadas y monitorear su progreso. La autorregulación, a través del modelo cíclico de Zimmerman, les permite establecer metas, regular su comportamiento y evaluar su desempeño. Al fomentar el desarrollo de estas habilidades, los docentes pueden ayudar a los estudiantes a convertirse en resolutores de problemas más competentes y autónomos, preparándolos para enfrentar los desafíos matemáticos dentro y fuera del aula.

Evaluación de la resolución de problemas en los libros de texto

La evaluación de la resolución de problemas en los libros de texto es un aspecto crucial para garantizar que estos materiales promuevan el desarrollo de habilidades de pensamiento de alto nivel en los estudiantes. Fan, Zhu y Miao (2013) proponen un marco analítico para evaluar la calidad de los problemas en los libros de texto, que considera tres dimensiones: contenido matemático, contexto y características cognitivas.

En cuanto al contenido matemático, se puede analizar la riqueza y variedad de los conceptos y procedimientos involucrados en los problemas, así como su alineación con los objetivos curriculares. En relación al contexto, se puede examinar si los problemas se presentan en situaciones realistas, auténticas y relevantes para los estudiantes, y si promueven la aplicación de las matemáticas a la vida cotidiana. Respecto a las características cognitivas, se puede evaluar el nivel de demanda cognitiva de los problemas (reproducción, conexión, reflexión), las habilidades de

pensamiento que requieren (razonamiento, comunicación, modelización) y las estrategias heurísticas que promueven.

Además de estos criterios, Brändström (2005) sugiere considerar aspectos como la presencia de problemas abiertos y cerrados, la diversidad de representaciones utilizadas (verbal, gráfica, simbólica), la posibilidad de múltiples soluciones y estrategias, y las oportunidades para la metacognición y la autorregulación.

Por otro lado, Stein, Remillard y Smith (2007) advierten que la calidad de los problemas en los libros de texto no garantiza su implementación efectiva en el aula. Por ello, sugieren que la evaluación de los libros de texto debe complementarse con el análisis de cómo los docentes seleccionan, adaptan e implementan los problemas en sus clases, y cómo los estudiantes interactúan con ellos.

En síntesis, la evaluación de la resolución de problemas en los libros de texto debe ser un proceso multidimensional, que considere aspectos como el contenido matemático, el contexto y las características cognitivas de los problemas, y que se complemente con el análisis de su uso en las prácticas de enseñanza y aprendizaje.

Formación docente en la enseñanza de resolución de problemas

La formación de los docentes es un factor clave para mejorar la enseñanza de la resolución de problemas en las aulas de matemáticas. Chapman (2015) destaca que los docentes necesitan desarrollar un conocimiento profundo de la resolución de problemas matemáticos, que incluya la comprensión de los procesos cognitivos involucrados, las estrategias heurísticas, los tipos de problemas y las formas de evaluar el desempeño de los estudiantes. Además, los docentes deben ser capaces de diseñar e implementar tareas de resolución de problemas que sean desafiantes, accesibles y relevantes para sus estudiantes.

Liljedahl, Santos-Trigo, Malaspina y Bruder (2016) señalan que la formación docente en resolución de problemas debe ser un proceso continuo y situado, que permita a los profesores reflexionar sobre su propia práctica y aprender de la experiencia de otros colegas. Para ello, sugieren estrategias como el análisis de casos, la observación entre pares, la participación en comunidades de aprendizaje profesional y la investigación-acción.

Otro aspecto importante en la formación docente es el desarrollo de habilidades para la gestión de las interacciones en el aula durante la resolución de problemas. Felmer, Pehkonen y Kilpatrick (2016) destacan la importancia de crear una cultura de aula que valore el razonamiento, la comunicación y la colaboración, y en la que los errores sean vistos como oportunidades de aprendizaje. Para lograrlo, los docentes necesitan aprender a formular preguntas que promuevan el pensamiento de los estudiantes, a gestionar los debates y a proporcionar retroalimentación constructiva.

En resumen, la formación docente en resolución de problemas debe ser un proceso integral, situado y continuo, que permita a los profesores desarrollar conocimientos, habilidades y actitudes para diseñar, implementar y evaluar tareas de resolución de problemas en sus aulas, y para gestionar las interacciones que promueven el aprendizaje de sus estudiantes. En conclusión, este marco teórico proporciona una base sólida para analizar la resolución de problemas en los libros de texto de matemáticas, considerando aspectos como los tipos de problemas, los contextos, las estrategias heurísticas, la metacognición y la autorregulación. Además, destaca la importancia de la formación docente para mejorar la enseñanza de la resolución de problemas en las aulas.

BASES LEGAL

La presente propuesta de tesis, orientada al diseño de un modelo de evaluación para docentes de matemáticas, encuentra su fundamento en diversos marcos normativos nacionales que respaldan la necesidad de fortalecer la calidad educativa a través del mejoramiento continuo del ejercicio docente.

En primer lugar, la **Constitución Política de Colombia**, en su **Artículo 67**, establece que la educación es un derecho fundamental y un servicio público con función social, cuya calidad debe ser garantizada por el Estado. Este artículo reconoce el acceso al conocimiento, la ciencia y la técnica como propósitos centrales de la educación, así como la responsabilidad estatal de asegurar la mejor formación intelectual, moral y física de los educandos. En este sentido, evaluar y fortalecer el desempeño docente, especialmente en áreas fundamentales como las matemáticas, se

convierte en un mecanismo para dar cumplimiento a este mandato constitucional y mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Por su parte, la **Ley General de Educación (Ley 115 de 1994)**, en su **Artículo 104**, asigna al educador la responsabilidad de evaluar tanto el proceso de aprendizaje de los estudiantes como su propio ejercicio profesional. Esta disposición otorga una base legal clara para el desarrollo de modelos de evaluación docente que no solo midan, sino que también orienten y transformen la práctica educativa. En este marco, la evaluación se entiende como una herramienta para la autorreflexión pedagógica, la innovación y el desarrollo profesional, lo cual resulta especialmente pertinente en la enseñanza de las matemáticas, un área que históricamente ha enfrentado desafíos en cuanto a resultados y metodologías.

Finalmente, el **Plan Nacional Decenal de Educación 2016-2026**, particularmente en los **temas 4 y 5**, destaca la importancia de asegurar la calidad, equidad e inclusión en el sistema educativo, así como el desarrollo profesional de los educadores. Este plan plantea la necesidad de construir procesos de evaluación que reconozcan el saber pedagógico y disciplinar del docente, fomenten su crecimiento continuo y fortalezcan las prácticas de aula. En este sentido, la propuesta de un modelo de evaluación para docentes de matemáticas se alinea con los objetivos del PNDE al ofrecer una herramienta que permite valorar y potenciar la labor del maestro, desde una perspectiva crítica, formativa y contextualizada.

En conjunto, estos marcos normativos ofrecen una base sólida para la pertinencia y viabilidad de la presente investigación, la cual busca aportar al mejoramiento de la educación matemática desde el fortalecimiento profesional de quienes la enseñan.

Estándares básicos de competencia

El ministerio de educación Colombia establece en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas establece que el desarrollo de los procesos curriculares y la organización de actividades centradas en la comprensión del uso y de los significados de los números y de la numeración; la comprensión del sentido y significado de las operaciones y de las relaciones entre números, y el desarrollo de diferentes técnicas de cálculo y estimación. Dichas ideas se enriquecen si, además, se propone trabajar con

las magnitudes, las cantidades y sus medidas como base para dar significado y comprender mejor los procesos generales relativos al pensamiento numérico y para ligarlo con el pensamiento métrico.

Sánchez y Leicea (2007), citados por Anderson, Londoño y Martínez (2022), se refieren al aprendizaje basado en competencias como ABC y lo definen como el desarrollo de dos categorías de competencias: las genéricas y las específicas. Estos autores describen las competencias genéricas como habilidades transversales que se aplican de manera sistemática, mientras que las competencias específicas se ajustan a las exigencias de cada área de estudio. Destacan que la sociedad del conocimiento, con su constante intercambio de información, ha planteado desafíos significativos para la educación, lo que ha generado la necesidad de crear estrategias que permitan a los estudiantes adaptarse al nuevo contexto educativo.

CAPITULO III

ACERCAMIENTO METODOLÓGICO A LA REALIDAD

Paradigma de investigación

El presente estudio se enmarca en una investigación de campo de tipo interpretativo, bajo el paradigma cualitativo, y el uso del Análisis de Contenido Cualitativo (Hernández-Sampieri & Mendoza, 2018). Este paradigma se fundamenta en la idea de que la realidad es construida por los individuos que interactúan en contextos sociales específicos, y que el conocimiento se genera a partir de la interpretación de estas construcciones subjetivas (Guba & Lincoln, 1994). Desde esta perspectiva, se pretende analizar diversos libros que den una mirada diferente a participantes, explorando sus experiencias, percepciones y significados en relación con el objeto de estudio (Creswell & Poth, 2018).

En este caso, se pretende comprender cómo se aborda la resolución de problemas en los libros de texto de matemáticas de cuarto y quinto grado, considerando las perspectivas de los docentes y los estudiantes que los utilizan en su contexto educativo particular. Se asume que estos actores construyen y atribuyen significados a los problemas matemáticos propuestos en los libros de texto, y que estos significados están influenciados por sus conocimientos previos, sus creencias sobre la matemática y su enseñanza, y las condiciones del entorno escolar (Schoenfeld, 2011). Por lo tanto, se busca interpretar estas construcciones subjetivas para obtener una comprensión holística de los documentos estudiado.

Enfoque de investigación

La investigación se aborda desde un enfoque cualitativo, el cual se caracteriza por ser inductivo, flexible, holístico y emergente (Taylor, Bogdan & DeVault, 2016). A

diferencia del enfoque cuantitativo, que busca medir y generalizar resultados a partir de muestras representativas, el enfoque cualitativo se centra en explorar y comprender las particularidades de los fenómenos en su contexto natural, desde la perspectiva de los participantes (Merriam & Tisdell, 2016). Este enfoque permite profundizar en las experiencias, percepciones y significados de los sujetos, así como en las dinámicas y procesos que se generan en la interacción social (Denzin & Lincoln, 2018).

En este estudio, se busca analizar en profundidad las características de los problemas matemáticos propuestos en los libros de texto, así como las estrategias y procesos de resolución que promueven, desde una mirada del modelo de Andonegui y Allan Schoenfeld. Se asume que esta interacción genera procesos de interpretación, negociación y construcción de significados que no pueden ser capturados por métodos cuantitativos (Bryman, 2016). Por lo tanto, se opta por un enfoque cualitativo que permita abordar la complejidad y singularidad del fenómeno estudiado, así como la riqueza de las perspectivas de los participantes.

Diseño de investigación

El diseño de investigación seleccionado es el documental, Se centra en la revisión y análisis de fuentes secundarias (libros, artículos, registros). (Yin, 2018). Este diseño permite abordar la complejidad y particularidad de un caso singular, para iluminar su interacción con el contexto y generar conocimiento sobre el estudio analizado (Stake, 2006). Según Merriam (2009).

En particular, se análisis documental, ya que se analizarán los libros de texto de matemáticas de cuarto y quinto grado de varias instituciones educativas del departamento del Atlántico, Colombia. Esto posibilita una comprensión más profunda y robusta del análisis documental estudiado, al considerar su manifestación en distintas realidades educativas.

Además, se trata de un estudio de caso instrumental (Stake, 2006), ya que el análisis de los libros de texto se realiza con el propósito de obtener una comprensión más amplia sobre la resolución de problemas en la educación matemática, y no solo por el interés intrínseco en los casos seleccionados. Se espera que los resultados del estudio puedan iluminar aspectos relevantes sobre el diseño y uso de los libros de texto

en la enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos, que puedan ser transferibles a otros contextos y materiales curriculares.

Población y muestra

La población del estudio está conformada por los libros de texto de matemáticas de cuarto y quinto grado utilizados en las instituciones educativas del departamento del Atlántico, Colombia. Esta población incluye una diversidad de editoriales, enfoques pedagógicos y contenidos curriculares, que reflejan las distintas realidades educativas de la región.

Dado el enfoque cualitativo del estudio, se seleccionará una muestra no probabilística de tipo intencional o por conveniencia (Flick, 2018). Este tipo de muestreo se basa en criterios de selección establecidos por el investigador, que permiten obtener casos ricos en información y relevantes para los propósitos del estudio (Patton, 2015). En este caso, se considerarán criterios como:

- **Diversidad de editoriales:** Se seleccionarán libros de texto de diferentes editoriales, para abarcar una variedad de enfoques y estilos en el diseño de los problemas matemáticos.
- **Actualidad de las ediciones:** Se priorizarán los libros de texto de ediciones recientes de colegios públicos y privados, para reflejar las tendencias y orientaciones curriculares actuales.
- **Disponibilidad de acceso:** Se considerará la facilidad de acceso a los libros de texto, tanto en formato físico como digital, para asegurar la viabilidad del estudio.
- **Uso en las instituciones educativas:** Se seleccionarán libros de texto que sean utilizados efectivamente en las instituciones educativas de la región, para asegurar su relevancia y pertinencia.

El tamaño de la muestra se determinará por el criterio de saturación teórica (Glaser & Strauss, 1967), es decir, se recolectarán y analizarán datos hasta que las nuevas informaciones obtenidas no aporten elementos novedosos o significativos para la comprensión del fenómeno estudiado. Se estima que se analizarán entre 6 y 10 libros de texto.

Ilustración 1 Libro de textos para el estudio.

Tipo de Colegio	Nombre del Libro	Grado	Editorial
Privado	Aprender a aprender	4°	Norma
Privado	Aprender a aprender	5°	Norma
Privado	Matemática 4°	4°	Educaprime
Privado	Matemática 5°	5°	Educaprime
Público	Matemática 4°	4°	Todos aprender
Público	Matemática 5°	5°	Todos aprender

Fuente: Elaboración propia

El primer libro, "Aprender a aprender" de la editorial Norma, es un texto privado usado varios colegios privados del dpto. del atlántico que aborda los fundamentos de la teoría de números y los números primos. Cubre tópicos como factorización, algoritmos para determinar primalidad y aplicaciones de los números primos.

El segundo "Matemática 4°" de Educa prime se enfoca en la enseñanza y aprendizaje colaborativo de las matemáticas. Incluye estrategias didácticas, actividades grupales y resolución de problemas en equipo para fomentar el trabajo colaborativo en el aula.

El tercero "Matemáticas 5°" de Todos aprender, es el texto más usado en las instituciones del sector oficial del dpto. del Atlántico, que se centra en técnicas y habilidades de estudio para el aprendizaje efectivo de las matemáticas. Abarca temas como organización, manejo del tiempo, toma de notas y preparación para exámenes, brindando herramientas para optimizar el proceso de aprendizaje.

Por último, "Matemáticas al Máximo" de SCHOLASTIC es un texto privado que lleva las matemáticas de la escuela a situaciones de la vida cotidiana, con un enfoque en modelado matemático, resolución de problemas complejos y aplicaciones en diversos campos. Busca mostrar la relevancia y utilidad de las matemáticas más allá del aula.

Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Para la recolección de datos, se utilizarán tres técnicas principales: Análisis de Contenido Cualitativo de los libros de texto, comparación del modelo de Andonegui

para resolver un problema y el análisis de la estrategia didáctica de Allan Schoenfeld. Cada técnica se apoyará en instrumentos específicos, que se describen a continuación:

Diseño y Estrategias de Análisis Cualitativo

Se realizará un análisis sistemático y en profundidad de los libros de texto seleccionados, siguiendo los principios del análisis de contenido. Este análisis se centrará en las unidades o secciones dedicadas a la resolución de problemas matemáticos, y considerará tanto los aspectos formales y estructurales de los libros, como los aspectos semánticos y pragmáticos de los problemas propuestos.

Para orientar el análisis, se utilizará una *matriz operacional* que convierte los constructos teóricos en unidades de análisis empírico, esto es transforma los *factores cognitivos y actitudinales* (Schoenfeld y Andonegui) en indicadores observables dentro de la estructura del conocimiento que ofrece la TAD (la praxeología [T, τ , θ , Θ])

Unidad de Análisis Base (TAD)	Marco Evaluativo Primario (Schoenfeld: Factores Cognitivos)	Marco Evaluativo Secundario (Andonegui: Dimensiones de la Práctica)	Categorías de Análisis Creadas	Enfoque de la Categoría
Praxeología Matemática (Bloque de Tarea T y Técnica τ)	Heurísticas (Estrategias)	Dimensión de Procesos Cognitivos (Planificación, Ejecución, Estrategias)	Nivel de Activación Heurística	Mide si la técnica τ requiere una estrategia compleja (no algorítmica), clasificando el problema (ej., Simple, Mixto, Complejo).
Praxeología Matemática (Bloque de Tarea T y Técnica τ)	Control (Monitoreo y Autorregulación)	Dimensión de Proceso Didáctico (Intervención, Reflexión)	Presencia de Instrucciones de Control	Evalúa si el texto incluye indicaciones, preguntas o guías explícitas que promuevan la revisión, el monitoreo y la reflexión metacognitiva (el "mirar hacia atrás" de Pólya/Schoenfeld).

Unidad de Análisis Base (TAD)	Marco Evaluativo Primario (Schoenfeld: Factores Cognitivos)	Marco Evaluativo Secundario (Andonegui: Dimensiones de la Práctica)	Categorías de Análisis Creadas	Enfoque de la Categoría
Praxeología Matemática (Bloque Tecnológico Θ y Teórico Θ)	Recursos (Base de Conocimiento)	Dimensión de Contenido Matemático (Coherencia y Estructura del Saber)	Exhaustividad del Bloque Tecnológico-Teórico	Analiza si el texto provee la justificación Θ y el marco teórico Θ la técnica τ esencial para la racionalidad didáctica (TAD).
Praxeología Matemática (Bloque de Tarea T)	Creencias (Actitudes, Valores)	Dimensión de Dominio Afectivo (Motivación, Interés, Relevancia)	Naturaleza y Autenticidad del Contexto	Evalúa cómo el contexto del problema (la tarea T se relaciona con la realidad del estudiante, buscando la conexión entre el saber institucional y la vida cotidiana.
Praxeología Matemática (Estructura general)	N.A.	Dimensión de Proceso Didáctico (Secuenciación, Tipos de Tarea)	Tipología de la Praxeología Dominante	Clasifica la praxeología según su función en el libro (ej., Praxeología de Ejercicio, de Problema Genuino, o Praxeología Exploratoria).

Dentro de la matriz se discriminará y compara cada problema seleccionado de cada libro con el modelo de Andonegui y Allan Schoenfeld.

Técnicas de análisis de datos

La Triangulación Analítica: Construcción de la Matriz Categorical

La *Triangulación Analítica* es la técnica que se utilizó para el análisis de los datos documentales, (Libros de Texto) y el instrumento derivado de esa técnica es la

Matriz Categorial, para describir y justificar la operacionalización del conocimiento , se combinan los tres modelos, los cuales cumplen una función específica en cada nivel de la investigación:

1. **TAD (Nivel Ontológico/Estructural):** Actúa como el **microscopio**. Le permite descomponer el libro de texto en las unidades básicas de conocimiento (), haciendo que el análisis del contenido sea rigurosamente sistémico y separable, un pilar de la Auditabilidad.
2. **Schoenfeld (Nivel Cognitivo/Procesual):** Actúa como el criterio de calidad. Los factores de Schoenfeld se aplican directamente al bloque Tipo de Tarea (T) y Técnica (τ) de la TAD. Si la técnica es un simple algoritmo sin control o estrategia , la praxeología se clasifica como *deficiente* o *limitada*, respondiendo a su pregunta sobre los procesos de resolución de problemas.
3. **Andonegui (Nivel Holístico/Evaluativo):** Actúa como el marco de evaluación doctoral. Las dimensiones de Andonegui (que incluyen lo afectivo, lo didáctico y lo conceptual) le permiten superar los límites del aula. Sus categorías generadas a partir de Andonegui son el puente para responder a su tercera interrogante: ¿Cómo evaluar el conocimiento matemático...? Al evaluar el Dominio Afectivo y el Proceso Didáctico, de esta manera se evalúa la práctica implícita del libro, que es el objetivo último de su tesis.

Criterios de rigor y validez

Para asegurar la calidad y credibilidad del estudio, se seguirán los criterios de rigor y validez propuestos por Lincoln y Guba (1985) para la investigación cualitativa:

- **Credibilidad:** Se refiere a la confianza en la veracidad de los descubrimientos. Se logrará mediante la triangulación de fuentes (libros de texto, Modelo de Andonegui, Estrategia didáctica de Allan Schoelfeld), técnicas análisis documental e investigadores (revisión por pares, discusión con expertos). Además, se realizará una comprobación con los participantes, para asegurar que las interpretaciones del investigador sean reconocidas y confirmadas por ellos.

- **Transferibilidad:** Se refiere a la posibilidad de aplicar los resultados a otros contextos. Se logrará mediante la descripción detallada y densa del contexto y los participantes del estudio, para que otros investigadores puedan evaluar la similitud y la aplicabilidad de los hallazgos a sus propios escenarios. Además, se realizará un muestreo teórico, para incluir casos que permitan una comprensión profunda y variada del fenómeno estudiado.

- **Dependencia:** Se refiere a la estabilidad y consistencia de los datos y los resultados. Se logrará mediante la descripción detallada de los procedimientos de recolección y análisis de datos, para que otros investigadores puedan seguir y evaluar la ruta metodológica del estudio. Además, se realizará una auditoría externa, en la que un investigador independiente examinará el proceso y los productos de la investigación, para asegurar su coherencia y calidad.

- **Confirmabilidad:** Se refiere a la neutralidad y objetividad de los datos y las interpretaciones. Se logrará mediante la triangulación de fuentes y técnicas , para reducir los sesgos y las perspectivas parciales. Además, se realizará una reflexión crítica y transparente sobre los supuestos, valores y creencias del investigador, y cómo estos pueden influir en el estudio. Se llevará un diario de reflexividad, para registrar y analizar estas cuestiones a lo largo del proceso investigativo.

Además de estos criterios, se seguirán los principios éticos de la investigación cualitativa, como el consentimiento informado, la confidencialidad, la voluntariedad y la no maleficencia (Christians, 2011). Se informará a los participantes sobre los propósitos, procedimientos y posibles riesgos del estudio, y se obtendrá su consentimiento explícito para participar. Se protegerá la identidad y la privacidad de los participantes, mediante el uso de seudónimos y la eliminación de información identificadora en los informes. Se respetará el derecho de los participantes a retirarse del estudio en cualquier momento, sin consecuencias negativas. Y se evitará cualquier daño o perjuicio a los participantes, tanto durante el proceso de investigación como en la difusión de los resultados.

En síntesis, este marco metodológico presenta un diseño cualitativo de estudio de caso múltiple, que permitirá una comprensión profunda y contextualizada de la resolución de problemas en los libros de texto de matemáticas de cuarto y quinto

grado, desde las perspectivas de docentes y estudiantes, Además , Matriz Categorial, garantiza el **rigor metodológico** (específicamente la Auditabilidad y Confirmabilidad):

1. Transparencia: Muestra de manera transparente cómo se pasa del Nivel Teórico (los constructos abstractos de Schoenfeld y Andonegui) al Nivel Operacional (las categorías concretas aplicadas a las praxeologías de la TAD).
2. Sustento: Demuestra que las categorías no fueron creadas arbitrariamente, sino que están fundamentadas en el marco teórico, lo cual es esencial para justificar la validez interna de sus hallazgos cualitativos.

Se espera que este estudio contribuya a la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos, y al diseño de materiales curriculares más pertinentes y efectivos.

CAPITULO IV

DESVELANDO SIGNIFICADO

En este capítulo se presenta el análisis de los diversos libros de textos tomados y más usados en varios colegios comprendidos entre el sector público y privado del dpto. del atlántico. En primer lugar, se muestra la información recabada de la matriz categorial diseñados en el capítulo III

Unidad de Análisis Base (TAD)	Marco Evaluativo Primario (Schoenfeld: Factores Cognitivos)	Marco Evaluativo Secundario (Andonegui: Dimensiones de la Práctica)	Categorías de Análisis Creadas	Enfoque de la Categoría
Praxeología Matemática (Bloque de Tarea T y Técnica τ)	Heurísticas (Estrategias)	Dimensión de Procesos Cognitivos (Planificación, Ejecución, Estrategias)	Nivel de Activación Heurística	Mide si la técnica τ requiere una estrategia compleja (no algorítmica), clasificando el problema (ej., Simple, Mixto, Complejo).
Praxeología Matemática (Bloque de Tarea T y Técnica τ)	Control (Monitoreo y Autorregulación)	Dimensión de Proceso Didáctico (Intervención, Reflexión)	Presencia de Instrucciones de Control	Evalúa si el texto incluye indicaciones, preguntas o guías explícitas que promuevan la revisión, el monitoreo y la reflexión metacognitiva (el "mirar hacia atrás" de

Unidad de Análisis Base (TAD)	Marco Evaluativo Primario (Schoenfeld: Factores Cognitivos)	Marco Evaluativo Secundario (Andonegui: Dimensiones de la Práctica)	Categorías de Análisis Creadas	Enfoque de la Categoría
				Pólya/Schoenfeld).
Praxeología Matemática (Bloque Tecnológico Θ y Teórico Θ)	Recursos (Base de Conocimiento)	Dimensión de Contenido Matemático (Coherencia y Estructura del Saber)	Exhaustividad del Bloque Tecnológico-Teórico	Analiza si el texto provee la justificación Θ y el marco teórico Θ la técnica τ esencial para la racionalidad didáctica (TAD).
Praxeología Matemática (Bloque de Tarea T)	Creencias (Actitudes, Valores)	Dimensión de Dominio Afectivo (Motivación, Interés, Relevancia)	Naturaleza y Autenticidad del Contexto	Evalúa cómo el contexto del problema (la tarea T se relaciona con la realidad del estudiante, buscando la conexión entre el saber institucional y la vida cotidiana.
Praxeología Matemática (Estructura general)	N.A.	Dimensión de Proceso Didáctico (Secuenciación, Tipos de Tarea)	Tipología de la Praxeología Dominante	Clasifica la praxeología según su función en el libro (ej., Praxeología de Ejercicio, de Problema Genuino, o Praxeología Exploratoria).

A continuación, se presenta la **Matriz de Análisis Aplicado**, donde se utiliza la estructura categorial previamente definida para evaluar las praxeologías didácticas observadas en los extractos de los libros de texto.

Matriz de Análisis Aplicado a Problemas de Libro de Texto

La matriz evalúa cuatro problemas, contrastando la estructura de la praxeología (T, τ , θ , Θ) con las categorías derivadas de los Factores de Schoenfeld (Heurísticas y Control) y las Dimensiones de Andonegui (Afectiva y Didáctica).

Praxeología (Problema)	Nivel de Activación Heurística (Schoenfeld)	Presencia de Instrucciones de Control (Schoenfeld/Andonegui)	Exhaustividad del Bloque Tecnológico-Teórico (TAD)	Naturaleza y Autenticidad del Contexto (Andonegui)	Tipología de la Praxeología Dominante
P1. Resta (4°) (Dinero que sobra)	Bajo/Simple: La tarea se resuelve con una única Técnica (τ) algorítmica de sustracción.	Ausente: El texto se enfoca en la ejecución del algoritmo de la resta; no hay indicación de monitoreo o comprobación (<i>Control</i>).	Medio: Se proporciona el Vocabulario Académico (minuyendo, sustrayendo, diferencia) (Bloque Teórico Θ), pero no se justifica la Técnica τ (los "préstamos" del algoritmo) (Bloque Tecnológico θ	Pseudocontexto (Financiero Básico): Contexto cotidiano (comprar un regalo), pero funciona como un envoltorio para la operación.	Praxeología de Ejercicio: Prioriza la aplicación procedimental de la τ por encima de la resolución de problemas.
P2. Operaciones Combinadas (4°) (Huevos faltantes)	Medio: Requiere la Estrategia de modelar una secuencia de eventos con operaciones. El diagrama de flujo ¹² asiste en esta planificación heurística.	Ausente: La solución se presenta como una secuencia de pasos ("Resolvemos la suma...", "Resolvemos la sustracción..."), pero sin preguntas reflexivas para el estudiante.	Ausente: El Bloque Tecnológico-Teórico θ , Θ se limita a mostrar la Tecnología de la jerarquía de operaciones, sin justificarla.	Pseudocontexto (Pedidos): Contexto cotidiano, pero muy artificializado por la traducción directa a la expresión numérica.	Praxeología de Ejercicio Complejo: Centrado en la ejecución de la jerarquía operacional.
P3.	Bajo/Simple	Ausente: Solo se	Medio: Se	Pseudocontexto	Praxeología

Praxeología (Problema)	Nivel de Activación Heurística (Schoenfeld)	Presencia de Instrucciones de Control (Schoenfeld/Andonegui)	Exhaustividad del Bloque Tecnológico-Teórico (TAD)	Naturaleza y Autenticidad del Contexto (Andonegui)	Tipología de la Praxeología Dominante
Comparación (4°) (Visitas de videos)	e: No aplica la heurística de resolución de problemas. Se centra en la Técnica (τ) de comparación de números naturales.	modela el procedimiento de comparación dígito por dígito.	ofrece una Tecnología (θ) explícita: "Para identificar si un número es mayor que otro, comparamos los dígitos que ocupan igual posición, iniciando por la izquierda" ¹⁵ .	to (Interés/Afectivo): Utiliza un tema de interés actual (videos de YouTube de famosos) para captar el Dominio Afectivo , aunque la tarea es procedimental.	Técnica: Foco en la adquisición y uso correcto de la Técnica τ de comparación.
P4. Problema Compuesto (5°) (Costo de estadía)	Medio/Alto : La tarea es multifacética (4 operaciones requeridas). Demanda una Estrategia de descomposición del problema.	Presente y Explícita (Alta): El diseño DIDÁCTICO del problema sigue las fases de Comprender y Planear, Ejecutar el Plan y Comprobar ¹⁸ . Esta estructura es la instrucción de <i>Control</i> didáctico que promueve el monitoreo metacognitivo.	Alto: La Tecnología (θ) se justifica paso a paso mediante los "Análisis" ("El pago de estadía lo hallamos multiplicando..."). El paso de Comprobar complementa el Bloque Teórico θ .	Pseudocontexto (Gasto compartido): Contexto habitual de la vida adulta, pero la alta estructuración del ejercicio reduce su autenticidad.	Praxeología de Demostración/Modelo: Su función primordial es modelar la Práctica de Resolución de Problemas (las fases de Schoenfeld) para que el estudiante la interiorice.

A continuación, se presenta una parte de los libros los cuales fueron analizados.


Ejemplo 2

Recordemos la situación de Lucas y Hanna: ellos tienen \$ 262 050 para comprar el regalo. Si el regalo tiene un valor de \$ 255 500, ¿cuánto dinero les sobra?

Organizamos la información en un diagrama.

Dinero ahorrado \$ 262 050	
Dinero que sobra: ¿?	Valor del regalo \$ 255 500

Para calcular la cantidad de dinero que les sobra, debemos hallar la diferencia entre la suma ahorrada y el valor del regalo, es decir,



Vocabulario académico

En una adición, los números que se suman se llaman sumandos, y el resultado se denomina suma o total. En una sustracción, el número al que se le va a restar se denomina minuendo, la cantidad que se resta se denomina

Ilustración 2: Tomado del libro EDUCAPRIME 4° pág. 36

Al realizar el comparativo del problema *“Recordemos la situación de Lucas y Hanna: ellos tienen \$262.000 para comprar el regalo. Si el regalo tiene un valor de \$255.500 ¿Cuánto dinero les sobra?”* tomado del libro y se equipara con el modelo de Andonegui y la estrategia didáctica de Allan Schoefeld se evidencia que: Con relación al modelo de Andonegui el problema atiende a una necesidad de contenido del grado correspondiente y así mismo este, está contemplado en los DBA “Derechos Básicos de Aprendizaje” así mismo respondiendo a unos procesos cognitivos y dado el contexto que se encierra el problema se deduce que puede llegar a aumentar el nivel de emociones y se concluye que para las variables socio culturales y formación ético político no aplica.

Por otro lado, con relación a la estrategia didáctica de Allan Schoefeld, evidentemente el libro muestra el análisis que se realizó para el desarrollo del ejercicio, más carece de la exploración, muestra claramente la ejecución llevada a cabo, pero no hay una comprobación de los resultados que oriente al maestro a velar por garantizar buenos procesos académicos.

Pensamiento numérico - variacional

Operaciones combinadas de adición y sustracción

Mantén activa tu atención. En parejas, designen quién es A y quién es B. Siéntense espalda contra espalda. A le descubrirá a B, durante un minuto, todo lo que observa con el mayor detalle posible. Luego B tiene que decir, en orden, las iniciales de todos los elementos que A nombra.

Secuencia 9

Inicio
Sandra debe empacar 500 huevos para un pedido. Hasta el momento ha empacado 325 y tiene 150 huevos más que le llegaron del galpón; de estos últimos, 18 huevos están quebrados.

Desarrollo
¿Cuántos huevos le faltan para completar el pedido? Organicemos la información en el siguiente diagrama:

Otra manera de expresarlo sería:

$$500 - (325 + 150 - 18)$$

Resolvemos la suma del paréntesis.

$$500 - (475 - 18)$$

Resolvemos la sustracción del paréntesis.

$$500 - 457$$

Resolvemos la sustracción que queda.

43

Ilustración 3. Tomado del libro EDUCAPRIME 4ºpág. 40

Al realizar el comparativo del problema “Sandra debe pagar 500 huevos para un pedido. Hasta el momento ha empacado 325 y tiene 150 huevos más que le llegaron del galpón; de estos últimos, 18 huevos están quebrados. ¿Cuántos huevos le faltan para completar el pedido?” tomado del libro y se equipara con el modelo de Andonegui y la estrategia didáctica de Allan Schoefeld se evidencia que: Con relación al modelo de Andonegui el problema atiende a una necesidad de contenido del grado correspondiente y así mismo este, está contemplado en los DBA “Derechos Básicos de Aprendizaje” así mismo respondiendo a unos procesos cognitivos y dado el contexto que se encierra el problema se deduce que puede llegar a aumentar el nivel de emociones y se concluye que para las variables socio culturales y formación ético político no aplica.

Por otro lado, con relación a la estrategia didáctica de Allan Schoefeld, evidentemente el libro muestra el análisis que se realizó para el

desarrollo del ejercicio, más carece de la exploración, muestra claramente la ejecución llevada a cabo.



Pensamiento numérico-variacional

Orden en los números naturales

Mantén activa tu atención. En parejas, designen quién es **A** y quién es **B**. **A** leerá los siguientes números: 450 090 268; 560 383 968; 746 364 238. Cada vez que mencione el número **6**, **B** deberá asentir con la cabeza. Luego, cambian de roles.

Entre los videos más vistos en Youtube están Dark horse de Katy Perry y Sugar de Maroon 5, con 1 628 756 100 y 1 627 615 643 visitas, respectivamente.

¿Cuál de estos videos se ha visitado más?

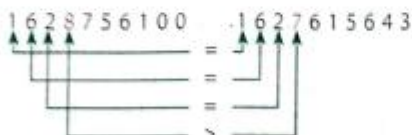
Para contestar la pregunta debemos determinar cuál de las dos cantidades es mayor.



Para identificar si un número es mayor que otro; **comparamos** los dígitos que ocupan igual posición, iniciando por la izquierda. El número mayor será aquel que tenga el mayor dígito al comparar la misma posición.

Ejemplo 1

Para saber cuál de los videos ha sido el más visitado, comparamos las cantidades.



Por tanto, $1\ 628\ 756\ 100 > 1\ 627\ 615\ 643$; así, el video de Katy Perry ha tenido más visitas.

Ilustración 4: Tomado del libro EDUCAPRIME 5ºpág. 25

Con relación al problema “Entre los videos más vistos en Youtube están Dark horse de Katy perry y sugar de Maroon 5, con 1 628 756 100 y 1 627 615 643 visitas, respectivamente ¿Cuál de estos videos se ha visitados más? se evidencia un lenguaje más apropiado y atinente al tipo de población a la que los docentes hoy atiende, y que este tipo de lenguaje de alguna manera genera cierto interés por los estudiantes y

que dentro de los parámetros establecidos en el modelo de Andonegui para tener en cuenta en un problema esta generar la emoción de los estudiantes y este sin duda alguna el lenguaje usado atiende.

Ejemplo

Luis y sus cuatro amigos estuvieron el sábado y domingo en el pueblo donde nació Luis. El hotel les cobró por su estadía \$ 250 000 por día, incluido el desayuno; los almuerzos y cenas les costaron \$ 17 500, cada uno. Si todos almorzaron y cenaron los dos días, y pagaron la cuenta en partes iguales, ¿cuánto dinero pagó cada uno?

Solución


1. y 2. Comprender el problema y planear la solución:
 luego de leer el problema, resaltamos los datos y la pregunta, y organizamos la información:

- Luis y sus cuatro amigos son 5 personas.
- Por cada día en el hotel pagan: \$ 250 000 y 10 comidas.
- Se quedaron 2 días en el hotel y repartieron la cuenta entre los 5.

3. Ejecutar el plan: hallamos el pago por los 2 días en el hotel, por las 10 comidas diarias, el pago total y el pago individual.

Análisis 1	Análisis 2
El pago por estadía lo hallamos multiplicando \$ 250 000 por los 2 días.	El pago por los almuerzos y cenas lo hallamos multiplicando \$ 17 500 por los almuerzos y cenas de los dos días (20).
Operación 1	Operación 2
$250\,000 \times 2 = 500\,000$	$17\,500 \times 20 = 350\,000$
Análisis 3	Análisis 4
El total pagado lo hallamos sumando los resultados anteriores.	El pago individual lo hallamos dividiendo \$ 850 000 entre 5.
Operación 3	Operación 4
$500\,000 + 350\,000 = 850\,000$	$850\,000 \div 5 = 170\,000$

4. Comprobar: que la cuenta del hotel sea superior a cada uno de los datos dados y que el pago individual sea menor que el valor total de la cuenta por pagar. El pago de cada uno fue \$ 170 000.

 **Ahora es tu turno**

Luisa y sus tres primas pasaron dos días en el Hotel Roca donde pagaron por su estadía \$ 150 000 por día, incluido el desayuno. El precio de los almuerzos fue \$ 12 700 cada uno, y las comidas, \$ 15 500 cada una. Si todas almorzaron y cenaron los dos días y pagaron la cuenta en partes iguales, ¿cuánto dinero pagó cada una?

48

Ilustración 5: Tomado del libro EDUCAPRIME 5ºpág. 48

Con relación al problema “Luis y sus cuatro amigos estuvieron el sábado y el domingo en el pueblo donde nació Luis. El hotel les cobró por su estadía \$250.000 por día, incluido el desayuno; los almuerzos y las cenas les costaron \$17.500 cada uno. Si todos almorzaron y

cenaron los dos días y pagaron las cuentas en partes iguales ¿Cuánto dinero pagó cada uno?” se encontró no solo en el libro con editorial de EDUCAPRIME sino en el libro con editorial NORMA. Con relación a la comparación del modelo de Andonegui y la estrategia didáctica de Allan Schoelfeld se destaca que: En el modelo de Andonegui no hay un contexto con la matematización, si cumple con un contenido programático que atiende a los contenidos del grado correspondiente, el lenguaje usado en el problema y el tipo de problema no aumenta la emoción de los estudiantes, no cumple con las variables socioculturales y ético – política.

A diferencia que con relación a la estrategia didáctica de Allan Schoelfed, si se evidencia un análisis y exploración del problema, continuamente la ejecución y comprobación del resultado.

Además, es importante resaltar la importancia que tiene que los libros de textos de matemática en especial los problemas matemáticos manejen un lenguaje en tendencia que genere el interés del lector y que atrape y conecte de manera inmediata.

ANÁLISIS DE PROBLEMAS TEORÍA ANTROPOLÓGICA DE LO DIDÁCTICO

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), desarrollada por Yves Chevallard, permite analizar el conocimiento escolar como resultado de procesos institucionales y praxeológicos. Bajo esta perspectiva, un contenido matemático no se reduce a un saber abstracto, sino que se concreta en praxeologías didácticas, compuestas por tipos de tareas (T), técnicas (t), tecnologías (Th) que justifican las técnicas y teorías (Teo) que sustentan esas tecnologías. Esta teoría resulta especialmente útil para analizar libros de texto, ya que permite identificar cómo se presenta y legitima el conocimiento matemático en una institución escolar determinada.

1. Tipos de tareas matemáticas

Los problemas presentados corresponden, en su mayoría, a tareas aritméticas contextualizadas que involucran operaciones básicas como suma, resta, multiplicación, fracciones, proporcionalidad y operaciones con decimales. Estas tareas se sitúan en contextos cotidianos como compras, consumo de alimentos, eventos familiares, uso de transporte, etc., lo que las hace fácilmente reconocibles para los estudiantes.

Desde la TAD, estas tareas responden al tipo de pregunta: ¿Qué se debe hacer? → Calcular, comparar, completar o verificar cantidades.

2. Técnicas empleadas

Las técnicas que se espera que el estudiante utilice son predominantemente algorítmicas (operaciones básicas) y procedimentales (traducción de información contextual al lenguaje matemático). No se promueve una exploración múltiple ni se observan técnicas alternativas al algoritmo tradicional.

Ejemplos:

- Problema del regalo: técnica de resta con números grandes.
- Problema de malteadas: técnica de división simple.
- Problema de tiempo: conversión y comparación de fracciones y decimales.

3. Tecnologías implícitas

Las tecnologías en la TAD se refieren al discurso que justifica la técnica. En estos problemas, la mayoría de las tecnologías implícitas son de tipo instrumental y

escolar, es decir, se espera que el estudiante sepa que “para saber cuánto sobra, se debe restar” o que “para conocer el valor de un artículo se debe dividir el total entre el número de unidades”.

Sin embargo, en general no se explicita por qué se usa esa técnica ni se promueve la construcción o cuestionamiento de la tecnología: las reglas se aplican como saber escolar dado.

4. Praxeologías escolares identificadas

Cada problema configura una praxeología didáctica con los siguientes componentes:

- Tarea: Resolver una situación contextualizada numéricamente.
- Técnica: Algoritmos tradicionales.
- Tecnología: Conocimiento escolar que no se problematiza.
- Teoría: Aritmética básica, proporcionalidad, fracciones.

En la mayoría de los casos, estas praxeologías están cerradas y fuertemente institucionalizadas, lo que limita la emergencia de praxeologías personales o colectivas por parte del estudiante.

Análisis problema por problema (TAD)

1. Lucas y Hanna tienen \$262.000 para comprar un regalo de \$255.500.

¿Cuánto les sobra?

- Tarea (T): Resta de dos cantidades.
- Técnica (t): Algoritmo de la resta.
- Tecnología (Th): "Para saber cuánto sobra, se debe restar el gasto al total disponible".
- Teoría (Teo): Propiedades de los números naturales y operaciones básicas.
- Comentario: Tarea cerrada, sin exploración. No se estimula la justificación ni el uso de distintas estrategias.

2. Verónica tiene 42 años y Violeta 31. ¿Cuántos años menos tiene Violeta?

- T: Cálculo de diferencia de edades.
- t: Resta directa.

- Th: "Para comparar edades, se resta la menor de la mayor".
- Teo: Números naturales, comparación.
- Comentario: Similar al anterior, praxeología altamente institucionalizada y rutinaria.

3. Santiago y María sirvieron $\frac{3}{4}$ de una jarra que tenía $\frac{8}{8}$ de jugo. ¿Qué fracción quedó?

- T: Cálculo de la diferencia entre fracciones.
- t: Resta de fracciones con igual denominador.
- Th: "Para saber lo que queda, resto la parte servida al total".
- Teo: Aritmética de fracciones.
- Comentario: Presenta potencial para introducir representaciones visuales o justificación del procedimiento.

4. Paulina y Francisco: $\frac{64}{100}$ y 0,7 minutos. ¿Quién ganó?

- T: Comparación de números racionales (fracción vs decimal).
- t: Convertir fracción a decimal o viceversa para comparar.
- Th: "Para comparar tiempos, se iguala la representación numérica".
- Teo: Números racionales, equivalencias.
- Comentario: Requiere conocimiento técnico más avanzado. Potencial para discusión de estrategias.

5. Andrea y sus amigas comen brownie y malteada.

- T: Multiplicación para calcular el total + división para hallar precio unitario.
- t: 15×3.500 ; $120.000 \div 15$.
- Th: "Multiplico para totalizar, divido para repartir equitativamente".
- Teo: Operaciones y proporcionalidad.
- Comentario: Permite trabajar sentido numérico y proporcionalidad.

6. Javier compró 5 tarjetas con 2 pasajes. Cada pasaje cuesta \$2.700. ¿Cuánto pagó?

- T: Multiplicación de cantidades.
- t: $5 \times 2 \times 2.700$.
- Th: "Multiplico cantidad de pasajes por precio unitario".
- Teo: Propiedad asociativa y distributiva.

- Comentario: Problema mecánico, pero puede abrirse a representaciones.
7. Libro de matemáticas es la tercera parte del de ciencias (87 páginas).

¿Cuántas páginas tiene el libro de matemáticas?

- T: Multiplicación o división según interpretación.
- t: $87 \div 3$.
- Th: "Si una parte es conocida y representa una fracción, se divide para encontrar el todo".

- Teo: Proporcionalidad y fracciones.
- Comentario: Riesgo de confusión conceptual si no se discute el modelo.

8. Catalina consume X litros al día. ¿Cuántos en una semana?

- T: Multiplicación con variable o cantidad dada.
- t: $x \times 7$.
- Th: "Multiplico la cantidad diaria por 7 días".

- Teo: Proporcionalidad directa.
- Comentario: Simple, puede complejizarse con valores variables.

9. Sandra empacó 325 huevos + 150, de los cuales 18 están dañados.

¿Cuántos faltan para 500?

- T: Suma y resta sucesiva.
- t: $325 + (150 - 18)$ luego $500 - \text{total}$.
- Th: "Sumo lo bueno, luego resto del total requerido".
- Teo: Números naturales y operaciones compuestas.
- Comentario: Mayor complejidad operacional, puede favorecer

organización de datos.

10. Floristería: 97 cajas, 8 filas de 8 rosas. ¿Cuántas rosas?

- T: Multiplicación de tres factores.
- t: $97 \times 8 \times 8$.
- Th: "Multiplico cajas por rosas por fila".
- Teo: Propiedades de la multiplicación.
- Comentario: Buena oportunidad para pensar en estructuras rectangulares.

11. Julieta gana \$2.650.000, gasta en arriendo, mercado y otros. ¿Cuánto ahorra?

- T: Suma de gastos, resta al ingreso.
- t: $935.000 + 750.000 + 650.000$, luego resta.
- Th: "Sumo lo que gasto y lo resto del ingreso".
- Teo: Presupuestos, operaciones.
- Comentario: Válido para trabajar educación financiera básica.

El análisis praxeológico permite observar que la mayoría de los problemas movilizan tareas simples y técnicas automatizadas, sin apertura a la tecnología o teoría subyacente. Para enriquecer estas praxeologías escolares, se sugiere diseñar variantes más abiertas, que requieran justificación de estrategias, comparación de procedimientos y reflexión sobre el saber matemático implicado.

Se evidencia un predominio de la transposición didáctica tradicional, en la que el saber matemático se simplifica y se contextualiza con situaciones "reales", pero no se promueve una reflexión profunda sobre el saber mismo.

No se observan tareas de exploración, modelación, ni problemas abiertos que permitan construir nuevas praxeologías o tecnologías propias.

Desde la TAD, el modelo didáctico subyacente refuerza una praxeología unificada y homogénea, sin apertura a la evolución de técnicas ni a la autonomía del saber.

TRIANGULACIÓN DE MODELOS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN LIBROS DE TEXTO: ANDONEGUI, SCHOENFELD Y LA TAD

La resolución de problemas matemáticos constituye una práctica central en la enseñanza de las matemáticas, no solo por su valor instrumental, sino por su potencial para desarrollar competencias cognitivas superiores. En esta triangulación se analizan, comparan y articulan tres marcos teóricos aplicados al estudio de problemas presentes en libros de texto escolares: el modelo de Andonegui, la estrategia didáctica de Allan Schoenfeld y la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), de Yves Chevallard.

Desde el modelo de Andonegui, el foco se ubica en la pertinencia del problema dentro del programa del grado, la relación con los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), y su capacidad para vincular dimensiones emocionales, socioculturales y ético-

políticas. Este modelo permite valorar el grado en que el problema motiva, representa contextos cercanos y forma al estudiante como sujeto social y político. Sin embargo, en los problemas analizados, se evidencia que la mayoría cumple con la exigencia curricular y cognitiva, pero no promueve significativamente la emoción, ni la formación ciudadana o inclusiva.

Por su parte, la estrategia didáctica de Allan Schoenfeld centra su atención en el proceso de resolución de problemas, incorporando fases como la comprensión, exploración, ejecución y verificación. También resalta factores como el uso de heurísticas, la metacognición, la autorregulación y las creencias del estudiante. El análisis revela que los libros de texto revisados suelen incluir ejemplos resueltos que muestran la ejecución, pero rara vez invitan a la exploración o a la reflexión sobre los procedimientos, debilitando el potencial formativo del problema como experiencia didáctica completa.

Desde la TAD, se analizan los problemas a través de las praxeologías didácticas: tipos de tareas (T), técnicas (t), tecnologías (Th) y teorías (Teo). Este marco permite entender el saber escolar como una institucionalización de ciertas formas de hacer y justificar matemáticas. Se observa que los problemas, en general, movilizan praxeologías cerradas y altamente escolarizadas, centradas en la aplicación de algoritmos sin cuestionamiento tecnológico ni teórico. Esto refuerza un aprendizaje mecánico y escasamente reflexivo.

Triangular estos tres enfoques permite comprender con mayor profundidad la naturaleza de los problemas incluidos en los libros escolares. Desde el modelo de Andonegui se puede evaluar la intencionalidad formativa y social del problema; desde Schoenfeld, la calidad del proceso de resolución que se promueve; y desde la TAD, el tipo de saber matemático que se construye y transmite institucionalmente.

Por ejemplo, en el problema del regalo de Lucas y Hanna, se reconoce que cumple con los contenidos del grado y puede despertar cierto interés (Andonegui), pero no hay evidencia de un trabajo metacognitivo o de exploración (Schoenfeld), y desde la TAD se trata de una praxeología cerrada que promueve solo la técnica del algoritmo de la resta, sin justificaciones explícitas.

Otro caso, como el problema de los huevos (Sandra y los 500 huevos), presenta mayor complejidad técnica y permite el uso de múltiples operaciones. Sin embargo, nuevamente se observa una escasa atención a la justificación de procedimientos o a la validación de estrategias. En términos de praxeología, sigue siendo una tarea cerrada, sin tecnología ni teoría explícita. Aunque podría despertar interés por su realismo, no se explora su potencial socioformativo.

El problema de los videos de YouTube representa un intento por integrar el interés juvenil y la cultura digital al diseño de problemas. Este se destaca positivamente en el marco de Andonegui al generar emoción y cercanía. No obstante, ni en Schoenfeld ni en la TAD se observan indicios de una profundización cognitiva o epistémica: se trata de una tarea de comparación numérica simple.

En contraste, el problema de Luis y sus amigos en el hotel muestra cierta estructura más rica desde la estrategia de Schoenfeld, ya que requiere organización de datos, uso de heurísticas y verificación. Sin embargo, desde Andonegui no promueve la emoción ni trabaja aspectos éticos o culturales, y desde la TAD se mantiene en el plano técnico-operativo.

Un análisis cruzado de estos problemas permite concluir que los libros de texto cumplen parcialmente su función formativa.

1. **.Respuesta al Objetivo sobre Schoenfeld:** Solo el **Problema 4** (5° grado) modela de manera explícita las **fases de Schoenfeld/Pólya** (Comprender, Ejecutar, Comprobar)²¹. Los problemas de 4° grado (P1, P2, P3) carecen de cualquier instrucción de **Control** metacognitivo, lo que indica un déficit en la promoción de la autorregulación.
2. **Praxeologías Dominantes (TAD):** La mayoría de los problemas analizados (P1, P2, P3) corresponden a **Praxeologías de Ejercicio o Técnicas**, donde el objetivo es la aplicación de una **Técnica (τ)** previamente conocida o algorítmica. Esto sugiere una baja **Activación Heurística**.
3. **Evaluación del Conocimiento Matemático (Andonegui):**

- **Proceso Didáctico:** Se observa que el libro utiliza la **Estructura Didáctica** (el formato de las fases) como la principal herramienta para promover el conocimiento, más que el contenido matemático en sí mismo.
- **Dominio Afectivo:** El uso de contextos de interés moderno (YouTube/famosos en P3) es un claro intento de impactar en la **Dimensión de Dominio Afectivo**, aunque la tarea resultante sea de baja demanda cognitiva.

Cabe destacar, si bien responden a contenidos programáticos y presentan cierta intencionalidad didáctica, no desarrollan plenamente el potencial de la resolución de problemas como herramienta para la formación del pensamiento matemático crítico y autónomo.

Entre las principales debilidades se encuentra la ausencia de un enfoque metacognitivo, el escaso fomento a la exploración y a la formulación de estrategias diversas, así como la falta de articulación con contextos socioculturales significativos. Esto empobrece la experiencia de resolución de problemas y limita el desarrollo de competencias clave.

Frente a estos hallazgos, se recomienda diseñar problemas que integren intencionalmente elementos de los tres enfoques: que cumplan con el propósito curricular y movilicen procesos cognitivos y emocionales (Andonegui), que incluyan momentos de comprensión, exploración y verificación (Schoenfeld), y que promuevan la emergencia de praxeologías abiertas que visibilicen tecnologías y teorías (TAD).

En síntesis, la triangulación de modelos proporciona un marco robusto para valorar y enriquecer los problemas matemáticos en los libros escolares. Al combinar criterios curriculares, didácticos y epistemológicos, se favorece una mirada integral sobre la calidad y el potencial formativo de estas tareas, y se abren nuevas posibilidades para una planeación docente más consciente, reflexiva y transformadora.

CAPITULO V

HORIZONTES DE CONOCIMIENTO

Diagnóstico de las Praxeologías

Esta sección responde directamente a las preguntas y a los objetivos específicos 1, 2 y 3.

- **Sobre los Procesos y Fases de Schoenfeld (P.I. 1, 2 y O.E. 2, 3):**
 - **Conclusión Central:** Se identificó una **fragmentación sistemática** del proceso de resolución de problemas de Schoenfeld. Las praxeologías dominantes en los libros de texto de 4° y 5° grado son de **Ejecución Técnica (τ)** y no de **Problema Genuino**¹.
 - **Control y Monitoreo:** El factor **Control (Metacognición)** está notoriamente **ausente** en la mayoría de las praxeologías analizadas, limitándose, en el mejor de los casos, a aparecer como una fase explícita en **problemas modelo aislados** (ej., el Proceso Didáctico modelado)². La **Pista de Auditoría** (Comprobación) no es internalizada como una técnica de autorregulación.
 - **Heurísticas:** El **Nivel de Activación Heurística** es generalmente **Bajo**, ya que la tarea {T} a menudo conduce a una **Técnica** algorítmica y preestablecida, subestimando la necesidad de los estudiantes de diseñar estrategias³.
- **Sobre la Evaluación con el Modelo Dimensional (P.I. 3 y O.E. 1):**
 - **Bloque Tecnológico-Teórico (TAD):** Se constata una **insuficiencia en la Exhaustividad del Bloque Tecnológico** . Los libros se centran en el *uso* de la

técnica τ (Dimensión de Contenido) sin proporcionar una justificación clara de su **racionalidad didáctica**, limitando la profundidad del conocimiento matemático.

- **Dominio Afectivo (Andonegui):** El **Contexto** de los problemas suele ser un **Pseudocontexto**⁵. Aunque intenta impactar la **Dimensión de Dominio Afectivo** (ej., usando temas de interés moderno), la artificialización de la tarea no se traduce en un problema auténtico que promueva la creencia de la utilidad de la matemática.

Logro del Objetivo y Contribución

Esta sección responde al Objetivo General y justifica el Objetivo Específico 4 (diseño del instrumento).

- **Logro del Objetivo General:** El objetivo de **Generar un Modelo de Evaluación** se ha alcanzado mediante la integración conceptual de TAD, Andonegui y Schoenfeld. Este modelo emerge como una respuesta directa y necesaria a los déficits identificados, proporcionando una matriz sistemática para **diagnosticar la carencia de las praxeologías completas** en los libros de texto⁶.

- **Valor del Instrumento (O.E. 4):** El instrumento diseñado no solo evalúa el contenido explícito (las operaciones), sino que es **representativo de la complejidad** al medir las dimensiones metacognitivas (Schoenfeld) y las praxeológicas (TAD) que son invisibles a la evaluación curricular tradicional. Por lo tanto, el modelo es una herramienta de **meta vigilancia didáctica**.

Recomendaciones

Teórico-Metodológicas

1. **Validación y Expansión del Modelo:** la aplicación del Modelo de Evaluación TAD-Schoenfeld-Andonegui a un corpus más amplio (otras editoriales, niveles de estudio y países).

2. **Profundización en TAD y Cognición:** Sugerir futuras investigaciones que utilicen la Tecnología del Bloque como variable de estudio. Es crucial entender si la ausencia de

la justificación técnica en el texto limita la construcción de tecnología matemática en el aula por parte de los docentes.

3. Intersección con la Formación Docente: utilizar el Instrumento de Evaluación en programas de formación de profesores. Los futuros docentes deben aprender a diagnosticar la diferencia entre una Praxeología de Ejercicio y una Praxeología de Problema Genuino, que es la distinción central que su tesis logró operacionalizar.

Curriculares y Didácticas

1. Inclusión Obligatoria del Control Metacognitivo: A las autoridades curriculares la necesidad de exigir que los libros de texto incorporen instrucciones de Control (ej., preguntas de reflexión o un espacio para la Comprobación) como una fase obligatoria en la estructura de la solución de problemas.

2. Rediseño de la Tarea (T) para la Activación Heurística: inclusión de un porcentaje mínimo de Praxeologías Abiertas o Exploratorias que no guíen la técnica τ de inmediato, promoviendo el factor de Heurísticas de Schoenfeld.

3. Autenticidad del Contexto (Dominio Afectivo): los editores y autores de libros trabajen en la Dimensión de Dominio Afectivo diseñando tareas que sean culturalmente relevantes y que el contexto actúe como un bloque tecnológico (ej., la matemática es necesaria para comprender el problema real) y no solo como un adorno.

4. Uso del Modelo como Criterio de Selección: el Instrumento de Evaluación que usted diseñó se convierta en una herramienta oficial de filtro para la adopción y revisión periódica de los libros de texto de primaria.

CAPÍTULO VI

Modelo de Evaluación de la Praxeología Didáctica para la Resolución de Problemas (MEPD-RP)

Introducción al Modelo Emergente

Este capítulo final presenta el *Modelo de Evaluación de la Praxeología Didáctica para la Resolución de Problemas (MEPD-RP)*. Su formulación no es una simple suma de referentes teóricos, sino la culminación de un proceso de investigación dialéctico. Los hallazgos del análisis de contenido (Capítulo IV y V) demostraron la insuficiencia de los modelos base para aprehender la totalidad del fenómeno de la instrucción de la resolución de problemas en los libros de texto.

La propuesta de Schoenfeld ofreció el rigor procesual (Heurísticas y Control) pero carecía de una herramienta para analizar la justificación didáctica institucional. Por otro lado, el Modelo Dimensional de Andonegui, si bien proporcionaba una visión holística de la práctica, no se operacionalizaba fácilmente en la unidad de análisis de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), es decir, la praxeología.

El MEPD-RP emerge, por tanto, como una síntesis conceptual que resuelve esta limitación, articulando los dominios cognitivos (Schoenfeld), holístico (Andonegui) e institucional (TAD) en un único instrumento coherente. Este modelo es capaz de diagnosticar la calidad y la exhaustividad de la instrucción de la resolución de problemas, superando las restricciones de análisis de sus antecesores.

Fundamentación Epistemológica y Didáctica de la Propuesta

El Modelo de Evaluación de la Praxeología Didáctica para la Resolución de Problemas (MEPD-RP) trasciende la categorización taxonómica para posicionarse como una Propuesta de Praxeología Didáctica Superior para la Didáctica de la Matemática (DM).

Epistemológicamente, se fundamenta en la crítica a la monumentalización del saber (TAD), que transforma el problema genuino en ejercicio rutinario. Didácticamente, el MEPD-RP ofrece un nuevo Bloque Tecnológico-Teórico para la evaluación de la instrucción.

1. El Modelo como Praxeología Ideal: Mientras que las praxeologías identificadas en los libros de texto eran predominantemente fragmentarias y de ejercicio (Bloque T y τ incompleto), el MEPD-RP propone una Praxeología Didáctica de Referencia completa y rica.
2. Integración de la Metacognición en el Bloque Tecnológico : El modelo eleva los Factores de Control y Heurísticas de Schoenfeld de meros pasos cognitivos a Tecnología Didáctica. Esto significa que la reflexión y el monitoreo no son un accidente, sino un saber justificado que debe ser enseñado y evaluado como parte integral de la técnica, garantizando la racionalidad didáctica.
3. Ampliación del Bloque Teórico Θ Institucional: El modelo asegura que el Bloque Teórico Θ institucional no se limite a conceptos matemáticos, sino que integre las Dimensiones Afectiva y Didáctica de Andonegui como saberes a evaluar, promoviendo una visión holística del conocimiento matemático en la instrucción.

Implicaciones y Contribuciones del Modelo

El MEPD-RP genera aportaciones significativas, con implicaciones directas en la teoría, la metodología de investigación y la práctica educativa.

1. Nivel Teórico: La Articulación Conceptual

- Síntesis Unificada: El modelo es una contribución teórica al campo de la Educación Matemática al ofrecer una articulación operativa de tres marcos mayores (TAD, Schoenfeld, Andonegui) para el análisis documental.
- Expansión del Bloque Didáctico: Expande el alcance del Bloque Tecnológico-Teórico de la TAD al integrar las dimensiones cognitivas (Schoenfeld) y holísticas (Andonegui) en la justificación del saber a enseñar, creando una herramienta robusta para la vigilancia epistemológica de la instrucción.

2. Nivel Metodológico: El Instrumento de Evaluación

- Rigor y Auditabilidad: El modelo provee el instrumento de evaluación diseñado, el cual garantiza la Auditabilidad de futuros análisis de libros de texto, permitiendo a otros investigadores replicar el diagnóstico de la fragmentación de las praxeologías.
- Enfoque Holístico de Evaluación: Supera las limitaciones de las taxonomías unidimensionales al permitir la evaluación simultánea de la estructura matemática (TAD), la calidad metacognitiva (Schoenfeld) y la relevancia curricular (Andonegui), enriqueciendo la capacidad diagnóstica de la investigación educativa.

3. Nivel Práctico: Transformación de la Práctica y la Producción Editorial

- Uso Editorial y Curricular: El MEPD-RP puede ser adoptado por editoriales y organismos curriculares como una guía prescriptiva para el diseño de problemas. Al aplicar el modelo, se puede asegurar que cada unidad de resolución de problemas contenga los componentes de Control (Schoenfeld) y la justificación Tecnológica (TAD) necesarios para una praxeología completa.
- Empoderamiento Docente: Ofrece a los docentes un marco de referencia claro para diagnosticar la carencia de los recursos didácticos que utilizan y les permite diseñar actividades complementarias que fortalezcan el Dominio Afectivo y el Control Metacognitivo de los estudiantes.

Cierre y Proyecciones de la Propuesta

El desarrollo e implementación del MEPD-RP completa el objetivo general de esta investigación. Las proyecciones futuras se centran en la validación y transferencia de la propuesta:

- **Validación de Expertos:** Se recomienda someter el instrumento de evaluación a una validación rigurosa por parte de expertos en Didáctica de la Matemática para refinar las categorías y los indicadores.
- **Estudios de Transferibilidad:** Se sugiere aplicar el modelo a otros niveles educativos (secundaria) y a diferentes contextos curriculares para evaluar su robustez y alcance.
- **Impacto en el Aula:** Es fundamental desarrollar investigaciones-acción que utilicen el MEPD-RP para modificar la práctica docente y medir el impacto de la enseñanza de praxeologías completas en el desempeño y las creencias de los estudiantes sobre la matemática.

Diseño Holográfico del Modelo MEPD-RP

El holograma del MEPD-RP debe evocar la idea de una **estructura compleja y jerárquica** que es completa y coherente, a diferencia de las estructuras fragmentadas encontradas en el análisis. Se utilizará una metáfora visual de un **Prisma Didáctico Tridimensional** sostenido por la base institucional de la TAD.

1. El Elemento Base: La Praxeología Institucional (TAD)

- **Forma Base:** Un **cubo sólido** en la parte inferior, que representa la **Praxeología**, la unidad de análisis institucional.
- **Visualización:** El cubo se muestra con sus cuatro caras claramente etiquetadas: **Tarea ()**, **Técnica ()**, **Tecnología ()** y **Teoría ()**.
- **Implicación Dialéctica:** Las caras de y parpadean intermitentemente en el cubo, simbolizando su **insuficiencia o ausencia** en las praxeologías de ejercicio de los libros de texto analizados. Este es el déficit que el modelo busca resolver.

2. El Elemento Central: El Prisma Sintético (MEPD-RP)

- **Forma Central:** Un **Prisma Hexagonal translúcido** emerge del centro del cubo base, girando lentamente. Este prisma representa la **síntesis dialéctica** que es el MEPD-RP.

- **Las Seis Caras del Rigor:** Las seis caras del prisma representan las **Categorías de Análisis** creadas por la síntesis:

1. Nivel de Activación Heurística (Schoenfeld)
2. Presencia de Instrucciones de Control (Schoenfeld)
3. Exhaustividad del Bloque Tecnológico-Teórico (TAD)
4. Naturaleza y Autenticidad del Contexto (Andonegui)
5. Tipología de la Praxeología Dominante (TAD/Didáctica)
6. Componente Afectivo/Creencias (Andonegui)

- **Conexión con Schoenfeld y Andonegui:** Dos **Anillos Orbitantes** rodean el prisma hexagonal:

1. **Anillo Interno (Rojo Metacognitivo):** Gira rápido e ilumina las caras 1 y 2. Representa los Factores de **Schoenfeld** (Heurísticas y Control), que inyectan el rigor procesual al modelo.

2. **Anillo Externo (Azul Holístico):** Gira lento e ilumina las caras 4 y 6. Representa las **Dimensiones Holísticas de Andonegui** (Afectivo y Procesos Didácticos), que contextualizan el análisis de la práctica.

3. El Elemento Superior: El Propósito Didáctico

- **Cima de la Estructura:** Una **Esfera de Luz Blanca** flota sobre el prisma.
- **Visualización:** El texto "PRAXEOLOGÍA DIDÁCTICA SUPERIOR" se proyecta dentro de esta esfera.

- **Función:** Simboliza la **racionalidad didáctica** y la superación de la fragmentación. El modelo no solo evalúa, sino que propone una **nueva norma de**

calidad para la instrucción de la resolución de problemas, siendo el objetivo final del diseño.

4. Animación Clave para el Impacto Académico

Al presentar el holograma, el narrador (usted) puede activar una secuencia:

1. **Inicio:** Muestre el **cubo base** con sus caras de y parpadeando (el diagnóstico de insuficiencia).
2. **Transición Dialéctica:** El **Prisma Hexagonal (MEPD-RP)** emerge, integrando y estabilizando las fallas del cubo.
3. **Resultado:** Los Anillos de Schoenfeld y Andonegui giran, demostrando que la nueva praxeología es **controlada, justificada y contextualizada**, logrando la síntesis deseada.



REFERENCIAS

- Andonegui, M. (2015). Análisis de las rutas de aprendizaje subyacentes en los textos de matemática de primaria de la colección bicentenario. El caso de la sustracción. Memorias del IX Congreso Venezolano de Educación Matemática (p.3-6)
- Alagic, G. & Alagic, M. (2013). Collaborative mathematics learning in online environments. En D. Martinovic, V. Freiman, & Z. Karadag (Eds.), *Visual Mathematics and Cyberlearning* (pp. 23-48). Netherlands: Springer.
- an, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM*, 45(5), 633-646. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0539-x>
- Angrosino, M. (2016). Observation-based research. In J. Ritchie, J. Lewis, C. McNaughton Nicholls, & R. Ormston (Eds.), *Qualitative research practice: A guide for social science students and researchers* (2nd ed., pp. 165-179). SAGE. <https://doi.org/10.4135/9781473983267>
- Ayllón, M., Ballesta-Claver, J., & Gómez, I. (2016) . Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos. *Propósitos Y Representaciones*, 4(1), 169–193. Recuperado de: <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.20511/pyr2016.v4n1.89>
- Bosch, M., & Gascón, J. (2009). Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico a la formación del profesorado de matemáticas de secundaria. In M. T. G. María José González, Jesús Murillo. (Ed.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 89-113). Santander: SEIEM.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Argentina.
- Bosch, M., & Gascón, J. (2009). Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico a la formación del profesorado de matemáticas de secundaria. En M. J. González, M. T. González, & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 89-113). SEIEM.

- Brändström, A. (2005). Differentiated tasks in mathematics textbooks: An analysis of the levels of difficulty (Tesis de maestría). Luleå University of Technology.
- Bransford, J. D., & Stein, B. S. (1993). *The IDEAL problem solver: A guide for improving thinking, learning, and creativity* (2nd ed.). W.H. Freeman.
- Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77-101. <https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970-1990*. Kluwer Academic Publishers.
- Bryman, A. (2016). *Social research methods* (5th ed.). Oxford University Press. <https://global.oup.com/academic/product/social-research-methods-9780199689453>
- Campbell, T., Boyle, J., & King, S. (2020). Proof and argumentation in K-12 mathematics: a review of conceptions, content, and support. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(5), 754-774. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1626503>
- Campbell, T., Boyle, J., & King, S. (2020). The role of problem-solving in developing mathematical thinking: A review of the literature. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(6), 842-857. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1688203>
- Chapman, O. (2015). Mathematics teachers' knowledge for teaching problem solving. *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education*, 3(1), 19-36. <https://doi.org/10.31129/LUMAT.3.1.1049>
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.
- Christians, C. G. (2011). Ethics and politics in qualitative research. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *The SAGE handbook of qualitative research* (4th ed., pp. 61-80). SAGE. <https://us.sagepub.com/en-us/nam/the-sage-handbook-of-qualitative-research/book242504>
- Contreras, J., Osorio, L., & Otálora, J. (2022). Analysis of problem-solving competence in high school students. *Journal of Mathematics Education*, 11(3), 120-135. <https://doi.org/10.26711/007577152790055>
- Coskun, S., & Bostan, M. (2019). An in-service primary teacher's implementation of mathematical tasks: the case of length measurement and perimeter instruction. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 50(4), 486-505. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1522675>

- Coskun, S., & Bostan, M. (2019). The effects of problem-solving strategies on students' achievement, attitude and motivation. *Eurasian Journal of Educational Research*, 19(83), 1-20. <https://doi.org/10.14689/ejer.2019.83.1>
- Cossío-Gutiérrez, E. F. & Hernández-Rojas, G. (2016). Las teorías implícitas de enseñanza y aprendizaje de profesores de primaria y sus prácticas docentes. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 21(71), 1135-1164. Disponible en: <http://www.scielo.org.mx/pdf/rmie/v21n71/1405-6666-rmie-21-71-01135.pdf>
- Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2018). *Qualitative inquiry & research design: Choosing among five approaches* (4th ed.). SAGE. <https://us.sagepub.com/en-us/nam/qualitative-inquiry-and-research-design/book246896>
- Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (2018). *The SAGE handbook of qualitative research* (5th ed.). SAGE. <https://us.sagepub.com/en-us/nam/the-sage-handbook-of-qualitative-research/book242504>
- Díaz-Levicoy, D., & Roa, R. (2014). Análisis de actividades sobre probabilidad en libros de texto para un curso de básica chilena. *Revista Chilena de Educación Científica*, 13(1), 9-19. <http://funes.uniandes.edu.co/18155/>
- English, L. D. y Gainsburg, J. (2016). Problem solving in a 21st century mathematics curriculum. En L. D. English y D. Kirshner (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (3rd ed.) (Vol. 3, pp. 313-335). New York, NY: Taylor and Francis.
- English, L. D., & Gainsburg, J. (2016). Problem solving in a 21st-century mathematics curriculum. In L. D. English & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (3rd ed., pp. 313-335). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203448946-20>
- Fan, L., & Zhu, Y. (2007). Representation of problem-solving procedures: A comparative look at China, Singapore, and US mathematics textbooks. *Educational Studies in Mathematics*, 66(1), 61-75. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9069-6>
- Felmer, P., Pehkonen, E., & Kilpatrick, J. (Eds.). (2016). *Posing and solving mathematical problems: Advances and new perspectives*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3>
- Fernández, J. A. & Barbarán, J. J. (2015). *Inventar problemas para desarrollar la competencia matemática*. Editorial la Muralla: Madrid
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. *American Psychologist*, 34(10), 906-911. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.34.10.906>
- Flick, U. (2018). *Designing qualitative research* (2nd ed.). SAGE. <https://uk.sagepub.com/en-gb/eur/designing-qualitative-research/book261109>

- Gascón, J. (2011). Las tres dimensiones fundamentales de un problema didáctico: El caso del álgebra elemental. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 14(2), 203-231.
- Glaser, B. G., & Strauss, A. L. (1967). *The discovery of grounded theory: Strategies for qualitative research*. Aldine. <https://www.routledge.com/The-Discovery-of-Grounded-Theory-Strategies-for-Qualitative-Research/Glaser-Strauss/p/book/9780202302607>
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8(11), 111-132.
- Gómez, P., & Romero, I. (2015). Enseñar las matemáticas escolares. En P. Flores & L. Rico (Eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación primaria* (pp. 61-88). Pirámide.
- Gómez-Chacón, I. M., Botana, F., & Diego-Mantecón, J. M. (2021). Fostering problem-solving skills in mathematics through robotics: A systematic literature review. *Education Sciences*, 11(5), 228. <https://doi.org/10.3390/educsci11050228>
- Guba, E. G., & Lincoln, Y. S. (1994). Competing paradigms in qualitative research. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 105-117). SAGE. <https://psycnet.apa.org/record/1994-98625-005>
- Hernández-Sampieri, R., & Mendoza, C. P. (2018). *Metodología de la investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw-Hill Education. http://virtual.cuautitlan.unam.mx/rudics/wp-content/uploads/2019/02/RUDICsv9n18p92_95.pdf
- Howson, G. (2013). The development of mathematics textbooks: Historical reflections from a personal perspective. *ZDM*, 45(5), 647-658. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0511-9>
- Koichu, B., Berman, A., & Moore, M. (2007). Heuristic literacy development and its relation to mathematical achievements of middle school students. *Instructional Science*, 35(2), 99-139. <https://doi.org/10.1007/s11251-006-9004-3>
- Kvale, S., & Brinkmann, S. (2015). *InterViews: Learning the craft of qualitative research interviewing* (3rd ed.). SAGE. <https://us.sagepub.com/en-us/nam/interviews/book239402>
- Laura Conejo Garrote (2015). *Análisis histórico de las demostraciones en libros de texto sobre los teoremas de límites y continuidad. De la ley general de educación a la ley orgánica de educación*. Facultad de Educación y Trabajo Social. Universidad de Valladolid
- Lesh, R., & Doerr, H. M. (Eds.). (2003). *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Lester, F. K. (2013). Thoughts about research on mathematical problem-solving instruction. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1), 245-278. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1267>

- Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U., & Bruder, R. (2016). Problem solving in mathematics education. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-40730-2>
- Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U., & Bruder, R. (Eds.). (2021). Problem solving in mathematics education. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-60472-5>
- Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). Naturalistic inquiry. SAGE. <https://us.sagepub.com/en-us/nam/naturalistic-inquiry/book842>
- Mayring, P. (2015). Qualitative content analysis: Theoretical background and procedures. In A. Bikner-Ahsbals, C. Knipping, & N. Presmeg (Eds.), Approaches to qualitative research in mathematics education: Examples of methodology and methods (pp. 365-380). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6_13
- Merriam, S. B. (2009). Qualitative research: A guide to design and implementation. Jossey-Bass. <https://www.wiley.com/en-us/Qualitative+Research%3A+A+Guide+to+Design+and+Implementation%2C+4th+Edition-p-9781119003618>
- Merriam, S. B., & Tisdell, E. J. (2016). Qualitative research: A guide to design and implementation (4th ed.). Jossey-Bass. <https://www.wiley.com/en-us/Qualitative+Research%3A+A+Guide+to+Design+and+Implementation%2C+4th+Edition-p-9781119003618>
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldaña, J. (2014). Qualitative data analysis: A methods sourcebook (3rd ed.). SAGE. <https://us.sagepub.com/en-us/nam/qualitative-data-analysis/book246128>
- Nicol, C. C., & Crespo, S. M. (2006). Learning to teach with mathematics textbooks: How preservice teachers interpret and use curriculum materials. *Educational Studies in Mathematics*, 62(3), 331-355. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-5423-y>
- OECD. (2019). PISA 2018 results (Volume I): What students know and can do. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/5f07c754-en>
- Oswaldo Córdoba Mejía, Giovanni Guzmán Romero, María Soledad Ramírez y Norida Torrado Ramírez (2022). Fortalecimiento de la competencia resolución de problemas matemáticos mediante la utilización de los R.E.D basados en la técnica de la gamificación y el trabajo colaborativo. Universidad de Cartagena
- Palm, T. (2008). Impact of authenticity on sense making in word problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 67(1), 37-58. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9083-3>
- Patton, M. Q. (2015). Qualitative research & evaluation methods: Integrating theory and practice (4th ed.). SAGE. <https://us.sagepub.com/en-us/nam/qualitative-research-evaluation-methods/book232962>
- Pérez, Y. y Ramírez, R. (2008). Desarrollo instruccional sobre estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos dirigido a

- docentes de primer grado de Educación Básica. Caso Colegio San Ignacio. Tesis de post-grado no publicada, Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Caracas, Caracas
- Pérez, Y., & Ramírez, R. (2008). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos: Fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de Investigación*, 73(35), 169-194.
- Pino-Fan, L. R., Guzmán, I., Font, V., & Duval, R. (2023). The theory of registers of semiotic representation and the onto-semiotic approach to mathematical cognition and instruction: Linking looks for the study of mathematical understanding. *Educational Studies in Mathematics*, 112(1), 157-180. <https://doi.org/10.1007/s10649-022-10192-y>
- Pino-Fan, L., Assis, A., & Castro, W. F. (2015). Towards a methodology for the characterization of teachers' didactic-mathematical knowledge. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 11(6), 1429-1456. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1403a>
- Polya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.
- Pólya, G. (1965). *Mathematical discovery: On understanding, learning, and teaching problem solving*. Wiley.
- Prieto, A., Diaz, D., Hernández, M., & Lacasa, E. (2008). Variantes metodológicas del ABP: El ABP 4x4. In J. García-Sevilla (Ed.), *El aprendizaje basado en problemas en la enseñanza universitaria* (pp. 55-74). Universidad de Murcia.
- Prieto, A., Diaz, D., Hernández, M., y Lacasa, Enric. (2008). Variantes metodológicas del ABP: El ABP 4x4. En *La metodología del Aprendizaje Basado en Problemas en la enseñanza universitaria*. En universidad de Murcia: Edit.um.
- Rezat, S., & Sträßer, R. (2021). Methodological issues and challenges in research on mathematics textbooks. *ZDM*, 53(6), 1365-1380. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01259-w>
- Sáiz, Jorge. «Educación histórica y narrativa nacional». PhD diss., Universidad de Valencia, 2015.
- Santos Trigo, L. M. (2007). *La resolución de problemas matemáticos: Fundamentos cognitivos*. Trillas.
- Santos Trigo, L. M. (2014). *La resolución de problemas matemáticos: Fundamentos cognitivos* (2a ed.). Trillas.
- Santos, J. (2014). *Modelo de texto escolar digital: Redefiniendo los libros de texto*. Congreso Iberoamericano de ciencia, Tecnología, innovación y educación. Universidad Nacional de Colombia.
- Santos-Trigo, M. (2019). Problem-solving in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (2nd ed., pp. 686-693). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9_100026-1
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.

- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). Macmillan.
- Schoenfeld, A. H. (2011). *How we think: A theory of goal-oriented decision making and its educational applications*. Routledge. <https://www.routledge.com/How-We-Think-A-Theory-of-Goal-Oriented-Decision-Making-and-its-Educational/Schoenfeld/p/book/9780415878760>
- Schreier, M. (2012). *Qualitative content analysis in practice*. SAGE. <https://us.sagepub.com/en-us/nam/qualitative-content-analysis-in-practice/book234633>
- Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En L. Rico (Ed.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 125-154). Horsori.
- Stake, R. E. (2006). *Multiple case study analysis*. Guilford Press. <https://www.guilford.com/books/Multiple-Case-Study-Analysis/Robert-Stake/9781593852481>
- Stein, M. K., Remillard, J., & Smith, M. S. (2007). How curriculum influences student learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 319-369). Information Age.
- Taylor, S. J., Bogdan, R., & DeVault, M. L. (2016). *Introduction to qualitative research methods: A guidebook and resource* (4th ed.). Wiley. <https://www.wiley.com/en-us/Introduction+to+Qualitative+Research+Methods%3A+A+Guidebook+and+Resource%2C+4th+Edition-p-9781118767214>
- Tomado de <https://view.genial.ly/61fda1b2e940aa00121bafa4>
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Drijvers, P. (2014). Realistic Mathematics Education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 521-525). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_170
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Drijvers, P. (2020). Realistic mathematics education. *Encyclopedia of Mathematics Education*, 713-717. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_170
- Wijaya, A., Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Doorman, M. (2022). Teachers' teaching practices and beliefs regarding context-based tasks and their relation with students' difficulties in solving these tasks. *Mathematics Education Research Journal*, 34(1), 129-151. <https://doi.org/10.1007/s13394-021-00371-0>
- Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications: Design and methods* (6th ed.). SAGE. <https://us.sagepub.com/en-us/nam/case-study-research-and-applications/book250150>
- Zimmerman, B. J. (2000). Attaining self-regulation: A social cognitive perspective. In M.

- Martínez Hernández, L. y Ruiz Ortega, F. (2023). Aportes, alcances y limitaciones de los enfoques de resolución de problemas de George Pólya, Alan H. Schoenfeld y Frederick Reif en el aprendizaje de las matemáticas. *Zona Proxima*, 39, 128-146.
- Cortez Gutiérrez, H. Ó., Gil Flores, M. A. y Cortez Gutiérrez, M. M. (2024). La creatividad motriz según la resolución de problema [Motor creativity according to problem solving]. *European Public & Social Innovation Review*, 9, 1-19
- Batista, L. A., Crisóstomo, E. y Macêdo, J. A. (2022). Conocimiento didáctico-matemático movilizado por futuros profesores de matemáticas. *Alteridad*, (17) 2, 194-207. <https://doi.org/10.17163/alt.v17n2.2022.03>
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. 2017. Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31, 90-113. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>
- Carvalho, J. I. F. 2017. *Um estudo sobre os conhecimentos didáticos-matemáticos de probabilidade com professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental* [Tese Doutorado em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo. <https://bit.ly/3u2WZUt>
- Schoenfeld, A. H. y Kilpatrick, J. 2008. Toward a theory of proficiency in teaching mathematics. In D. Tirosh y T. Wood (eds.), *Tool and processes in mathematics teacher education* (pp. 321-354). Sense Publisheres. <https://bit.ly/3OXol7x>