



**REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL "GERVASIO RUBIO"**



**TEORÉTICA DE LA IDONEIDAD DIDÁCTICA DEL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO
APLICADA EN LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE FUNCIONES REALES EN
EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA EN COLOMBIA**

Tesis presentada para optar al Grado de Doctor en Educación

**Autor: Edwing García
Tutor(a): Dra. Karina Morales**

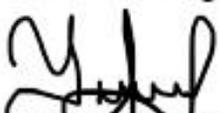
Rubio, marzo del 2025



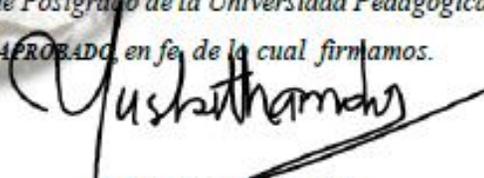
**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL "GERVASIO RUBIO"
SECRETARÍA**

A C T A

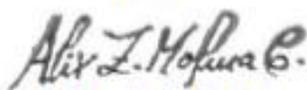
Reunidos el día *Miercoles*, cinco del mes de marzo de dos mil veinticinco, en la sede de la Subdirección de Investigación y Postgrado, del Instituto Pedagógico Rural "Gervasio Rubio," los Doctores: *KARINA MORALES (TUTORA)*, *YUSBETH MEDINA*, *ALIX MOLINA*, *ADRIANA INGUANZO* y *HENRY CÁCERES*, Cédulas de Identidad Números *V.-9344597*, *V.-16421214*, *V.-14605720*, *V.-15881744* y *CC.-88153535*, respectivamente, jurados designados en el Consejo Directivo N° 672, con fecha del 8 de abril de 2025, de conformidad con el Artículo 164 del Reglamento de Estudios de Postgrado Conducentes a Títulos Académicos, para evaluar la Tesis Doctoral Titulada: "*TEORÉTICA DE LA IDONEIDAD DIDÁCTICA DEL ENFOQUE ONTOSEMÍOTICO APLICADA EN LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE FUNCIONES REALES EN EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA EN COLOMBIA*", presentado por el participante *EDWING ENRIQUE GARCIA VILLABONA*, cédula de ciudadanía N° *CC.-13510600* / pasaporte N° *P.-AO561741*, como requisito parcial para optar al título de Doctor en Educación, acuerdan, de conformidad con lo estipulado en los Artículos 177 y 178 del Reglamento de Estudios de Postgrado de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador el siguiente veredicto: *APROBADO* en fe de lo cual firmamos.


DRA. KARINA MORALES
C.I.N° V.- 9344597

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL GERVASIO RUBIO
TUTORA


DRA. YUSBETH MEDINA
C.I.N° V.- 16421214

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL GERVASIO RUBIO


DRA. ALIX MOLINA
C.I.N° V.- 14605720

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL GERVASIO RUBIO


DRA. ADRIANA INGUANZO
C.I.N° V.- 15881744

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL GERVASIO RUBIO


DR. HENRY CÁCERES
C.C.N° - 88153535
UNIVERSIDAD DE PAMPLONA

CONTENIDO GENERAL

	pp
RESUMEN	IX
INTRODUCCIÓN	10
CAPÍTULO I	13
EL CONTEXTO	13
Descripción de la Situación en Estudio	13
Propósitos de la Investigación	25
Propósito General	25
Propósitos Específicos.....	25
Justificación e Importancia de la Investigación	25
CAPÍTULO II	28
MARCO FUNDAMENTACIÓN REFERENCIAL	28
Antecedentes investigativos.....	28
Bases Teóricas	33
Teoría de aprendizaje: Cognoscitivismo	33
Bases referenciales.....	33
Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS)	33
Idoneidad Didáctica (ID) de un Proceso de Instrucción	38
Enfoques o Teorías que Sustentan el Estudio	42
Constructivismo y Aprendizaje Significativo.....	42
Perspectiva Sociocultural de la Educación Matemática.....	45
Conocimiento de un Concepto.....	48
Función Real	51
Una Construcción Conceptual	51
Representaciones Semióticas y Matemáticas-Función Real	54
Bases Legales.....	57
CAPÍTULO III	60
FUNDAMENTACIÓN METODOLÓGICA	60
Naturaleza de la Investigación	60
Escenario y Participantes de la Investigación.....	62
Recolección de la Información	64
Procedimiento para el Análisis e Interpretación de la Información	65
Criterios de rigor científico-metodológico.....	70
Etapas de la Investigación	71

CAPÍTULO IV	76
ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN	76
Presentación descriptiva: resultados.....	77
Dimensión Currículo.....	80
Dimensión Aprendizaje	84
Dimensión Enseñanza	87
Dimensión Estrategias de Enseñanza	91
Dimensión Estrategias de aprendizaje.....	94
Dimensión Estrategias Metodológicas	97
Dimensión Intervención educativa	100
CAPÍTULO V.....	107
IDONEIDAD DIDÁCTICA DEL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO DEL CONOCIMIENTO Y LA INSTRUCCIÓN MATEMÁTICA, APLICADA EN LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN REAL	107
Idoneidad en la didáctica matemática	108
Idoneidad ecológica	108
Idoneidad epistémica	109
Idoneidad cognitiva	110
Idoneidad afectiva.....	110
Idoneidad Interaccional.....	111
Idoneidad Medicional.....	111
Enfoque Ontosemiótico y la Instrucción matemática	112
Estrategias: Enseñanza- Aprendizaje – Metodológicas	115
La Intervención educativa y la mediación	118
Enfoque Ontosemiótico de la didáctica matemática: Función real.....	119
Proposiciones finales	119
CAPITULO VI.....	121
CONSIDERACIONES Y REFLEXIONES FINALES	121
Consideraciones	121
Reflexiones	122
REFERENCIAS.....	125
ANEXOS	135
Anexo A. Consentimiento informado.....	136
Anexo B. Entrevista.....	137
Anexo C. Validación del instrumento	141

INDICE DE TABLAS

TABLAS	pp.
1. Resultados Pruebas Saber 2012-2015-Matemáticas	16
2. Componentes de la ID.....	38
3. Sistemas de Representación de las Funciones Reales	56
4. Informantes clave	64
5. Descripción de las Etapas de la Investigación	73
6. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Curricular - Profesores.....	80
7. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Curricular - Estudiantes	81
8. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Curricular- Profesores.....	82
9. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Curricular- Estudiantes	83
10. Categorías emergentes asociadas a la Dimensión	83
11. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Aprendizaje – Profesores.....	84
12. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Aprendizaje – Estudiantes	85
13. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Curricular- Profesores.....	85
14. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Curricular- Estudiantes	86
15. Categorías emergentes asociadas a la Dimensión Aprendizaje	86
16. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Enseñanza – Profesores.....	87
17. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Enseñanza – Estudiantes	88
18. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Enseñanza- Profesores.....	88

19. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Enseñanza- Estudiantes	89
20. Categorías emergentes asociadas a la Dimensión	89
21. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Estrategias de enseñanza–Profesores	91
22. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Estrategias de Enseñanza –Estudiantes.....	91
23. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Estrategias de enseñanza -Profesores	92
24. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Estrategias de enseñanza -Estudiantes.....	93
25. Categorías emergentes asociadas a la Dimensión	93
26. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Estrategias de aprendizaje –Profesores	94
27. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Estrategias de aprendizaje–Estudiantes	95
28. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Estrategias de aprendizaje -Profesores	95
29. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Estrategias de aprendizaje -Estudiantes.....	96
30. Categorías emergentes asociadas a la Dimensión	96
30. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Estrategias metodológicas–Profesores.....	97
31. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Estrategias metodológicas –Estudiantes	98
32. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Estrategias metodológicas -Profesores.....	98
33. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Estrategias metodológicas -Estudiantes	98
34. Categorías emergentes asociadas a la Dimensión	99

35. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Intervención educativa –Profesores.....	100
36. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Intervención educativa–Estudiantes	101
37. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión intervención educativa-Profesores	102
38. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Intervención educativa-Estudiantes.....	102
39. Categorías emergentes asociadas a la Dimensión	103
40. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Mediación–Profesores.....	103
41. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Mediación–Estudiantes	104
42. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Mediación-Profesores.....	105
43. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Mediación -Estudiantes	105
44. Categorías emergentes asociadas a la Dimensión	106

INDICE DE FIGURAS

FIGURAS	pp.
1. Tendencias de rendimiento en lectura, matemáticas y ciencias	15
2. Componentes del EOS.....	35
3. Componentes de la competencia de análisis e intervención didáctica.....	37
4. Idoneidad didáctica	40
5. Fases, componentes y criterios básicos de ID	41
6. Análisis de la información mediante la aplicación de la Teoría Fundamentada	67
7. Marco Recursivo del MCC	69
8. Etapas de la Investigación	72
9. Dimensiones del Estudio.....	79
10. Dimensiones del Estudio.....	90
11. Dimensiones del Estudio.....	100

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL “GERVASIO RUBIO”
Doctorado en Educación**

**TEORÉTICA DE LA IDONEIDAD DIDÁCTICA DEL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO
APLICADA EN LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE FUNCIONES REALES EN
EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA EN COLOMBIA**

Autor(a): Edwing García
Tutor: Dra. Karina Morales
Fecha: marzo 2025

RESUMEN

El conocimiento matemático, su enseñanza y aprendizaje es una temática que ha sido de gran interés dentro de la Educación Matemática, así mismo resalta su carácter relacional y multidimensional, pues tanto docentes, como estudiantes, y contenido sólo se pueden comprender unos en relación a los otros, dentro de un contexto impregnado por una sociedad y cultura propia y particular. En este sentido, el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción de la Matemática (EOS) brinda herramientas que facilitan la articulación de diferentes puntos de vista y nociones teóricas sobre el conocimiento matemático, su enseñanza y aprendizaje, destacándose la Idoneidad Didáctica (ID), como un criterio lícito de adecuación y pertinencia de acciones de agentes educativos, conocimientos puestos en acción y recursos usados en un proceso de estudio matemático, tanto para establecer si lo realizado fue adecuado o apropiado o bien para orientar cómo se deben hacer. Desde esta perspectiva, se generó una aproximación teórica asociada a la ID del EOS, en la construcción del concepto de función real, en Educación Básica Secundaria en Colombia. La fundamentación teórica aborda aspectos relacionados con el EOS, la ID y funciones reales, entre otros. Se consideró un estudio cualitativo desde una perspectiva interpretativa, realizando entrevistas a docentes y estudiantes del Colegio Agroecológico Holanda en Santander-Colombia, se programaron encuentros virtuales y presenciales para la recolección de la información. La Teoría Fundamentada y el Método Comparativo Constante permitieron interpretar y analizar la información, y la calidad del estudio se estableció mediante la credibilidad, auditabilidad y transferibilidad. La noción de ID, aporta elementos originales y significativos para orientar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las funciones reales.

Descriptor: teorética, idoneidad didáctica, enfoque ontosemiótico, funciones reales

INTRODUCCIÓN

Las matemáticas desde tiempos remotos son parte del mundo del ser humano, un mundo práctico y a la vez abstracto, como ciencia las matemáticas abarcan muchos espacios en la vida del ser humano desde tiempos inmemoriales, y es uno de los saberes a través del cual el hombre ha logrado superar obstáculos y crear, tanto procesos como máquinas, apoyándose en las mediciones, los cálculos, las proyecciones, entre otras cosas. A pesar del rol tan importante que ocupan las matemáticas en el progreso de la humanidad, es innegable también el distanciamiento entre el reconocimiento de algunos conceptos a nivel escolar y su uso consciente en el ámbito social, el concepto de funciones reales es uno de ellos, incluso su aprendizaje dista de la debida apropiación, tanto en los docentes como en los alumnos, al igual que la forma de aprendizaje, siendo así una dificultad no resuelta.

En este sentido es relevante establecer soluciones alternas, más para ello es demandante conocer cómo se viene administrando desde el punto de vista didáctico en el ámbito escolar y además estimar o valorar esa posible solución, a fin de determinar si su administración es acertada, conveniente o provechosa, es decir idónea. En atención a lo señalado, en el presente estudio se generó una aproximación teórica asociada a la Idoneidad Didáctica (ID) del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS), aplicada en la construcción del concepto de función real, en Educación Básica Secundaria en Colombia.

El estudio de las funciones reales se presenta a lo largo de esta investigación, la cual se vincula con la necesidad de resolver los problemas y circunstancias que surgen de la interacción entre los seres humanos y su entorno. Dada su importancia en el desarrollo de habilidades para comprender las estructuras básicas de la ciencia y las matemáticas avanzadas, la definición de función se considera un elemento esencial de los programas de matemáticas. De igual forma se revisa la ID como un criterio de pertinencia o adecuación de un proceso de instrucción al proyecto educativo relacionado, de seis facetas y sus posibles interacciones entre sí: epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica, las cuales se describen en el Capítulo II.

Para Godino (2024) el abordaje sobre el conocimiento y la educación matemática se relacionan con los procesos instruccionales de enseñanza y de aprendizaje, sobre la base del diseño, implementación y evaluación que utilizan los docentes en su actividad profesional para ofrecerle a sus estudiantes las herramientas que le permitan reflexionar en su aprendizaje matemático. Es de destacar que investigadores como Arias y Rodríguez (2014), y Devia y Pinilla (2012), refieren que la formación matemática de la mayoría de los jóvenes bachilleres, incluso los que ingresan a las universidades, es deficiente, no sólo en conocimientos sino también en habilidades en Matemáticas, específicamente en el caso de las funciones reales.

Según Lupo (2015), a pesar que las funciones se enfatizan en los planes de estudio de la escuela secundaria antes que los estudiantes ingresen a las universidades, estos se gradúan con un pobre dominio de este importante concepto, lo que restringe su acceso al cálculo y al modelado de situaciones y fenómenos en una variedad de campos profesionales y científicos. Los profesores deben ser conscientes de la necesidad de planificar teniendo en cuenta los significados institucionales que piensan estudiar. Deben adoptar una perspectiva amplia que vaya más allá de los elementos discursivos para crear y ejecutar un itinerario didáctico que tenga en cuenta los conocimientos previos de los alumnos y les permita reconocer y resolver los conflictos semióticos que surjan en todo proceso de estudio, empleando los recursos materiales y temporales necesarios, en este sentido la ID brinda elementos que sirven de apoyo para que los docentes superen dificultades y limitaciones en su práctica cotidiana.

La presente investigación está estructurada en capítulos que describen de manera sistemática el estudio, tal como se refiere a continuación. El capítulo I, incluye una descripción minuciosa del contexto, una vez descrito, reconstruido desde las disciplinas del saber que apoyan la investigación, se plantean los interrogantes, seguidamente se encuentran los objetivos que expresan esta necesidad y se finaliza el capítulo con la justificación del estudio. El capítulo II comprende el Marco Teórico que sustenta la investigación donde se examinan contextos teóricos, investigaciones y antecedentes. Después se presenta el capítulo III donde se describe la metodología a utilizar y su justificación, un plan de trabajo y actividades a cumplir para el desarrollo del estudio.

El capítulo IV está referido al análisis de los resultados obtenidos con la aplicación de las entrevistas realizadas a los informantes, posteriormente en el capítulo V se desarrollan las conclusiones y recomendaciones. El autor consideró pertinente presentar en el capítulo VI la teórica como producto principal de este estudio. Adicionalmente se colocan las referencias utilizadas, tanto impresas como electrónicas que sirvieron de apoyo en el tema tratado. Preguntarse por las normas que ayudan a evaluar el grado en que un proceso de estudio o instrucción matemática posee cualidades particulares que permiten calificarlo de apropiado o suficiente para los fines previstos y ajustado a las condiciones y recursos disponibles, contribuirá con la formación continua de los docentes, influirá en el desempeño de alumnos y docentes y a la larga en la mejora de la calidad educativa en general.

CAPÍTULO I

EL CONTEXTO

El presente capítulo muestra el contexto de la investigación, comprende la situación a investigar, las interrogantes, los objetivos, tanto el general como los específicos y la justificación del estudio.

Descripción de la Situación en Estudio

Sin lugar a dudas la educación es una de las vías a través de las cuales las sociedades pueden orientar el desarrollo económico, científico, político, tecnológico y humano, igualmente es considerada como un derecho universal, incluso a partir de la Conferencia Mundial sobre la Educación para Todos, realizada en Jomtiem-Tailandia/1990, se habla de conseguir una Educación para Todos. Por otra parte es notorio como en la actualidad el mundo en general vive un vertiginoso proceso de cambio, situación dentro de la cual, en correspondencia con Justo (2019), la educación emerge como respuesta apreciable que la convierte en asunto de toda la vida y habilita a los educandos adecuarse a las continuas transformaciones, a las variables exigencias del mundo laboral y la evolución del conocimiento, esta perspectiva de la educación, demanda cambios en el quehacer de los docentes y en su formación inicial y continua.

Al respecto UNICEF (2002), afirma que el acceso solo no es suficiente, se requiere que sea educación de buena calidad, pues el acceso a una educación de calidad deficiente equivale a no tener acceso, adicionalmente subraya que la calidad depende de lo que sucede dentro y fuera del aula. En tal sentido la calidad educativa está relacionada directamente con el desempeño de los actores educativos, los procesos en el aula, las interacciones, entre otros. A pesar de que el concepto de calidad presenta un significado diferente según diversos países, actores y organizaciones, existe consenso (UNESCO-UIS, 2019) en cuanto tres principios generales: la necesidad de la relevancia,

de la equidad de acceso y resultados y de un cumplimiento adecuado de los derechos individuales

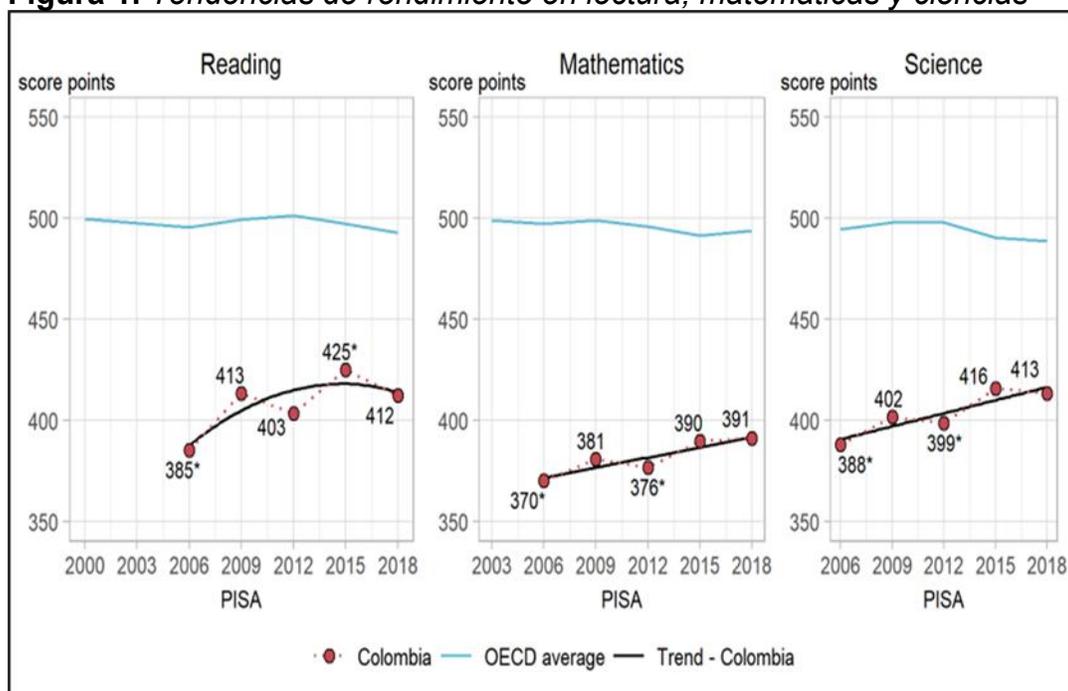
En esta perspectiva, la UNESCO-UIS (2019) asume como dimensiones sobre las variables de calidad educativa: (a) características del aprendiz (b) Contexto, (c) Insumos capacitadores, (d) Enseñanza y aprendizaje y (e) Resultados. Los indicadores de calidad contribuyen al monitoreo del progreso de estrategias y programas dentro de un plan sectorial de educación, permiten hacer comparaciones a lo largo del tiempo o entre diferentes contextos, contrastar resultados, medir impacto de reformas educativas, desempeño estudiantil, necesidades de mejoras, entre otros. Independientemente de que la educación sea diferente en cada lugar, todos los países de una u otra forma generan acciones a fin de garantizar una educación de calidad, más no siempre los resultados son los esperados. Ejemplo de ello a nivel internacional es el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos, (Informe PISA) y a nivel nacional en Colombia las Pruebas Saber 11.

Puesto que PISA evalúa el sistema educativo y no al alumno, proporciona datos comparables que ayudan a los países a mejorar sus políticas y resultados educativos. PISA evalúa los conocimientos de los alumnos de 15-16 años en tres grandes materias al término de su educación obligatoria en centros públicos y privados: lectura, ciencias y matemáticas. La prueba se realizó por primera vez en el 2000 y tiene una periodicidad de tres años, en la edición 2018 participaron 600.000 estudiantes de 79 países (Villafuerte, 2019). Dentro de los resultados el informe revela un rendimiento estable en las tres áreas entre 2015 y 2018, destaca Villafuerte (2019), lo cual es evidencia de que no ha habido avances en cuanto a promedio durante las últimas dos décadas. Los países asiáticos (Singapur, China y Macao), ocuparon los primeros lugares en las tres áreas. En cuanto a Latinoamérica, el resultado de todos los países participantes (Chile, Uruguay, Costa Rica, México, Brasil, Colombia, Argentina, Perú, Panamá y República Dominicana) es alarmante, todos se encuentran por debajo del promedio, los resultados en Matemáticas son aún más bajos que en Lectura.

Los resultados revelan que de estos países solo Perú está dentro de los países que mejoraron su desempeño en Matemáticas entre 2015 y 2018; los que no tuvieron cambios significativos se discriminan de esta manera: (a) en Lectura, Brasil, Chile, Costa

Rica, México, Perú y Uruguay; (b) en Matemática, Brasil, Chile, Colombia, Costa Rica, República Dominicana, México, Uruguay y (c) en Ciencia: Brasil, Chile, Colombia, Costa Rica, República Dominicana, México, Perú, y los que disminuyeron en su rendimiento: (a) en lectura, Colombia y República Dominicana y (b) en Ciencia, Uruguay. En términos generales estos países tienen sus más bajos niveles de desempeño en matemáticas y se encuentran mejor posicionados en Ciencias y Lectura, pero ninguno se destaca ni supera los promedios. En la figura 1, se pueden observar las tendencias en las tres áreas para el caso de Colombia.

Figura 1. Tendencias de rendimiento en lectura, matemáticas y ciencias



En PISA-2018 Colombia se ubica en el puesto 58 de 79 países evaluados, la caída más significativa fue en comprensión de lectura: de 425/2015 a 412/2018; en matemáticas solo subió un punto: de 390/2015 a 391/2018, y en ciencias decreció: de 416/2015 a 413/2018; estas cifras revelan un desempeño bajo considerando que el promedio de 480 en cada área. Para la competencia matemática, PISA considera seis niveles de desempeño a fin de discriminar lo que los estudiantes saben y pueden hacer en matemáticas, en el caso Colombia-2018, según OECD (2019) cerca de 35% de los estudiantes se ubicaron en el Nivel 2 o superior.

Indicador de que son capaces de interpretar y reconocer, sin instrucciones directas, cómo representar matemáticamente una situación (simple), y solo cerca de 1% de los estudiantes se ubicaron en el Nivel 5 o superior, indicador de que pueden modelar situaciones complejas matemáticamente, así como seleccionar, comparar y evaluar estrategias adecuadas de solución de problemas para abordarlas, resultados que a todas luces no son nada favorecedores, revelando la existencia de problemas de desempeño en matemáticas, situación que debe ser atendida de manera imperativa.

Análogamente las Pruebas Saber 11 en Colombia, revelan resultados que indican la necesidad de generar acciones que coadyuven en la superación de estas limitaciones, sin dejar de lado lo previsto por el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006) al considerar "...un reto escolar profundizar y potenciar el pensamiento matemático" (p.46). Las Pruebas Saber 11, es un requisito para acceder a la Educación Superior Colombiana, comprenden 5: Lectura Crítica, Matemáticas, Ciencias Naturales, Sociales y Ciudadanas e inglés; el test de Matemáticas evalúa la capacidad para enfrentarse a circunstancias que pueden resolverse mediante la aplicación de herramientas matemáticas, que pueden utilizarse como recurso para la comprensión de situaciones, la transformación de la información, la justificación de enunciados y la resolución de problemas. En la tabla 1 se presentan resultados durante 2012-2015 para matemáticas

Tabla 1. Resultados Pruebas Saber 2012-2015-Matemáticas

Grado	Insuficiente	Mínimo	Satisfactorio	Avanzado
3°	14,75%	31,5%	32,25%	21,5%
5°	43,25%	33,5%	16,25%	7%
9°	22%	60,75%	16,25%	1%

Es de destacar que los resultados de estas pruebas en sus sucesivas aplicaciones revelan que el área de matemáticas es una de las que presenta desempeño bajo, demostrando claramente que los estudiantes tienen grandes problemas en habilidades propias del pensamiento matemático, pues existe un porcentaje significativo de estudiantes ubicados en los renglones insuficiente y mínimo.

Expertos en el tema, señala Villafuerte (2019), destacan que entre los factores que afectan este desempeño limitado de los estudiantes, se encuentran: la capacitación docente (profesionales no docentes), escasez de docentes, falta de cobertura en la educación de la primera infancia, entre otros.

Es importante destacar que estos resultados deben revisarse a la luz de múltiples factores y variables que incurren sobre el aprendizaje de los estudiantes, como son las condiciones socioeconómicas, ausentismo escolar, contextos familiares, entre otros. Independientemente de cualquier análisis, es urgente tomar decisiones a fin de revertir estos resultados, realizar propuestas de mejoras concretas, a fin de poder generar estrategias a mediano y largo plazo que permitan a los estudiantes aprender más y mejor. Estos resultados más que utilizarse para estigmatizar los sistemas educativos, deberían usarse para comprender la magnitud de la crisis de aprendizaje y abogar por un mejor aprendizaje para todos

Dentro de este orden de ideas la educación actual, a nivel general, demanda la implementación de ambientes y entornos pedagógicos viables, que permitan a los estudiantes observar explícitamente la articulación del saber construido en el aula con el quehacer cotidiano en su entorno sociocultural, familiar y laboral, a fin de colaborar con el desarrollo propio y de la comunidad. Cabe señalar que además de considerar contenidos y temas que todos los aprendices requieren conocer, en el ámbito educativo se plantea de manera expedita que la clave no es sólo saber, sino también saber cómo saber y hacer, es decir, aplicar lo que se ha demostrado que funciona en entornos prácticos.

Debido a su naturaleza abstracta, las matemáticas en particular necesitan entornos que apoyen el proceso de enseñanza y aprendizaje y animen a los estudiantes a desarrollar el pensamiento matemático. Del mismo modo, y en consonancia con Fandiño (2006), las matemáticas necesitan técnicas didáctico-pedagógicas que despierten el interés, la curiosidad y la pasión de los estudiantes por el tema, a la vez que reduzcan la ansiedad que éstas generan en ellos. Resulta notorio que por diversas razones, la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se ha convertido en un verdadero reto para docentes y alumnos, incluso para los padres, desde los inicios de la escolaridad, en este sentido D'Amore, Godino y Fandiño (2024) comentan:

...lo que aleja a los estudiantes de la matemática no es ella misma en sí, sino la forma como esta se les presenta, la falta de interacción entre el mundo real y los contenidos orientados en el aula; ellos se desestimulan cuando descubren que la matemática que se enseña en la escuela no se relaciona con la vida cotidiana... (p.24)

Desde esta perspectiva se puede inferir que se produce un bloqueo, obstrucción o aislamiento en el desarrollo de la vida escolar del estudiante, en lo referente a las matemáticas, incluso la dificultad de aprendizaje puede ser una de las causas de fracaso escolar e incluso de abandono escolar. Por otra parte, la didáctica de las matemáticas ha confirmado que cuando la enseñanza de las matemáticas se realiza a través de una orientación apropiada, las mismas son accesibles y hasta agradables, situación que comprende una interacción permanente entre el docente y sus alumnos, y entre estos y el entorno.

Adicionalmente, es interesante destacar tres fuentes de conocimiento del docente que están relacionadas profundamente con el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, desde la posición de Shulman (1986): (a) el conocimiento del contenido matemático, (b) el conocimiento del alumno y (c) el Conocimiento Didáctico del Contenido. Al respecto, y en correspondencia con Zodik y Zaslavsky (2008), el Conocimiento Didáctico del Contenido se articula con la transformación de las matemáticas en medios que faciliten el aprendizaje, incluyendo formas de representación y formulación del tema que lo hagan comprensible. La calidad del conocimiento del contenido matemático influye tanto en lo que se enseña como en cómo se enseña. El conocimiento de los alumnos está relacionado con la comprensión por parte del profesor de cómo aprenden los alumnos y cómo sus conocimientos previos afectan a la construcción de nuevos conocimientos, así como con la sensibilidad del profesor a las debilidades y potencialidades en el aprendizaje de sus alumnos.

Sin embargo, el objetivo de la actividad profesional de cualquier profesor es que sus alumnos absorban el material previsto, pero quién enseña y quién aprende determina, entre otras cosas, la calidad del aprendizaje. Entre otras cosas, uno de los componentes esenciales de la pericia del formador es la pericia didáctica del contenido; como señala Marcelo (2009), «... representa la combinación adecuada entre el conocimiento del contenido a enseñar y los correspondientes conocimientos

pedagógicos y didácticos necesarios para hacerlo...» (p. 19) Dentro de este orden de ideas se revela la importancia de la reflexión de los docentes en cuanto a las prácticas en el aula y los ambientes didáctico-pedagógicos acordes con el contexto sociocultural del alumno, de manera que ambos logren construir o reconstruir conocimiento vinculado y coherente con las condiciones de un mundo cada vez más demandante, variable y globalizado.

En relación al contexto sociocultural, Díaz, Arguedas y Porras (2012) hacen notar que el uso del contexto sociocultural del estudiante repercute de manera efectiva en sus procesos motivacionales, la comprensión matemática, las interacciones sociales cooperativas y la comprensión de conceptos, pues permite percibir la matemática como una disciplina profundamente relacionada con su cotidianidad. Desde la perspectiva sociocultural la matemática es un producto social y un constructo cultural, donde el conocimiento es construido a partir de interacciones sociales, esta visión, en la opinión de Fuentes y Martínez (2013) está asociada a los planteamientos de Vygotsky, en cuanto a concebir las matemáticas como una actividad socialmente construida, y por ende, práctica, falible y situada, coligada con una percepción de la matemática para la vida diaria y el estudio de las interacciones sociales del aula.

No obstante, tanto para los docentes de matemática y como para sus alumnos en general, ocasionalmente no resulta tan evidente y manifiesto el vínculo matemáticas – cultura, a decir de D'Ambrosio (2008), el mismo se limita en el mejor de los casos a involucrar a los alumnos en actividades multiculturales como una curiosidad, referenciarlas al pasado de una cultura, por lo general muy alejada de la cultura de los estudiantes, en lugar de relacionarla con las pautas culturales cotidianas. En este sentido es relevante considerar lo señalado por Planas (2002) y Reeuwijk (1997), cuando indican que los docentes de matemáticas continúan tendiendo a impartir clases expositivas, con ejemplos y ejercicios, dejando escaso espacio para que los alumnos construyan de manera colectiva e individual el significado matemático.

Según Chamorro (2005), un profesor de matemáticas debe recibir la formación didáctica adecuada, que incluye la comprensión de una variedad de actividades, estrategias y recursos que incluyen el manejo de procedimientos, la resolución de problemas y el pensamiento crítico, y el desarrollo de actitudes valorativas relacionadas

con el contexto, además de tener en cuenta las técnicas mecánicas de resolución de ejercicios. Lamentablemente, la práctica refleja una situación diferente. La investigación de Devia y Pinilla (2012) muestra que los profesores de matemáticas utilizan con frecuencia proyectos grupales en los que utilizan las exposiciones como método preferente para presentar el algoritmo correspondiente a los problemas planteados sin orientar sobre el proceso,

Lo que demuestra que desconocen o no implementan el procedimiento adecuado, ni hacen las observaciones necesarias a fin de verificar y comprobar el aprendizaje alcanzado por los estudiante, de igual manera destaca la ausencia en el uso de métodos y recursos didácticos que den a conocer el desarrollo del contenido, en ocasiones asignan material de apoyo para las actividades en el aula, pero no dan a conocer las instrucciones necesarias para su aplicación, actitudes generadoras de desmotivación en los estudiantes y por ende limitado cumplimiento de las actividades previstas y atentando contra la calidad del proceso de aprendizaje.

Análogamente, el autor de este estudio ha observado en su desempeño como docente de matemáticas, situaciones que favorecen la forma memorística, determinaciones absolutistas, respuestas automáticas, rígidas, centradas en el docente y en el libro de texto, alejadas de la construcción y de la realidad del estudiante. De la misma forma, cuando los alumnos expresan dudas y consultas, es posible apreciar en ellos falta de interés por el tema tratado, incluso en ocasiones se puede percibir que su único propósito es alcanzar la nota mínima aprobatoria. Esta posición puede tener su origen en limitaciones en cuanto a la imposibilidad de percibir la utilidad de lo que están estudiando, lo advierten como algo abstracto y misterioso, relegado con el tiempo y que no representa nada ni en el presente, ni en el futuro.

Esta situación es explícitamente manifiesta al considerar el concepto de Funciones Reales, uno de los conceptos más importantes dentro de las matemáticas, aparece en el pensum de secundaria, bachillerato, incluso en los cursos de Pre-cálculo, Calculo, Matemática I de las universidades. Al respecto, Eisenberg (1992) señala que "...la noción de funciones desarrolla un sentido en los estudiantes que debe ser el principal objetivo de los currículos de secundaria y bachillerato ..." (p. 174), es de notar que su importancia reside en la gran cantidad de aplicaciones prácticas que tiene dada

la representación que se pueden hacer de fenómenos naturales en atención al cambio entre las magnitudes que intervienen.

La comprensión de la noción de función, como objeto matemático básico y unificador, es fundamental, pues opera sobre otros objetos matemáticos además de presentar una utilidad práctica en la resolución de problemas y en la modelación de fenómenos. No obstante, algunos estudios (López, 1995; Hitt, 2014; Bagni, 2004) han reportado una variedad de dificultades en su aprendizaje, limitando que los alumnos logren apropiarse, comprender y dar significado a la noción de función, entre los que destacan: falta de comprensión de conceptos asociados a funciones (dominio, rango, pendiente, etc.), dificultad en el paso de un registro a otro (verbal, algebraico, tablas, etc.), diferenciación entre variable dependiente e independiente y conflictos en la representación de gráficas.

El estudio de las funciones se ha asociado históricamente a la necesidad de resolver problemas y circunstancias que surgen de la forma en que los seres humanos interactúan con su entorno. Por ser esencial para el desarrollo de habilidades que permitan comprender las estructuras básicas de la ciencia y las matemáticas avanzadas, la idea de función es una piedra angular de los planes de estudio de matemáticas. Numerosos estudios han demostrado que la mayoría de los alumnos de bachillerato, incluidos los que se matriculan en las universidades, carecen de conocimientos y habilidades matemáticas adecuados, en particular cuando se trata de funciones. Según Lupo (2015), los alumnos terminan el bachillerato con una comprensión limitada de esta importante idea, obstaculizándolos al momento de adquirir contenidos de orden superior y transferir o aplicar contenidos asociados a funciones.

Esta situación ha generado un considerable número de investigaciones en relación a esta problemática, los mismos giran en torno a: estudios sobre la diversidad de representaciones de la noción de función, dificultades en relación con la enseñanza-aprendizaje del objeto matemático función, propuestas para la enseñanza de la noción de función, estudios sobre los conocimientos de los docentes cuando presentan la noción de función. Al respecto Álvarez Cipamocha y Leguizamón Romero (2018) comentan que al introducir el concepto de la función generalmente se trabajan solamente algunas configuraciones parciales, con respecto a la configuración epistémica establecida dentro

del significado global de referencia, por su parte, Font y Godino (2006) destacan como en los textos, usualmente se aborda la función de una manera lógica conjuntista, buscando la generalización de la función en términos de relación entre conjuntos.

Sin embargo, la multiplicidad de representaciones que se activan lo hace a través de situaciones ajenas al contexto del estudiante; aunque están consagradas en una situación matemática, las transformaciones se llevan a cabo para cambiar la forma en que se visualizan los datos, en lugar de expresar una situación acorde con el contexto de la situación problemática. En este sentido, si bien los estándares de competencia fundamentales y la configuración epistémica vinculada al significado general de la función sugieren escenarios, proposiciones y argumentos en el contexto del estudiante, de acuerdo con Álvarez Cipamocha y Leguizamón Romero (2018), los escenarios, que son referencias a cotidianos, se utilizan para aclarar la existencia de una función sin intentar que el estudiante valide o no el argumento, al enfrentarse ante alguna situación problemática.

En relación a la problemática expuesta, el contexto escolar de la educación colombiana no difiere en gran medida, es posible observar evidencia de ello de manera recurrente, en todos los niveles o grados, incluso en las universidades. Amaya y Medina (2013) en su investigación con estudiantes de grado once, destaca que tienen serias dificultades en cuanto al reconocimiento de los diferentes elementos de una función y cómo se relacionan éstos, el establecimiento de congruencias entre los elementos del registro de partida y los del registro de llegada y la complejidad intrínseca del concepto en estudio. Una visión desde lo empírico es reflejada por Quintero y Cadavid (2009), al indicar que la construcción de función en su formación fue practicada desde el instrumentalismo, favoreciendo el tratamiento mecánico del concepto, limitado a la elaboración de tablas, gráficas y esquemas algebraicos, lo cual, no garantiza que en el proceso se esté construyendo un concepto de función con sentido, en ocasiones el docente indica que lo realiza de esa manera afectado por el factor tiempo.

Desde la posición de Torres y Angulo (2017) se reconoce que la escuela presenta un problema con la forma como tradicionalmente se imparte la educación en el aula, la falta de consideración del contexto sociocultural e institucional en el que se desarrolla la actividad matemática y la falta de articulación entre los contenidos curriculares del área

de matemáticas y las situaciones derivadas de los proyectos productivos agroindustriales que desarrolla la especialidad de formación.

Análogamente, el autor de esta investigación en su desempeño como docente de matemáticas, específicamente del 9no grado de básica secundaria del Colegio Holanda ubicado municipio de Piedecuesta, Santander-Colombia., considera que no escapa del contexto descrito, ha observado de manera sistemática, como estos estudiantes, frecuentemente aprenden a través de un entrenamiento para reproducir procedimientos rutinarios, imitando desarrollos algorítmicos, siguiendo recetas para preparar una respuesta a cuestiones que generalmente no tienen una interpretación que pueda animar al alumno.

Teniendo en cuenta la situación descrita adquiere sentido dilucidar la actividad matemática, tanto en el contexto único de la persona que la realiza, como ubicarla en un contexto amplio de influencias históricas, sociales y culturales que justifican en parte sus acciones y el uso de formas de razonamiento y modos de comunicación. A fines de brindar soluciones viables a la situación descrita, es necesario apropiarse de herramientas que sirvan de guía para la descripción y explicación de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, una de ellas, es el EOS de Godino (2024) y colaboradores.

El EOS se sustenta fundamentalmente en una concepción teórica constructivista social del aprendizaje, según la cual, para comprender y explicar los procesos formales de enseñanza-aprendizaje es necesario analizar la manera como los estudiantes y el docente organizan las actividades conjuntas durante el proceso instruccional (Godino 2024). Se viene desarrollando desde 1994 (Godino y Batanero, 2024) con un carácter dinámico y progresivo, trata de avanzar en la construcción de un sistema de herramientas conceptuales y metodológicas que permiten realizar análisis a nivel macro y micro de las distintas dimensiones implicadas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: dimensión ecológica, epistémica, cognitiva, afectiva e instruccional (Godino, Batanero y Font, 2007).

En el EOS se establecen cinco niveles o tipos de análisis aplicables a un proceso de estudio matemático: (a) los tipos de problemas y sistemas de prácticas (significados sistémicos); (b) las configuraciones de objetos y procesos matemáticos; (c) las

trayectorias e interacciones didácticas; (d) el sistema de normas y metanormas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio (dimensión normativa) y (e) la valoración de la ID. Los cuatro primeros sirven para comprender y responder a la pregunta ¿qué está pasando aquí y por qué?, el quinto constituye una síntesis final orientada a la identificación de mejoras potenciales del proceso de estudio en nuevas implementaciones. La ID (Godino, 2024), tiene que ver con la pertinencia o adecuación de un proceso de instrucción y se estudia a través de la reflexión sobre sus componentes: epistémico, cognitivo, interaccional, mediacional, afectivo y ecológico

Considerando la problemática descrita, el autor considera pertinente apoyarse en los preceptos propuestos por el EOS y la ID a fin de proponer soluciones viables, que contribuyan a la superación de limitaciones presentes en la construcción del concepto de función real en los estudiantes de 9no grado de la Educación Básica Secundaria, Colegio Agroecológico Holanda (Institución Rural). Entendiendo la educación matemática como una disciplina en proceso de evolución, y también dada las múltiples evidencias de la necesidad de una formación matemática sólida de los docentes, que abarque un equilibrio entre los aspectos epistemológicos y pedagógicos, para comprender mejor el origen y evolución de los conceptos matemáticos y cómo se aprende la matemática, se plantean las siguientes interrogantes de investigación:

¿Cuáles son las percepciones de los docentes y estudiantes, con respecto a los protocolos utilizados por los docentes de matemáticas, en la construcción del concepto de función real, en Educación Básica Secundaria en Colombia?

¿Cómo aborda la literatura especializada la Idoneidad Didáctica del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, y la construcción del concepto de función real?

¿Cuáles opciones se pueden considerar para producir un conjunto de contribuciones teóricas asociadas a la Idoneidad Didáctica del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, aplicada en la construcción del concepto de función, que contribuyan con la generación una teoría que fortalezca la práctica matemática en estudiantes de Educación Básica Secundaria en Colombia?

A partir de las interrogantes anteriores se generaron los siguientes propósitos :

Propósitos de la Investigación

Propósito General

Generar una aproximación teórica asociada a la Idoneidad Didáctica del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, aplicada en la construcción del concepto de función real, en Educación Básica Secundaria en Colombia

Propósitos Específicos

1. Develar las percepciones de docentes y estudiantes de 9no grado, con respecto a los protocolos utilizados por los docentes de matemáticas en la construcción del concepto de función real, en Educación Básica Secundaria en Colombia.

2. Establecer las contribuciones teóricas que proporciona la literatura especializada, asociada con la Idoneidad Didáctica del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, y la construcción del concepto de función real.

3. Concebir un cuerpo de proposiciones asociadas a la Idoneidad Didáctica del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, en protocolos aplicados en la construcción del concepto de función, que contribuyan con la generación una teoría que fortalezca la práctica matemática en Educación Básica Secundaria en Colombia.

Justificación e Importancia de la Investigación

La curiosidad intrínseca de los humanos por comprender el mundo que los rodea va de la mano con la génesis del concepto de función. Ejemplos de fenómenos naturales y sociales que varían incluyen el aumento o la disminución de las precipitaciones en una zona determinada, el desarrollo de un animal a lo largo del tiempo y la compraventa de bienes en una tienda. Los gráficos y tablas que muestran los cambios de numerosos fenómenos transmitidos por los medios de comunicación representan actualmente una cantidad significativa de información que se difunde a través de periódicos, revistas, informes, resultados de exámenes y sitios web. Como resultado, la idea de función es

uno de los conceptos centrales en matemáticas. Según Godino y Font (2003), el concepto debe estudiarse desde el inicio de la educación primaria. Recomiendan que los estudiantes concentren sus estudios en examinar las relaciones en contextos significativos y en emplear diversas técnicas de representación que permitan analizar dichas relaciones. Además de los ejercicios regulares, los estudiantes podrán abordar problemas que requieren un conocimiento conceptual más profundo mediante otros procesos, como la resolución de problemas, el razonamiento y la comunicación. Esto mejorará su rendimiento académico.

Por otra parte, es de suma importancia la inclusión del contexto en la escuela, al respecto, el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 1998), señala que el contexto está relacionado con cada ambiente que rodea al estudiante, tales como sus condiciones económicas, sociales, culturales, religiosas. Cada uno de estos aspectos debe tenerse en cuenta para la elaboración e implementación de una experiencia didáctica con el fin de darles sentido a las matemáticas que aprende. Desde el nivel ontoepistémico esta investigación; presenta profundidad en la construcción teórica al justificar su carácter socio-cultural y socio-político. Es una necesidad del hombre estar informado y una política del estado mantener educado al pueblo a través de la investigación, por lo que este tipo de estudio ofrece paso firme en la formación del docente y de los estudiantes.

El estudio se sustenta desde el aspecto teórico a través de la revisión de teorías y estudios relacionados a las diversas temáticas presentadas a lo largo del trabajo investigativo; así como la importancia en el ámbito educativo, tras la generación de nuevos conocimientos, acciones y estrategias para favorecer el proceso de enseñanza y el proceso de aprendizaje. Para la justificación metodológica, el instrumento de recolección de información y los resultados serán referencia y apoyo a futuras investigaciones que se realicen en el Doctorado; y la justificación de la praxis porque a partir de los resultados de la investigación se definen acciones para potenciar las clases de matemática en Educación Básica, beneficiando la dinámica social, tecnológica y cultural de la institución en cuanto al desarrollo de procesos creativos, y de innovación en esta área.

Los resultados de este estudio pueden ser presentados por su autor tanto en ponencias como en artículos, lo cual puede generar un efecto multiplicador de los hallazgos, promoviendo nuevas investigaciones con otros investigadores que la utilicen como antecedente. Adicionalmente, contribuye con la producción de conocimiento asociado a la línea de Enseñanza de la matemática en NIDITE, desde donde se pueden desarrollar actividades como foros, talleres, conversatorios, asociados a los hallazgos y teorización de este estudio. Finalmente, el autor de la investigación considera que el presente estudio constituirá un valioso aporte para la actualización de los docentes, puesto que en el mismo se destacan las contribuciones de la ID y el EOS como elementos decisivos para el éxito del proceso educativo, además porque a corto, mediano y largo plazo, los docentes podrían conducir cambios de actitud de sus estudiantes para beneficio del mismo docente, la institución y la sociedad.

CAPÍTULO II

MARCO FUNDAMENTACIÓN REFERENCIAL

Este capítulo comprende una revisión de investigaciones previas relacionadas con la problemática a estudiar y de la realidad contextual donde se ubica, también contempla aspectos teóricos relacionados con la investigación. En este sentido se desarrollan los antecedentes internacionales y nacionales, y las bases teóricas, que comprenden aspectos asociados con el EOS, la ID y las funciones reales, entre otros.

Antecedentes investigativos

Para el desarrollo de este estudio se revisaron y analizaron investigaciones, tanto nacionales como internacionales, que tiene relación con la temática planteada, bien sea en el aspecto conceptual o metodológico. Seguidamente se presenta una descripción de algunos de ellos, atendiendo los aspectos más relevantes.

López (2017), en su Tesis Doctoral titulada Una perspectiva interpretativa desde la Educación Básica Venezolana, desarrollada en la Universidad de Carabobo-Venezuela, contempla como propósito generar una aproximación interpretativa sobre el constructivismo como plataforma epistémica en didáctica alternativa en la resolución de los problemas matemáticos, en la Educación Básica Venezolana. Metodológicamente estuvo orientada hacia la Etnometodología, bajo la perspectiva del paradigma cualitativo, fenomenológico e interpretativo, parte de las formas a través de las cuales, los estudiantes de este nivel construyen las representaciones mentales durante el proceso de aprendizaje matemático, tales como las vivencias, actitud y acción didáctica, asimismo, la construcción de conocimiento y representaciones sociales, teniendo en cuenta al constructivismo como una referencia integradora en el contenido educativo del aprendizaje de la matemática.

Dentro de sus conclusiones destaca: (a) la necesidad de establecer una demarcación conceptual entre ejercicios y problemas que den sentido a la comprensión

e interpretación, en lo que interviene lo epistémico en lo referente a la construcción del conocimiento del estudiante, la mediación docente y la metodología de la resolución de problemas matemáticos, (b) la imposibilidad de mediar el conocimiento sin tener conocimiento de los conceptos matemáticos y (c) la factibilidad de uso del constructivismo como plataforma epistémica, que sirva de base a una didáctica alternativa, potencialmente aplicable en la facilitación de aprendizajes para la resolución de problemas matemáticos.

Esta investigación brinda ideas sustantivas acerca de aportes explícitos del constructivismo a la didáctica, transferibles a protocolos socioculturales y aprendizaje de funciones reales, también puede brindar apoyo en la consolidación del marco referencial y los aportes teóricos, producto principal de este estudio. Una investigación asociada al contenido de Funciones Reales, es la contemplada por Amaya (2016) en su Tesis Doctoral titulada: Evaluación de los conocimientos didáctico-matemáticos de futuros docente de matemáticas al hacer transformaciones de las representaciones de una función, desarrollada en la Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED), Madrid-España. En este trabajo se estimó la faceta epistémica de los conocimientos didáctico-matemáticos de futuros docente de matemáticas, de la Universidad de Sucre al hacer transformaciones de las representaciones de una función. El marco teórico tiene sus fundamentos en el Modelo del Conocimiento Didáctico-matemático (CDM) propuesto por Godino (2024).

La investigación se enmarca dentro de un enfoque metodológico mixto, combinando técnicas y métodos de investigación cuantitativos y cualitativos. Se tomó una muestra intencional de 56 docente en formación, se recogió información durante cuatro semestres consecutivos. Para analizar la información se hizo un análisis comparativo de medias y se analizaron las asociaciones entre las respuestas dadas por los estudiantes con el nivel del que éstas provinieran, utilizando tablas de contingencias y el coeficiente Chi Cuadrado de Pearson, y se caracterizaron las configuraciones cognitivas, procesos y elementos matemáticos primarios que emergen de los docente en formación al dar sus respuestas a los diferentes ítems/tareas del cuestionario, las cuales fueron analizadas utilizando la noción de configuración onto-semiótica propuesta por Pinofan, Godino y Font (2015)

En los participantes se encontraron rasgos distintivos del conocimiento común del contenido; mientras las configuraciones cognitivas, procesos y elementos matemáticos primarios encontrados son pobres y ligeramente heterogéneas entre grupos. Un grupo reducido mostró evidencias distintivas en el conocimiento ampliado y el especializado del contenido y en otro más amplio se encontraron serias limitaciones en la producción de representaciones de una función, para establecer congruencias entre sus elementos y para decidir sobre la pertinencia procedimental y emparejar los elementos equivalentes en las diferentes representaciones, evidenciándose la necesidad de fortalecer dichos conocimientos.

A los fines de la investigación a desarrollar, el autor considera que este antecedente aportará información sustantiva para la caracterización del concepto de función, las dificultades que enfrentan tanto estudiantes como docente en la enseñanza y aprendizaje de las funciones, y los conocimientos didáctico-matemáticos de los docentes en cuanto a la enseñanza de las funciones, aspectos que fortalecerán el marco referencial.

Por su parte, Santos (2012), en su Tesis Doctoral: *Idoneidad de procesos de estudio del cálculo integral en la formación de docente de matemáticas: una aproximación desde la investigación en didáctica del cálculo y el conocimiento profesional*, desarrollada en la Universidad de Granada-España, considera como objetivo general la caracterización de los conocimientos sobre la ID de procesos de estudio del cálculo integral para la formación de docente de matemáticas.

Se trata de una investigación cualitativa, que aplica y desarrolla las categorías de análisis del EOS de Godino y colaboradores -1998, 2002, 2007-, y la noción de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Para la recolección de la información aplicó entrevistas no estructuradas a dos (2) docente -formadores sobre su formación académica, experiencia y sus conocimientos profesionales (narrativa), sobre los procesos de estudio de la integral, y a diez (10) formadores de docentes (memoria compartida), considerando el tema específico de la integral, en el marco socio-profesional de la licenciatura de matemáticas en Brasil. La sistematización de las entrevistas comprendió dos momentos: un estudio de caso, realizando un análisis en profundidad de las entrevistas realizadas con los docente-

formadores (narrativa), y una síntesis general a partir de la memoria compartida de todos los docente-formadores entrevistados.

Es de desatacar que las herramientas teóricas desarrolladas en el EOS permitieron analizar, detalladamente, las entrevistas. La noción de ID se ha revelado potente en el análisis y sistematización de los conocimientos profesionales que los docente- formadores han puesto de manifiesto sobre los procesos de estudio de la integral en el contexto especificado en la investigación, manifestándose estos como un proceso continuo, desarrollado a lo largo de la vida del docente de manera tanto informal como formal, visibilizándolos como aprendices que continuamente reflexionan sobre su trabajo y dan sentido a las historias, a sus prácticas y a experiencias personales y profesionales sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de la integral en el ámbito universitario.

Este estudio resalta la importancia del EOS como una vía práctica y emergente para describir y explicar los procesos de instrucción y aprendizaje de las matemáticas, por lo que aporta a este estudio un apoyo en cuanto al marco referencial, tanto en lo relativo al EOS como a criterios asociados a la ID.

Zuñiga (2009), en su tesis doctoral denominada Un estudio acerca de la construcción del concepto de función, visualización en alumnos de un curso de Cálculo I, realizada en la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán de Tegucigalpa, Honduras, plantea como objetivo principal conocer cómo los estudiantes del curso de Cálculo I de la Universidad Católica de Honduras, visualizan el concepto de función en el pensamiento variacional y su capacidad en los procesos de conversión en sus diferentes representaciones.

Esta propuesta representa para esta investigación una pauta para el contenido de las entrevistas a desarrollar, también permite ubicar elementos comunes o similares del contexto educativo a estudiar. Además, resalta la importancia de la enseñanza del concepto de función y, por ende, del pensamiento variacional, en secundaria y su trascendencia al nivel universitario.

En el caso de Colombia, es imperativo referir la Tesis Doctoral de Rojas (2012), titulada Articulación y cambios de sentido en situaciones de tratamiento de representaciones simbólicas de objetos matemáticos, la cual estuvo orientada a

documentar el fenómeno relacionado con las dificultades que encuentran algunos estudiantes para articular los sentidos asignados a representaciones semióticas de un mismo objeto matemático, obtenidas mediante tratamiento.

Asumió un enfoque cualitativo, realizando un análisis de tipo descriptivo-interpretativo, desde diferentes perspectivas teóricas, (D'Amore, Duval, Godino y Radford). Consideró el desempeño de nueve estudiantes, seis de 9º y tres de 11º, con base en el trabajo realizado en tres pequeños grupos en relación con tareas específicas, donde se indaga por el sentido asignado a ciertas representaciones semióticas y se requiere realizar transformaciones de tratamiento, incluye aspectos sobre la actividad matemática, la comunicación sobre objetos matemáticos emergentes y la construcción cognitiva de los objetos matemáticos.

En términos generales se evidenció. (a) la dificultad que encuentran varios estudiantes para articular diversos sentidos asignados a expresiones asociadas con un objeto matemático, (b) si bien algunos reconocen la equivalencia sintáctica entre dos o más expresiones dadas, no siempre logran articular los sentidos asignados a dichas expresiones e incluso pueden cambiar el sentido inicialmente asignado a una de ellas, y (c) se confirma lo reportado por D'Amore-2006, y Santi -2011, sobre dificultades que encuentran los estudiantes para articular sentidos asociados a expresiones reconocidas por ellos como sintácticamente equivalentes, en tanto pueden establecer las transformaciones requeridas para obtener una de ellas a partir de la otra.

Esta investigación aporta importantes referencias en cuanto al contexto colombiano y las dificultades de los estudiantes en referencia a las representaciones simbólicas de objetos matemáticos, además puede apoyar el análisis e interpretación de la información recolectada. De acuerdo con lo plasmado en las investigaciones referidas se puede observar la necesidad de continuar realizar investigaciones que consideren temáticas como las funciones y la ID, a fin de que el docente mejore su desempeño docente y que el estudiante logre alcanzar las competencias deseadas.

Bases Teóricas

Teoría de aprendizaje: Cognoscitivismo

El aprendizaje, señala Piaget (1975) que da lugar a cambios ante situaciones diversas donde las personas consiguen adaptarse a nuevos escenarios a través de dos procesos el de acomodación y el de asimilación. En cuanto a la asimilación es cuando se puede acordar la nueva información que se adquiere con aquella que ya se posee; por otro lado, la acomodación beneficia la transformación de la estructura cognitiva según las necesidades y demandas del individuo. Siendo así, los estudiantes a partir de sus conocimientos previos acomodan la nueva información en su representación mental.

Se deben considerar las particularidades existentes, y el ritmo de aprendizaje de cada uno, de acuerdo a una estructura mental única, al seleccionar las estrategias más acordes para el aprendizaje según las motivaciones e intereses existentes (Ausubel 1983). En tal sentido, el aprendizaje significativo admite y permite a los estudiantes crear una nueva estructura cognitiva que beneficie el afán de las habilidades y destrezas en otras situaciones, vinculando lo nuevo y lo ya existente.

Bases referenciales

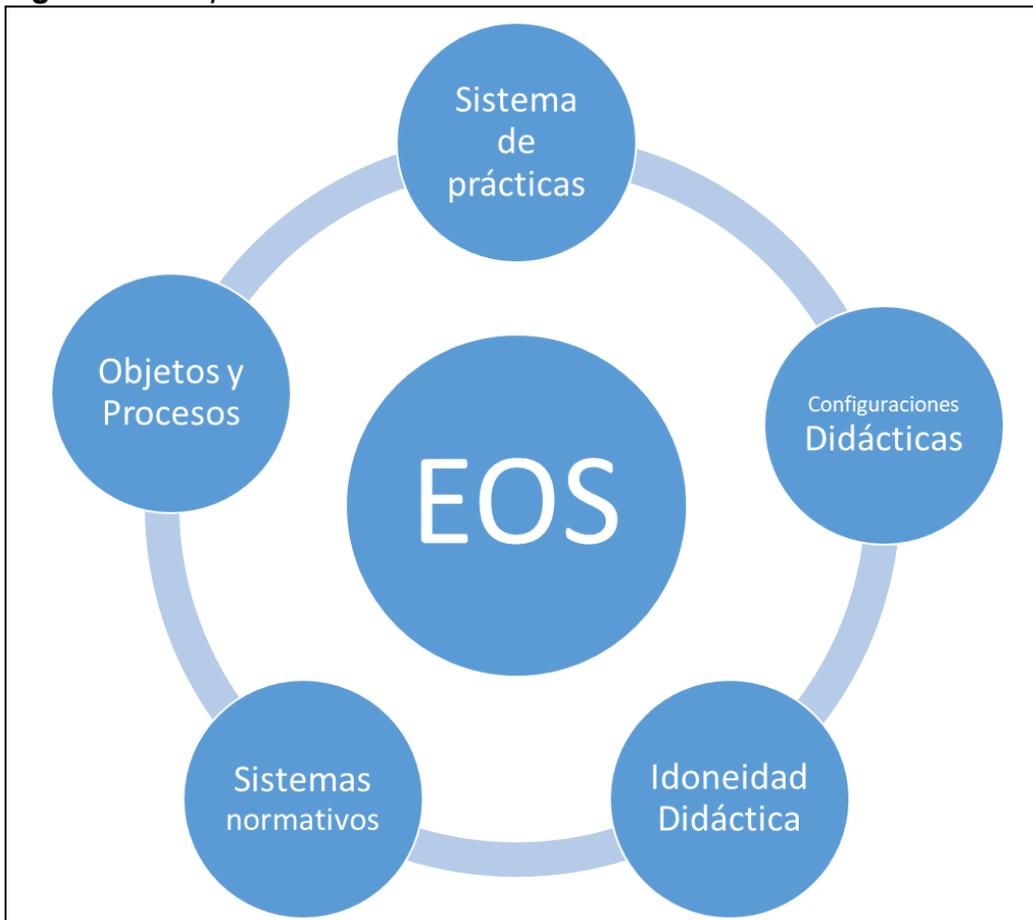
Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS)

El Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS) es un marco teórico emergido en el seno de la Didáctica de las Matemáticas, con la intención de articular diferentes puntos de vista y nociones teóricas sobre el conocimiento matemático, su enseñanza y aprendizaje, más su propósito no es unificar todas las teorías existentes sobre educación matemática. Aparece en los años 90 como propuesta de trabajo del grupo de investigación en Teoría de la Educación Matemática de la Universidad de Granada-España, liderado por el Dr. Juan D. Godino, desde su origen hasta el presente ha sido aplicado para investigar los procesos didácticos en diversos temas de matemáticas

Con respecto a su contexto de aplicación, puede aplicarse tanto al análisis de un proceso de estudio puntual efectuado en una clase, como a la planificación o desarrollo de una unidad didáctica o de un curso o propuesta curricular, o incluso para estudiar aspectos parciales de un proceso como incidentes puntuales, respuestas de estudiantes en trabajos específicos, un manual escolar o un material didáctico. En relación a los términos comprensión, competencia y conocimiento, en el EOS, se consideran de maneras específicas y puntuales. La “comprensión” es entendida como una competencia, tomado así distancia de la posición de la Didáctica de las Matemáticas que la considera como proceso mental, en este sentido, en el EOS una persona comprende un determinado objeto matemático cuando lo usa de forma competente en distintas prácticas

Según Godino, Batanero y Font (2007), el EOS se compone actualmente de cinco grupos de nociones teóricas, (Figura 2) que permiten analizar aspectos complementarios de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, a saber: los sistemas de prácticas, los objetos y procesos, las configuraciones didácticas, los sistemas normativos y la idoneidad didáctica.

Figura 2. Componentes del EOS



Es de destacar que estas nociones teóricas son vistas como “herramientas de análisis y reflexión sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje y pueden ser utilizadas por los propios docentes para indagar sobre su propia práctica” (Godino, 2009, p. 20). A continuación, se presenta una breve síntesis de cada grupo de estas nociones teóricas consideradas por Godino (2024).

1. Los sistemas de prácticas (operativas y discursivas). Se asume una concepción pragmatista – antropológica de las matemáticas, tanto desde el punto de vista institucional (sociocultural) como personal (psicológico); la resolución de problemas se asume como elemento central en la construcción del conocimiento matemático.

2. Los objetos y procesos matemáticos, emergentes e intervinientes en las prácticas Matemáticas. Se adopta una noción interaccionista de objeto y pragmatista del significado (contenido de funciones semióticas), se articula de manera coherente la

concepción antropológica (Wittgenstein) con posiciones realistas (no platónicas) de las matemáticas. Los diversos medios de expresión (lenguajes) desempeñan el doble papel de instrumentos del trabajo matemático y de representación de los restantes objetos matemáticos.

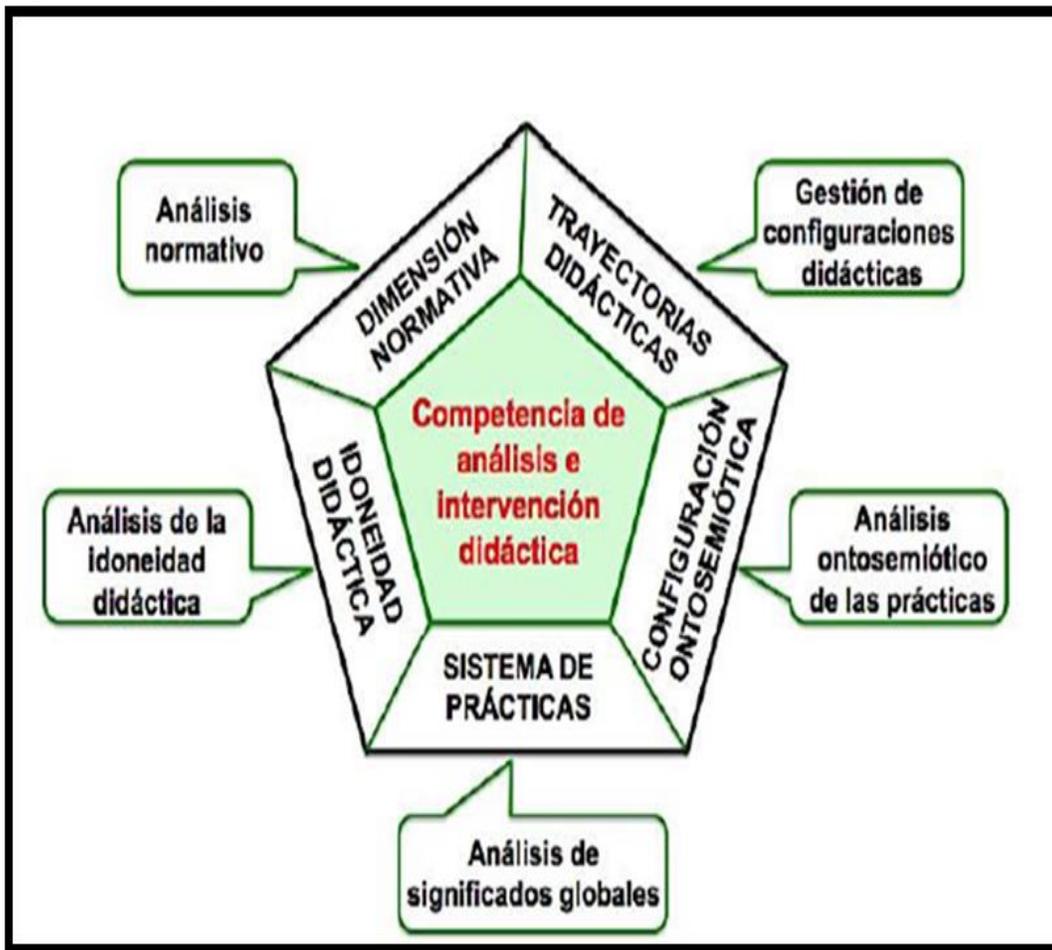
3. Las configuraciones didácticas. Se asume como sistema articulado de roles docentes y discentes, a propósito de una configuración de objetos y procesos matemáticos ligados a una situación – problema, constituye la principal herramienta para el análisis de la instrucción matemática. Las configuraciones didácticas y su secuencia en trayectorias didácticas tienen en cuenta las facetas: epistémica (conocimientos institucionales), cognitiva (conocimientos personales), afectiva, mediacional (recursos tecnológicos y temporales), interaccional y ecológica que caracterizan los procesos de estudio matemático.

4. Los sistemas normativos. Comprende el sistema de reglas, hábitos, normas que restringen y soportan las prácticas matemáticas y didácticas, generaliza la noción de contrato didáctico y normas socio-matemáticas. El reconocimiento del efecto de las normas y meta-normas que intervienen en las diversas facetas que caracterizan los procesos de estudio matemático es el principal factor explicativo de los fenómenos didácticos.

5. La idoneidad didáctica. Criterio general de adecuación y pertinencia de las acciones de los agentes educativos, de los conocimientos puestos en juego y de los recursos usados en un proceso de estudio matemático.

En el contexto del EOS las nociones de conocimiento y competencia se relacionan, considerando las conexiones entre práctica y objeto: la práctica, como acción orientada a fin de resolver un problema o realizar una tarea, conlleva una capacidad o competencia por parte de quien la realiza. Más la realización competente de una práctica implica la participación de objetos interconectados que regulan y emergen de la misma, quienes componen el conocimiento declarativo o discursivo correspondiente. Todas estas nociones o competencias se pueden considerar como sub-competencias de una más amplia, propia del docente de matemáticas, que es la de análisis e intervención didáctica, como se representa en la Figura 3.

Figura 3. Componentes de la competencia de análisis e intervención didáctica



Desde una perspectiva más general el EOS constituye un sistema teórico inclusivo, abierto y dinámico, promotor de reflexión, comparación y articulación de marcos teóricos necesarios y suficientes para el estudio de los complejos procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en general. Es de destacar que el EOS (Godino, 2024) está basado en presupuestos antropológicos/ socioculturales (Bloor-1983, Chevallard-1992, Radford- 2006), un modelo de cognición matemática - sobre bases semióticas (Eco-1976, Hjelmslev-1943, Peirce-1931-58), un modelo instruccional - sobre bases socio-constructivistas (Ernest-1998, Brousseau- 1998), un modelo sistémico-ecológico (Morin-1977) que relaciona los componentes entre sí y con el trasfondo biológico, material y sociocultural (Maturana y Varela-1984) donde tiene lugar la actividad de estudio y comunicación matemática. Además de apoyarse y nutrirse de

disciplinas interesadas en la cognición humana tales como la epistemología, psicología, sociología, semiótica, y Ciencias de la Educación.

En el caso de este proyecto doctoral, considerando los objetivos y propósitos del mismo, el EOS proporciona un soporte teórico fundamental para la comprensión del objeto de estudio, similarmente dentro del EOS se consideró apropiado seleccionar la noción Idoneidad Didáctica como elemento primordial de este estudio, pues el mismo interacciona y acciona de manera sustancial con las demás nociones, la misma será descrita con mayor detalle en el siguiente apartado.

Idoneidad Didáctica (ID) de un Proceso de Instrucción

Font (2018) puntualiza la idoneidad didáctica (ID) de un proceso de instrucción como el grado en que dicho proceso (o una parte del mismo) reúne ciertas características que aprueban estimarlo como idóneo (óptimo o adecuado) para lograr la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), considerando las circunstancias y recursos disponibles (entorno). Los elementos en los que se apoya la ID han sido introducidos gradualmente al EOS como herramientas de una didáctica normativa, orientada a la intervención efectiva en el aula.

La noción de ID es entendida como un criterio sistémico de pertinencia de un proceso de instrucción, respecto al grado de adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes y los pretendidos o implementados según la institución de referencia. A juicio de Godino (2024) la idoneidad de un proceso de instrucción pretendido (programado o implementado) se define como la articulación coherente y sistémica de seis facetas y sus posibles interacciones entre sí: epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica (Tabla 2).

Tabla 2. *Componentes de la ID*

Idoneidad	Relativa a
1.Epistémica	los significados institucionales

2.Cognitiva	los significados personales
3.Interaccional	las interacciones docentes-discentes;
4.Mediacional	los recursos tecnológicos y temporales;
5.Emocional	las actitudes, afectos y emociones
6.Ecológica	las relaciones intra e interdisciplinarias.

A continuación, se describen brevemente cada una de ellas, en atención a Godino (2013):

1. Idoneidad epistémica: Concerniente al grado de representatividad de los significados institucionales pretendidos o implementados durante un proceso de enseñanza y aprendizaje respecto a los significados de referencia.

2. Idoneidad cognitiva: Enuncia el grado en que los significados pretendidos o implementados están en la zona de desarrollo potencial de los estudiantes o son próximos a los significados personales de los estudiantes, también valora el grado de cercanía de los significados personales alcanzados por los estudiantes de acuerdo a los pretendidos o implementados.

3. Idoneidad afectiva: simboliza el grado de implicación (interés, motivación etc.) de los estudiantes con el proceso de estudio y los objetos matemáticos puestos en juego, que puede verse influenciado tanto por factores institucionales como personales.

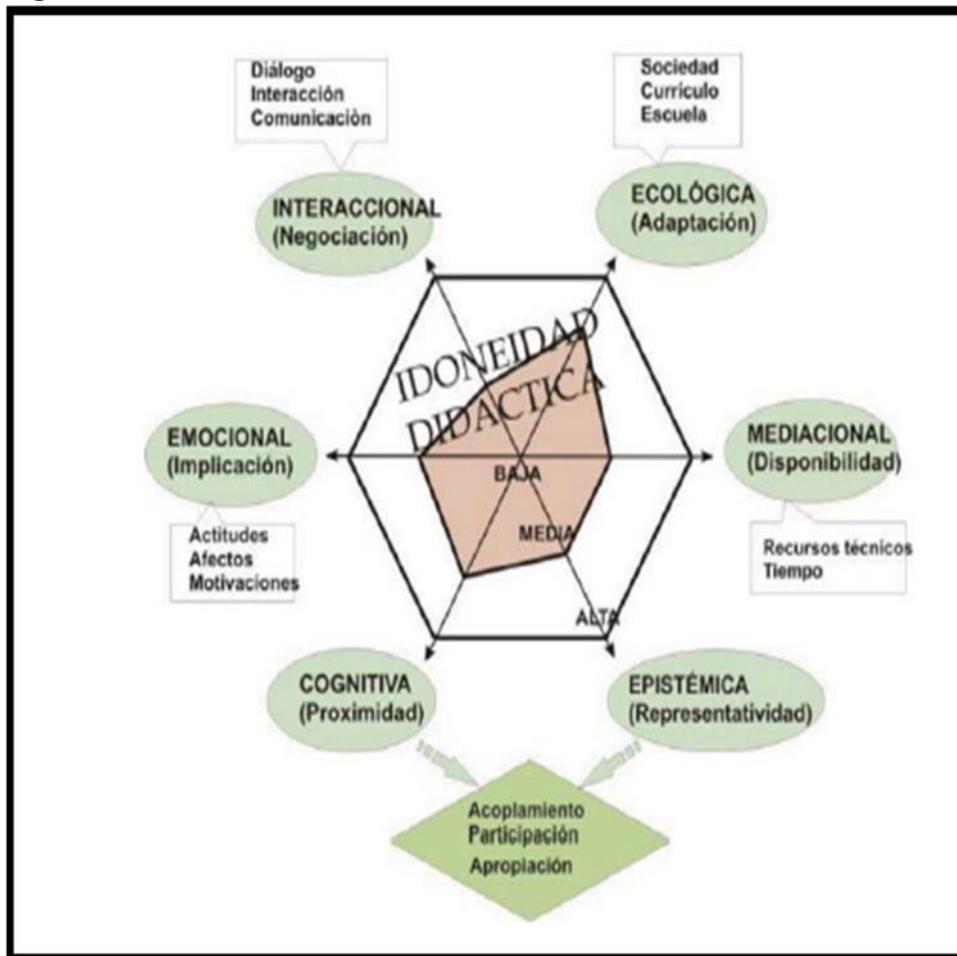
4. Idoneidad interaccional: expresa el grado en que las configuraciones y trayectorias didácticas, que son parte del proceso de enseñanza y aprendizaje, identifiquen y, resuelvan conflictos semióticos potenciales.

5. Idoneidad mediacional: enuncia el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje.

6. Idoneidad ecológica: simboliza el grado en que el proceso de estudio de ajusta al proyecto educativo institucional, las orientaciones curriculares y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla.

En la Figura 4, se presenta de manera gráfica una síntesis de la idoneidad didáctica propuesta en el EOS.

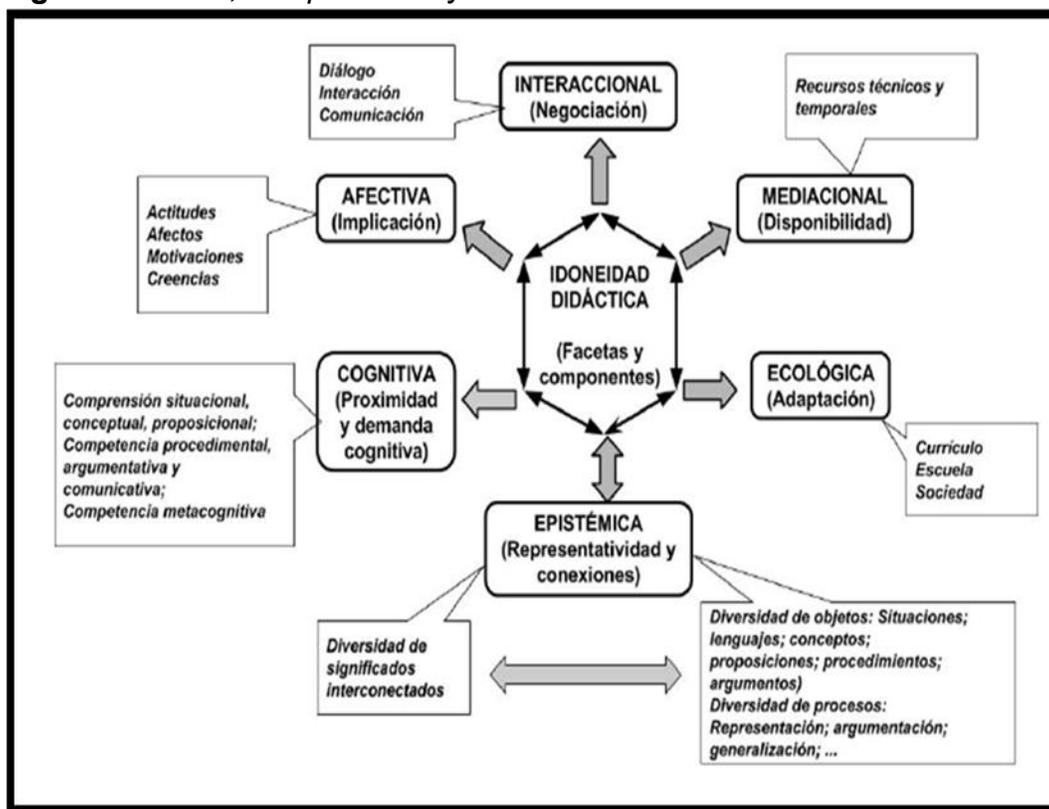
Figura 4. Idoneidad didáctica



La noción de ID es versátil, Godino (2013) acota que tiene un rango de aplicación amplio, como por ejemplo: el análisis de un proceso de estudio puntual implementado en una sesión de clase, la planificación o el desarrollo de una unidad didáctica, o de manera más global, el desarrollo de un curso o una propuesta curricular, analizar aspectos parciales de un proceso de estudio, un material didáctico, un manual escolar, respuestas de estudiantes a tareas específicas, o “incidentes didácticos” puntuales, en el caso de este estudio permitirá analizar los protocolos utilizados por los docentes de matemática en la construcción del concepto de función real.

El logro de un alta ID de un proceso de estudio, y su valoración, es un proceso complejo que involucra dimensiones, que a su vez están estructuradas en distintas componentes, (Godino, 2013). Además, tanto las dimensiones como los componentes no son observables directamente y, por lo tanto, es necesario inferirlos a partir de indicadores empíricos. En la Figura 5 se representan las facetas y componentes de la idoneidad didáctica de un proceso de estudio pretendido o planificado, indicando un criterio básico de idoneidad para cada faceta.

Figura 5. Fases, componentes y criterios básicos de ID



1. Representatividad de los significados pretendidos o planificados respecto de un significado de referencia previamente reconstruido y conexiones (idoneidad epistémica);
2. Proximidad de los significados personales a los significados institucionales y demanda cognitiva (idoneidad cognitiva)
3. Implicación de los estudiantes en el proceso de estudio (idoneidad afectiva)
4. Negociación de significados (idoneidad interaccional)

5. Disponibilidad de los recursos técnicos y temporales (idoneidad mediacional)
6. Adaptación al entorno socio-profesional, currículo, escuela y sociedad (idoneidad ecológica).

La noción de ID junto con su sistema de componentes e indicadores, constituye un recurso teórico que puede facilitar la tan necesaria actitud reflexiva de los docentes ante su propia práctica docente. La idea es poder construir un conjunto organizado de indicadores de calidad de un proceso de estudio matemático sobre los cuales exista un cierto consenso en la comunidad de educadores matemáticos, un sistema abierto a refinamiento, ampliación y concreción, con el fin de que el trabajo del docente de matemáticas sea una actividad tecnológica y no mera innovación artesanal.

En el caso de este proyecto doctoral la ID brinda nuevas formas de pensar, analizar y reflexionar sobre la práctica matemática promoviendo su mejora progresiva y es una forma de constatar que los significados personales que los estudiantes adquieran de los contenidos pretendidos sean los que el docente ha previsto enseñar.

Enfoques o Teorías que Sustentan el Estudio

Constructivismo y Aprendizaje Significativo

El constructivismo es un término usual en la literatura de uso común para psicólogos y educadores, básicamente este término alude a la idea de que las personas erigen ideas sobre el funcionamiento del mundo y, pedagógicamente construyen sus aprendizajes. Tiene sus raíces en la teoría de Jean Piaget, pionero en el estudio del desarrollo cognitivo en etapas iniciales, por lo que se encuentra ligado al desarrollo cognitivo, desde este punto de vista, el conocimiento está unido a las operaciones que el sujeto realiza sobre el mundo que le rodea. Las teorías relacionadas con el constructivismo, definen el conocimiento como el resultado de la interacción entre la información previa y la nueva información, de tal manera que se construyen modelos que interpretan esta información nueva y evitan solamente recibirla. Desde la perspectiva constructivista, no hay “objeto de enseñanza” sino “objeto de aprendizaje, a partir de sus concepciones previas, el sujeto construye nuevos significados del objeto de aprendizaje,

socializándolos, contrastándolos con otros significados y con el conocimiento disciplinar socialmente aceptado.

Existen diferentes formas de entender el constructivismo, aunque todas comparten la idea general de que el conocimiento es un proceso de construcción genuina del sujeto, al respecto Coll (2001) refiere que cualquier tipo de clasificación de los constructivismos recoge, explícita o implícitamente, la existencia de: (a) un constructivismo cognitivo con sus raíces en la psicología y la epistemología genética de Piaget, (b) un constructivismo de orientación socio-cultural (constructivismo social, socio-constructivismo o co-constructivismo) inspirado en las ideas y planteamientos vygotksyanos y (c) un constructivismo vinculado al construccionismo social de Berger y Luckmann-2001 y a los enfoques posmodernos en psicología que sitúan el conocimiento en las prácticas discursivas.

Es notable que la concepción constructivista del aprendizaje se apoya en la idea de que la finalidad de la educación que se imparte en las instituciones educativas es suscitar los procesos de crecimiento personal del alumno dentro de la cultura del grupo al que pertenece, más es relevante que estos aprendizajes. En atención a Coll (2001), no se originarán de manera satisfactoria a menos que se suministre una ayuda concreta a través de la participación del alumno en actividades intencionales, planificadas y sistemáticas, que alcancen propiciar en éste una actividad mental constructiva, de allí que sea necesario que los docentes tengan un dominio apropiado de esta concepción si desean desarrollar su práctica docente desde ella. En el caso de este estudio, el autor, en atención a los objetivos y la naturaleza del mismo, ha considerado pertinente considerar esta concepción como fundamento teórico del mismo.

Por otra parte, diversos autores como Piaget, Vygotsky y Ausubel, afirman que a través de la realización de aprendizajes significativos es que el estudiante construye su aprendizaje. Esta construcción es fruto de un proceso de selección, organización y transformación de la información que recibe, estableciendo conexiones con sus conocimientos previos; lo anterior permite definir el aprendizaje significativo como “aquel que conduce la creación de estructuras de conocimiento mediante la relación sustantiva entre la nueva información y las ideas previas de los estudiantes” Díaz (2002).

De esta manera, Ausubel (2002) afirma que “el potencial cognitivo humano a diferencia de un ordenador no puede manejar con mucha eficacia información que se enlaza con él de manera literal”. La condición más importante para que el aprendizaje sea significativo es que pueda relacionarse con los que el estudiante ya sabe. Es decir, el aprendizaje no comienza de cero, sino sobre la base del saber que se ha construido y de las estructuras mentales formadas. Mientras Díaz (citado por Zuñiga, 2009) sostiene que “el aprendizaje significativo es aquel que conduce a la creación de estructuras de conocimiento mediante la relación sustantiva entre la nueva información y las ideas previas de los estudiantes”, en ambos autores se destaca la importancia de los conocimientos previos, la experiencia vivida del aprendiz.

Al cognoscitivismo, según Rodríguez (2015), le concierne la estructura mental las dimensiones del proceso cognitivo tales como la atención, la percepción, la memoria, la inteligencia, el lenguaje, el procesamiento de la información; también estudia cómo las representaciones mentales de las estructuras cognitivas, guían los actos internos o externos del sujeto con el medio, y a su vez se cimientan dichas representaciones en el sujeto que conoce. Tanto el constructivismo como el aprendizaje significativo buscan conectar el aprendizaje con los intereses del estudiante, a la vez que promueve una práctica duradera y apuestan por un cambio en la orientación de la educación, buscando la formación de un estudiante comprometido, activo y responsable en su aprendizaje.

Con relación al área de las matemáticas en los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998), se destaca que el constructivismo considera que las matemáticas son una creación de la mente humana y que únicamente existen de forma real aquellos objetos matemáticos que pueden ser construidos por procedimientos finitos a partir de objetos primitivos. Esta posición va de la mano con la pedagogía activa de Rousseau y la psicología genética de Piaget; se enfoca en los contextos en los cuales la mente ejecuta la construcción del concepto matemático, como los organiza en estructuras y que aplicación les da, y es la asumida en este estudio, pues el autor la considera apropiada y provechosa con el propósito de la investigación.

Perspectiva Sociocultural de la Educación Matemática

La perspectiva sociocultural del aprendizaje humano, se basa en las aportaciones de Lev Vygotsky y en la reinterpretación de sus propuestas, comprende que las acciones humanas adquieren sentido y comprensión en proporción al contexto social donde se originan, a partir de las múltiples y activas interacciones entre el sujeto y el medio. En relación con este tema Cole (1999), refiere que, desde esta perspectiva, los contextos de aprendizaje son diversos (formales-no formales), incurren e interactúan múltiples factores (sociales, personales, afectivos), por lo que el contexto comprende un entramado que entrelaza lo que acontece (tarea y contexto) conectándolo entre sí de manera dinámica y ambigua. Es decir, el aprendiz construye y comprende sus conocimientos en un contexto social y cultural a través de la interacción, la negociación y el diálogo.

El enfoque sociocultural de la educación matemática es una perspectiva que ha tomado fuerza durante los últimos 40 años aproximadamente, la cual tiene en cuenta, en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, los factores sociales y culturales en contextos escolares y extraescolares en diversos ambientes económicos, políticos y multiculturales, donde el sujeto es constructor del conocimiento y las matemáticas son un producto social y un constructo cultural. Esta perspectiva considera la clase de matemáticas y la institución como una microsociedad, donde según Rocher (1996): "...cada interacción entre sujetos individuales modificará a uno con respecto al otro. Cada relación social constituye una totalidad en sí misma, que produce caracteres nuevos y transforma al individuo en su estructura mental" (p. 20).

Cabe destacar que, en el caso de las matemáticas diversas investigaciones, entre las que destacan Alsina y Domingo (2010), confirman que el uso de protocolos didácticos desarrollados bajo esta perspectiva sociocultural, han mostrado resultados tangibles, entre los cuales destacan: (a) aumento significativo del grado de motivación y la memoria comprensiva en comparación con los que aprendían los mismos contenidos de manera tradicional, (b) potencia la interacción, la negociación y el diálogo como elementos sustanciales para la construcción autorregulada del conocimiento, (c) ayudan a crear un clima de aula emocionalmente positivo y (d) amplían el grado de motivación

de los alumnos y benefician su aprendizaje. Ubicar la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas desde una perspectiva sociocultural, presenta ciertas ventajas (Planas, 2010):

1. Los análisis socioculturales permiten relacionar teoría y práctica. En el enfoque sociocultural los fenómenos a explicar son situaciones reales, actos de habla, de manera que la acción sobre la práctica tiene consecuencias en la construcción teórica y viceversa.

2. Los análisis socioculturales son auto-críticos. Los datos en el enfoque sociocultural, nunca hablan por sí mismos, siempre existe una(s) teoría(s), que le proporcionan sentido y significado, por ende, están sujetos a las características de quienes los investigan.

3. Los análisis socioculturales buscan otras disciplinas. Las comunidades de investigadores que asumen esta posición, está abierta a conocimientos procedentes de otras disciplinas: sociología, ética, semiótica, psicologías, entre otras.

En relación al conocimiento matemático, la educación matemática desde la perspectiva sociocultural, lo asume como una actividad social, cuya producción y legitimación es resultado de la explicación de diferentes prácticas sociales en las que están involucrados los sujetos, a partir de los sentidos y los significados compartidos, respetando los distintos saberes constituidos por los diversos grupos socioculturales, es decir, el conocimiento es producido desde el sujeto en sus interrelaciones con el mundo.

Al respecto, resulta pertinente destacar como en el caso de Colombia, el Ministerio de Educación Nacional (MEN), (1998) en sus lineamientos curriculares: matemáticas, señala: "...el conocimiento matemático es resultado de una evolución histórica, de un proceso cultural, cuyo estado actual no es, en muchos casos, la culminación definitiva del conocimiento y cuyos aspectos formales constituyen sólo una faceta de este conocimiento", (29 p.), lo cual denota la acepción de una concepción de conocimiento establecida desde una perspectiva sociocultural. El enfoque sociocultural en educación matemática, en correspondencia con Fuentes y Martínez (2016), considera tres grandes premisas en la enseñanza de las matemáticas:

1. Se supone las matemáticas como una actividad socialmente construida, y por tanto, práctica, falible y situada, además los razonamientos matemáticos varían de

acuerdo al lugar y al tiempo, dado que diferentes culturas generan formas de validar y construir el conocimiento

2.El estudio de la matemática en contextos extraescolares, lo cual respalda la pertinencia de la investigación del pensamiento matemático de diferentes comunidades (Cubero, 2005), propio de los objetivos de la Etnomatemática, caracterizada como un campo de investigación que promueve el respeto de la diferencia, a la solidaridad y la cooperación para que cada uno desde sus diferencias pueda apoyar en la construcción de un mundo más justo y más digno para todos, además de desmitificar el carácter universal de la matemática, se presenta como una construcción cultural contextualizada.

3.Percepción de la matemática para la vida diaria y el estudio de las interacciones sociales en el aula, se presenta el aprendizaje de las matemáticas como una herramienta que puede fomentar actitudes reflexivas en los estudiantes y el análisis de diferentes problemáticas sociales (Skovsmose ,1999), además se destaca la importancia de las interacciones sociales en el aula de clase (lenguaje, metodología, afectividad) como elementos significativos para la enseñanza de las matemáticas.

Aproximarse a la educación matemática desde una perspectiva sociocultural implica, hacer rupturas epistemológicas con los procesos de formación propios de la modernidad y por ende anclados en la racionalidad técnica, postura en la que todavía investigadores y docente seguimos sumergidos, estas rupturas demandan miradas diferentes hacia las ideas de ciencia, conocimiento, sujeto y verdad.

Así mismo es necesario hacer énfasis en invitar a los docente a considerar, en su ejercicio docente, la influencia de los factores socioculturales tanto en el proceso educativo, como en el aprendizaje y el desarrollo de las matemáticas; apremia entender las matemáticas como una actividad humana de razonamiento basada en la experiencia; ser receptivos al pensamiento matemático que circula fuera del aula y retomarlo en la escuela como punto de partida para la enseñanza de las matemáticas, proponer nuevos proyectos de investigación en educación matemática o etnoeducación desde un enfoque sociocultural, en los diferentes niveles educativos, y además, ser un profesional de la educación matemática, consciente y respetuoso de la diversidad cultural del país y del mundo

Conocimiento de un Concepto

Para iniciar, es necesario definir a través de diversos autores el concepto de conocimiento, entendido y explicado desde diversas disciplinas y experiencias que se citan a continuación: En primera instancia, el físico Almaguer (2007) señala que la humanidad siempre ha estado sumergida en la búsqueda, la explicación y el análisis de los fenómenos que la rodean, además refiere que toda la información procesada por un ser humano, como reflejo de las propiedades de los objetos en su mente se denomina conocimiento.

Además del aporte anteriormente citado, históricamente se han establecido dos formas de conocimiento: el común y el científico. Ante esto, Bachelard (1978) explica que el conocimiento común es aquel que se resulta de la percepción, es construido por medio de la observación de los fenómenos y depende de la experiencia sensorial de quien lo examina. De otro modo, el conocimiento científico es la edificación a través de la abstracción, rompiendo con la experiencia inmediata, de esta manera se pasa de lo sensible a lo inteligible, siendo este un escenario donde es más relevante comprender que memorizar. Desde un punto de vista matemático la abstracción es ir más allá de las fórmulas matemáticas, llegando al trasfondo de estas, recorriendo el camino que condujo a ellas escudriñando su pasado.

Aunado a lo anterior, pero enfocado en el campo de la pedagogía, Piaget utiliza como referente el conocimiento científico para determinar la validez del conocimiento. Con base en ello sostiene que la epistemología genética es la disciplina que estudia los mecanismos y procesos mediante los cuales se pasa de los “estados de menor conocimiento a los estados de conocimiento más avanzado” Piaget (1979). Además, en su modelo constructivista menciona los conceptos de asimilación y acomodación, para los cuales es preciso indicar que la asimilación cognoscitiva se refiere a la acción del sujeto sobre el objeto, la cual supone una transformación y posterior incorporación del objeto en función de los esquemas cognitivos del primero. La acomodación ocurre cuando el objeto influye en los esquemas del sujeto y modifica la función asimiladora.

En síntesis, según Piaget, la inteligencia es un proceso de adaptación basada en un equilibrio entre la asimilación y la acomodación, en la que el conocimiento no está en

el sujeto o en el objeto, sino en el proceso de interacción de los dos o “construcción”. De acuerdo con el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 1998), en la escuela, el conocimiento matemático se considera como una “actividad social que debe tener en cuenta los intereses y la afectividad del niño y del joven”; esta actividad debe responder a opciones e intereses que surgen en la actualidad, convirtiéndose en una excelente herramienta para el desarrollo de habilidades del pensamiento. Este organismo también afirma que el conocimiento matemático, así como todas las formas de conocimiento, son el resultado de una evolución histórica, de un proceso cultural, fruto de las experiencias de personas que interactúan en esos entornos, culturas y períodos históricos particulares.

Desde esta perspectiva Serrano y Pons (2011) deducen que cuando el sujeto interacciona con el medio, sólo tiene dos fuentes para extraer información: el objeto y la acción; y esta extracción la realiza a través de dos procesos de abstracción: la abstracción empírica cuando obtiene la información del propio objeto, denominada “conocimiento físico”, y la abstracción reflexiva que obtiene información de la acción sobre los objetos, la cual recibe el nombre de “conocimiento matemático” o “conocimiento lógico-matemático”.

Otros autores como Barberá y Gómez (1996) han caracterizado el conocimiento matemático a través de categorías en las que se destaca el alto nivel de abstracción que permite eliminar las referencias a los objetos y con ello, desvincularlos de las representaciones que generan. Los expertos antes mencionados agregan que el conocimiento matemático es de naturaleza altamente deductiva y no se valida a través de fenómenos o datos de la realidad, sino mediante un proceso interno de demostración y, por último, que se apoya en un lenguaje formal específico, alejado del lenguaje natural y enfocado en obtener resultados consistentes basados en sus propios conceptos teóricos.

Intentar sincronizar los dos puntos de vista que se señalan en párrafos anteriores sobre el conocimiento matemático: el externo o referencial, que vincula las matemáticas con la realidad (conocimiento común); y el interno o formal y netamente matemático (conocimiento científico) resulta complejo y dificulta el paso de ese espíritu pre-científico a un espíritu verdaderamente científico, constituyéndose en lo que Bachelard (1987),

denomina un obstáculo epistemológico para adquirir y desarrollar el conocimiento matemático.

Otros autores como Rico (1997) realiza una organización del conocimiento matemático, desde el punto de vista cognitivo, dividiéndolo en conocimiento conceptual y conocimiento procedimental. El primero de estos, el conceptual, lo define como aquel que es rico en relaciones, una red de conocimiento en el que sus conexiones son tan importantes como las piezas discretas de información. Por su parte el procedimental se refiere a la ejecución ordenada de una tarea que está constituida por reglas, algoritmos o instrucciones paso a paso los cuales indican cómo finalizarla. Estas instrucciones se ejecutan de forma secuencial, lineal y predeterminada.

En este sentido se hace necesaria la definición de concepto dentro del panorama educativo y especialmente el matemático. Para hacerlo, se consultaron diferentes autores entre los que se destaca Vergnaud (citado por Moreira, 2011) quien define el término concepto como una tríada compuesta por los siguientes elementos: el conjunto de situaciones que dan sentido al concepto y que se conoce como referente, a esto se suma el conjunto de invariantes (objetos, propiedades y relaciones) sobre los que reposa la operatividad de los esquemas entendido como significado, y cierra con la integración de formas lingüísticas y no lingüísticas que permiten representar simbólicamente el concepto y sus propiedades, las situaciones y los procedimientos de sus tratamientos, llamadas significantes.

Lo anterior implica que para estudiar un concepto es necesario incluir los tres componentes de manera simultánea. Por lo tanto, un único concepto no hace referencia a un solo tipo de situación, y una única situación no se analiza con un solo concepto. Por su parte, el matemático Hitt (1997) menciona que “el conocimiento de un concepto es estable en un alumno, si este es capaz de articular sin contradicciones diferentes representaciones del mismo, así como recurrir a ellas en forma espontánea durante la resolución de problemas”.

Como puede notarse los conceptos en matemáticas juegan un rol muy importante en cuanto al desarrollo de habilidades, pues los alumnos logran desarrollarlo mentalmente y posteriormente identifican si son correctos o no frente a determinadas situaciones. Además de considerar lo que se desea decir, es importante tener presente

el contexto en el cual se dice, con el que se desea significar: situación, receptores de expresión, ámbito de la misma, entre otras, es decir, que la palabra se ajuste a aquello que interpretamos de ella (que la representación mental se corresponda con la imagen fónica que la expresa).

Función Real

Una Construcción Conceptual

Uno de los contenidos matemáticos que se encuentra entre los más seleccionados para considerar en la investigación matemática, es el relativo a funciones, viene siendo estudiado desde diferentes puntos de vista: asociado a su construcción conceptual, aplicaciones en la vida diaria, estrategias de aprendizaje, protocolos de instrucción, como punto de partida para el logro de otros conceptos matemáticos, obstáculos epistemológicos y actos de entendimiento, pensamiento y lenguaje variacional, articulación de registros y representaciones semióticas, entre otras muchas.

Esta preferencia tal vez viene dada porque el concepto de función está presente en todas las matemáticas, en correspondencia con Ugalde (2014), no solo es central en las áreas propias de las matemáticas, sino que es la herramienta por excelencia en las áreas que indagan modelar o describir las actividades cotidianas y los fenómenos que se perciben. Así mismo sirve de soporte para el desarrollo de otros conceptos, en fin, según Eisenberg (1991), "...el concepto de función ha llegado a ser una de las ideas fundamentales de las matemáticas contemporáneas, permeando virtualmente todas las áreas de la materia" (p.140)

Generalmente el proceso de enseñanza y aprendizaje de los tópicos relativos al tema de funciones en la mayoría de los sistemas educativos, está presente desde las series iniciales de enseñanza básica hasta las series finales de enseñanza en el bachillerado. Es de destacar que a los alumnos que ingresan al nivel universitario en ciertas áreas, se les exigen competencias en los temas relacionados a funciones, en palabras de Carlson y Oehrtman (2005): "El concepto de función es central para la matemática previa a la universidad, fundamental para la matemática moderna y esencial en áreas relacionadas de las ciencias" (p.1).

El concepto de función como se entiende hoy se consolidó en 1837, con el matemático Gustav Dirichlet, aunque Gottfried Leibniz en 1673 ya había expresado algunas ideas al respecto en sus investigaciones. Las representaciones del concepto de función son variadas, las más fundamentales comprenden: tabular, verbal, gráfica y analítica; aunque existen otras que también forman parte de la actividad matemática, tales como: diagramas de Venn o de flechas, de máquinas, sagitales, (Berciano, Ortega del Rincón y Puerta, 2015). Cada una de estas representaciones comprende significados, donde el aprendizaje está mediado tanto por la interacción entre ellos, como por la lógica propia del conocimiento y la del aprendizaje de los estudiantes.

Tanto el concepto de función como la comprensión de su utilidad por el estudiante resultan paradigmáticos dentro de los problemas de aprendizaje de las matemáticas, dado que se trata de una noción relativamente sencilla, sin embargo, los estudiantes, muestran confusiones y limitaciones (Planchart, 1999), dentro de estas complicaciones resaltan: la comprensión de los conceptos matemáticos y la capacidad de aplicarlos a distintos eventos y situaciones. En la opinión de Azcárate y Deulofeu (1990), las definiciones de la noción de función más comunes que se han presentado a lo largo del siglo XX comprenden:

1. Correspondencia entre valores de variables. Cuando dos variables están relacionadas de tal manera que el valor de la primera queda determinado si se da un valor a la segunda

2. Dependencia entre dos variables. Se define primero que significa que una variable varíe en un conjunto, dicho conjunto será el dominio. La función es la relación que establece cómo la segunda variable varía en el segundo conjunto, en relación a la variación de la primera variable en el primer conjunto.

3. Correspondencia entre elementos de dos conjuntos: una función f de un conjunto A hacia un conjunto B es una regla de correspondencia que asignan a cada elemento x de cierto subconjunto D de A un elemento determinado de manera única $f(x)$ de B .

4. Conjunto de pares ordenados: una función es un conjunto de pares ordenados de elementos tales que ningunos dos pares ordenados tienen el mismo primer

elemento. El conjunto de los primeros elementos de los pares ordenados se llama dominio y el conjunto de los segundos elementos rango de la función.

De estas concepciones de función, la más comúnmente aceptada es la formulada en términos de regla de correspondencia, y es la que particularmente se emplea en la enseñanza secundaria y cálculo. Al respecto, Hitt (2000) considera que es pertinente desarrollar la idea intuitiva de variación para la adquisición del concepto de función, siendo así, se considera que la definición en términos de variable independiente y dependiente resulta ser la más adecuada para el nivel medio, además esta definición está vinculada a problemas de contexto real; la definición en términos de correspondencia sería adecuada para ser utilizada en el nivel superior y la definición conjuntista sería más apropiada para estudiantes de la carrera de matemáticas.

En este mismo orden de ideas, resalta que la aprehensión del concepto de función es un proceso cognitivo complejo, tanto para los estudiantes como para los docentes de enseñanza media, dada la presencia de obstáculos cognitivos de carácter epistemológico, algunos provocados por la manera de cómo se enseña (orden didáctico) y otros inducidos por la concepción que los mismos docentes de matemáticas han construido y que transmiten a sus estudiantes. Usualmente en la selección de la definición de función a utilizar, no priva el criterio pedagógico, el nivel de estudio o los objetivos del curso, incluso se desestima, en palabras de Hitt (2000), que: “A través de las funciones podemos modelar matemáticamente un fenómeno de la vida real describir y analizar relaciones de hechos sin necesidad de hacer a cada momento una descripción verbal o un cálculo complicado de cada uno de los sucesos que estamos describiendo”. (p. 81).

Ahora bien, considerando las representaciones, dominar un concepto matemático consiste en conocer sus principales representaciones, el significado de cada una de ellas, así como operar con las reglas internas de cada sistema, y también consiste en convertir una representación en otra, en este sentido Hitt (1997) establece que un determinado conocimiento es estable en un individuo, cuando el individuo puede articular las diferentes representaciones del concepto sin contradicciones.

El estudio de las distintas aproximaciones al término función ha dejado claro que se trata de un elemento básico en la formación matemática. que puede ser comprendido a partir del manejo de campos conceptuales que proporcionen estructuras cognitivas y

situaciones que contribuyan a su entendimiento, lo que implica el manejo de nociones y teoremas que permitan analizar situaciones de la vida real como tareas matemáticas. La situación considerada revela que la enseñanza de las funciones no es tarea sencilla, por lo que se hace necesario desarrollar planes de estudio, estrategias, protocolos didácticos que ayuden a los estudiantes a consolidar el concepto de función durante los años de formación en Educación Media.

Representaciones Semióticas y Matemáticas-Función Real

El empleo de signos o símbolos para figurar el mundo circundante no es algo ajeno al individuo y mucho menos a los estudiantes. Es claro que constantemente se interactúa con este tipo de caracteres y que estos ayudan a construir significados. Según Duval, (citado por Zuñiga, 2009) hay dos tipos de representaciones: (a) representaciones mentales, consideradas como las concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto, una situación o lo que les está asociado, es a la que se presta mayor atención y (b) las representaciones semióticas, que son aquellas producidas por signos que pertenecen a un mismo sistema de representación, con su propia significancia y funcionamiento.

Las representaciones semióticas son un elemento importante para el desarrollo de las representaciones mentales y la producción de conocimiento. Las representaciones semióticas de un objeto matemático son indispensables, puesto que los objetos matemáticos no son directamente accesibles. Además, los sistemas semióticos cumplen con tres actividades cognitivas esenciales en toda representación. El primero de ellos es la presencia de una representación identificable mediante la cual y de acuerdo a las reglas de formación del registro semiótico se realiza una selección de los rasgos y datos del objeto a representar en determinado sistema.

Le sigue el tratamiento de una representación o dicho de otro modo, una transformación llevada a cabo dentro del mismo registro (transformación interna), como por ejemplo, la factorización de una expresión algebraica. Adicionalmente está la conversión de una representación, entendida como la transformación de una representación a otra con diferente registro (transformación externa). Una expresión

algebraica puede ser transformada a un registro de tabulación o a un registro gráfico. Otro aspecto destacado por Duval (1999) está relacionado a que la aprehensión intelectual de un objeto o “noesis” debe ocurrir a través de una representación del mismo objeto, de tal manera que lo ayude a interiorizar (semiosis). Lo anterior lleva a la conclusión que “No hay noesis sin semiosis”.

Según Zuñiga (2009) si tenemos en cuenta los lineamientos teóricos de Duval observamos que para construir conceptos matemáticos se debe trabajar más de un sistema de representación, realizando tareas de conversión de una representación a otra; de esta manera la articulación entre registros dará origen a la construcción de conceptos matemáticos. Desde este punto de vista el trabajo con distintos registros semióticos y diferentes representaciones es indispensable para el aprendizaje de la matemática, pero no es una tarea natural para los alumnos, y es precisamente aquí donde presentan las mayores dificultades, por lo cual los docentes deben hacer hincapié en los distintos registros y sus representaciones, en el tratamiento de los mismos y en la conversión de un registro en otro.

En el caso de las matemáticas, las representaciones semióticas cumplen además otras funciones muy importantes como son la mediación con los objetos matemáticos y la de favorecer el entendimiento. Es así como la coordinación de varios registros de representación semiótica es primordial para una aprehensión conceptual de los objetos, pues se requiere no confundir el objeto con sus representaciones y a su vez reconocerlo en cada una de sus representaciones, en este sentido una representación funciona verdaderamente como una representación, es decir proporciona el acceso al objeto representado.

Con relación a las representaciones semióticas para las funciones reales, contenido estimado en este estudio, se materializa a través de cuatro sistemas de representación, a saber, gráfica, tabular, analítica y verbal, cada una de las cuales pone en relevancia aspectos distintos del concepto (Tabla 3).

Tabla 3. *Sistemas de Representación de las Funciones Reales*

Representación	Descripción
1.Gráfica	Tiene por excelencia, la potencialidad del entendimiento que da la visualización, se relaciona con los aspectos geométricos y topológicos del concepto.
2.Tabular	Pone de manifiesto los aspectos numéricos.
3.Analítica	Requiere del uso del lenguaje del álgebra.
4.Verbal	Es la más natural, la más próxima a las destrezas comunicativas del individuo, permite articular a todas las representaciones y actúa como intérprete de todas ellas.

Como puede observarse cada una de estas representaciones semióticas de las funciones, usan códigos diferentes para presentar la relación funcional entre las variables, los cuales no son equivalentes, ni en el tipo de información que codifican, ni en complejidad, ni en la formación que demanda un alumno para su comprensión. Ahora bien, y en correspondencia con Janvier (1987), en el aprendizaje del concepto de función es primordial conseguir que el alumno vislumbre el sistema semiótico de representación utilizado en cada caso y despliegue la capacidad y la destreza de traducir la información de una representación a otra. Mas, sin embargo, generalmente en el aula se realiza este movimiento entre registros como si se tratara de nociones transparentes, como nociones intuitivas que no necesitan explicarse, lo que podría crear conflictos de entendimiento del concepto por parte de los alumnos, con su habida consecuencia de limitación de aprendizaje del concepto.

Es de hacer notar la importancia de la formación del docente de matemáticas en cuanto a la significancia de las representaciones semióticas tanto para fines de comunicación como para el desarrollo de la actividad matemática, particularmente en el caso de las funciones reales desarrolladas en Básica Secundaria, pues es allí donde se inicia de manera formal el estudio de las funciones reales, el cual se estudiará de manera detallada en cursos posteriores.

Bases Legales

En este apartado se reseñan algunos documentos legales, artículos y párrafos relacionados con la temática presentada. Tal es el caso de la Ley 115 de febrero 8 de 1994, en sus artículos: 5, 22, 23, 73, 78, 92 y 109, los mismos se reseñan a continuación.

Artículo 5. Fines De La Educación Colombiana. La adquisición y generación de los conocimientos científicos y técnicos más avanzados, humanísticos, históricos, sociales, geográficos y estéticos, mediante la apropiación de hábitos intelectuales adecuados para el desarrollo del saber.

Artículo 22. Objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de secundaria. Literal c. El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana.

Artículo 23: Áreas obligatorias y fundamentales. “Para el logro de los objetivos de la educación básica se establecen áreas obligatorias y fundamentales del conocimiento y de la formación que necesariamente se tendrán que ofrecer de acuerdo con el currículo y el Proyecto Educativo Institucional.

Los grupos de áreas obligatorias y fundamentales que comprenderán un mínimo del 80% del plan de estudios, son los siguientes: Ciencias naturales y educación ambiental; Ciencias sociales, historia, geografía, constitución política y democracia; Educación artística; Educación ética y en valores humanos; Educación física, recreación y deportes; Educación religiosa.; Humanidades, lengua castellana e idiomas extranjeros; Matemáticas; y Tecnología e informática.

Artículo 73. Plan De Estudios. “Con el fin de lograr la formación integral del educando, cada establecimiento educativo deberá elaborar y poner en práctica un Proyecto Educativo Institucional en el que se especifiquen entre otros aspectos, los principios y fines del establecimiento, los recursos docentes y didácticos disponibles y necesarios, la estrategia pedagógica, el reglamento para docentes y estudiantes y el sistema de gestión, todo ello encaminado a cumplir con las disposiciones de la presente ley y sus reglamentos”.

Artículo 78. Regulación del currículo. “El Ministerio de Educación Nacional diseñará los lineamientos generales de los procesos curriculares y, en la educación formal establecerá los indicadores de logros para cada grado de los niveles educativos, tal como lo fija el artículo 148 de la presente ley.

Los establecimientos educativos, de conformidad con las disposiciones vigentes y con su Proyecto Educativo Institucional, atendiendo los lineamientos a que se refiere el inciso primero de este artículo, establecerán su plan de estudios particular que determine los objetivos por niveles, grados y áreas, la metodología, la distribución del tiempo y los criterios de evaluación y administración”.

Artículo 92. Formación del educando. “La educación debe favorecer el pleno desarrollo de la personalidad del educando, dar acceso a la cultura, al logro del conocimiento científico y técnico y a la formación de valores éticos, estéticos, morales, ciudadanos y religiosos, que le faciliten la realización de una actividad útil para el desarrollo socioeconómico del país”.

Artículo 109. Finalidades de la formación de educadores. “La formación de educadores tendrá como fines generales: a) Formar un educador de la más alta calidad científica y ética; b) Desarrollar la teoría y la práctica pedagógica como parte fundamental del saber del educador; c) Fortalecer la investigación en el campo pedagógico y en el saber específico, y d) Preparar educadores a nivel de pregrado y de posgrado para los diferentes niveles y formas de prestación del servicio educativo”.

Asimismo, en el Decreto 1860 de agosto 3 de 1994 en su Artículo 14 y 38. El 14 relativo Contenido del proyecto educativo institucional. “Todo establecimiento educativo debe elaborar y poner en práctica, con la participación de la comunidad educativa, un proyecto educativo institucional que exprese la forma como se ha decidido alcanzar los fines de la educación definidos por la ley, teniendo en cuenta las condiciones sociales, económicas y culturales de su medio. Para lograr la formación integral de los educandos, debe contener por lo menos los siguientes aspectos: (a) La estrategia pedagógica que guía las labores de formación de los educandos; y (b) La organización de los planes de estudio y la definición de los criterios para la evaluación del rendimiento del educando”.

El Artículo 38, está asociado al Plan de estudios. “El plan de estudios debe relacionar las diferentes áreas con las asignaturas y con los proyectos pedagógicos y contener al menos los siguientes aspectos:

1. La identificación de los contenidos, temas y problemas de cada asignatura y proyecto pedagógico, así como el señalamiento de las diferentes actividades pedagógicas.

2. La distribución del tiempo y las secuencias del proceso educativo, señalando el período lectivo y el grado en que se ejecutarán las diferentes actividades.

3. La metodología aplicable a cada una de las asignaturas y proyectos pedagógicos, señalando el uso del material didáctico, de textos escolares, laboratorios, ayudas, audiovisuales, la informática educativa o cualquier otro medio o técnica que oriente o soporte la acción pedagógica”.

Es importante reseñar que el Decreto 1075 de 2015, de manera general considera Velar por la calidad de la educación, mediante el ejercicio de las funciones de regulación, inspección, vigilancia y evaluación, con el fin de lograr la formación moral, espiritual, afectiva, intelectual y física de los colombianos.

CAPÍTULO III

FUNDAMENTACIÓN METODOLÓGICA

En este capítulo se describen y detallan los aspectos metodológicos que sirvieron de base para este estudio, es decir, se indica el cómo se realizó la investigación y las condiciones que posibilitaron la recolección, análisis e interpretación de los hallazgos.

En el desarrollo del mismo se enuncia y desarrolla la naturaleza de investigación, el escenario y los participantes, la recolección de información, el método de la investigación, el procedimiento para el análisis e interpretación de la información, los elementos para la evaluación de la investigación y las etapas para desarrollarla.

Naturaleza de la Investigación

Cualquier investigación requiere adecuarse a una línea metodológica a fin de orientar las acciones para desarrollar el estudio, es decir se enmarca dentro de un paradigma, término que Kunt (1981) asocia de manera general a:

...un sistema de creencias, principios, valores y premisas que determinan la visión que una determinada comunidad científica tiene de la realidad, el tipo de preguntas y problemas que es legítimo estudiar, así como los métodos y técnicas válidos para la búsqueda de respuestas y soluciones...
(p.268)

Es decir, un paradigma puede asociarse con una creencia que sirve como marco de referencia para actuar en determinada forma, en consecuencia, el enfoque o paradigma en que se inscribe un estudio, sustenta el método, propósito y objetivos de la investigación. Considerando la naturaleza y propósito de esta investigación la misma se ubica dentro del paradigma interpretativo, la cual de acuerdo con Sandín (2003), se corresponde con una investigación cualitativa, concebida por Strauss y Corbin (2002) como:

Cualquier tipo de investigación que produce hallazgos a los que no se llega por medio de procedimientos estadísticos u otros medios de cuantificación.

Puede tratarse de investigaciones sobre la vida de la gente, las experiencias vividas, los comportamientos, emociones y sentimientos, así como el funcionamiento de organizaciones, los fenómenos culturales y la interacción entre las acciones. (p.19)

En este sentido, la investigación se desarrolló en un ambiente natural, el colegio Agroecológico Holanda ubicado en el Municipio de Piedecuesta, Departamento de Santander-Colombia, donde los participantes del estudio hacen vida académica. En ningún momento se manipularon variables ni se controlaron las experimentalmente, más sí se observaron cambio y relaciones, igualmente la recolección de información estuvo condicionada por las experiencias y prioridades de los participantes en el estudio, la información a recolectada comprende descripciones detalladas de situaciones, eventos, personas, interacciones, opiniones, percepciones, pareceres, conductas observadas y sus manifestaciones.

La investigación busca comprender la Práctica Matemática asociada a la construcción del concepto de Funciones Reales, para concebir una teoría de su Idoneidad Didáctica, en este sentido, al autor le interesa de los participantes: cómo se comportan y actúan, qué piensan, cuáles son sus actitudes, teorías y creencias implícitas, cómo se perciben en su desempeño, entre otros. Por esta razón se considera el diseño cualitativo como el más apropiado, pues el mismo busca la comprensión más que la explicación, antepone la subjetividad a la objetividad, lo inductivo a lo deductivo y busca generar teoría versus verificación.

La realidad social (dimensión ontológica) es recreada desde el punto de vista particular de los docentes y los estudiantes participantes, haciendo una aproximación a una realidad compleja y multidimensional, determinando su naturaleza individual, buscando comprender la Práctica Matemática, y la visión de los participantes en cuanto a la construcción del concepto de Funciones Reales, de manera que la información se reconstruyó atendiendo la realidad biopsicosocial de los participantes. Esta realidad, permitió la elaboración de un escenario ideal en cuanto a la Idoneidad Didáctica asociada a la construcción del Concepto de Función, previo contraste con el marco referencial de la investigación.

La posición del investigador (dimensión epistemológica), se centra en la interacción entre el investigador y los participantes, se consideró el conocimiento como

algo subjetivo o único, construyendo y comprendiendo la totalidad más que partes implicadas en la realidad en estudio.

El investigador fue flexible, iniciando su estudio con interrogantes o vagamente formuladas; viendo al escenario y a los participantes en una perspectiva holística, sensible, interactuando con los informantes de un modo natural; comprendiendo a las personas dentro del marco de referencia de ellas mismas; apartando sus propias creencias, perspectivas y predisposiciones; tomando en cuenta lo valioso de todas las perspectivas. El autor consideró su investigación como un proceso activo, sistemático y riguroso de indagación dirigida, en el cual se toman decisiones sobre lo investigado, con una realidad basada en la semántica, ocupándose de las palabras y sus significados, a fin de reflejar la realidad subjetiva de los participantes.

Los valores, creencias y comportamientos de participantes y del investigador (dimensión axiológica) fueron asumidos en relación a los supuestos que favorecieron la descripción e interpretación de los juicios, sentimientos, emociones, opiniones, creencia y valores de los docentes y estudiantes involucrados, en el caso de los docentes abarcaron los planos individual, profesional y social del quehacer académico, permitiendo al investigador formar juicios para construir una teoría dirigida a fortalecer la práctica matemática en Educación Básica Secundaria en Colombia. Es de destacar que tanto los participantes como el investigador, observaron un nivel de compromiso que les permitió establecer un efectivo acercamiento al objeto de estudio, captando realidades del desempeño docente, con objetivación y flexibilidad, manejando la paradoja, la incertidumbre, los dilemas éticos y la ambigüedad dentro de esa realidad plena de subjetividad.

Escenario y Participantes de la Investigación

El escenario de una investigación comprende los diferentes ambientes en el que se desarrolla una investigación, Taylor y Bogdan (1996) consideran que, el escenario ideal es aquel donde el observador tiene más fácil el acceso, establece una buena relación inmediata con los informantes y recoge datos directamente relacionados con los intereses de la investigación.

La presente investigación tomó como escenario el colegio Agroecológico Holanda ubicado en el Municipio de Piedecuesta, Departamento de Santander-Colombia, lugar donde el autor se desempeña como docente de matemáticas, la cual es una institución que se encuentra en el territorio correspondiente al municipio de Piedecuesta, Departamento de Santander; comprende siete sedes ubicadas en lo que anteriormente se denominaba Mesa de Jéridas, actualmente Vereda Holanda, donde se encuentra ubicada la sede principal, aproximadamente a 13 km del casco urbano del municipio de Piedecuesta, vía Piedecuesta los Santos. Sus sedes están ubicadas en las veredas San Miguel (Sede B), La Esperanza (Sede C), El Duende (Sede D), Los Cacaos (Sede E), Mesitas de San Javier (Sede F) y La Navarra (Sede G). Todas ellas funcionaban como escuelas rurales independientes hasta la fusión realizada mediante Resolución 06731 del 13 de agosto de 2003.

En los últimos años el crecimiento poblacional en la zona ha aumentado considerablemente; la mayor parte de las familias tienen un alto número de integrantes, algunas están conformadas por padre y madrastra, madre y padrastro, mujeres cabeza de hogar y hombres con sus hijos. En esta zona las personas pertenecen a los estratos socio económicos 0, 1, y 2. En el aspecto económico sus fuentes de ingresos provienen de la ganadería, la administración de fincas, tiendas; otros se desempeñan como mayordomos, empleados de algunas empresas productoras de huevos, avícolas, y algunos sitios turísticos como el Parador del Teleférico, el Mercado Campesino, el Club Náutico Acuarela y los cultivos de cítricos y café. Es de resaltar el contexto rural en el que se encuentra la institución, donde el nivel de desempleo es mínimo; el costo de vida es relativamente bajo, y las familias de escasos recursos recurren a los cultivos para cubrir sus necesidades alimenticias.

Con respecto a los participantes, dentro del ámbito cualitativo, deben aportar información valiosa, profunda y abundante relacionada con el contexto y situación a estudiar, y ayudar a comprender el significado de su desempeño, percepciones, anhelos, pareceres y creencias. Para la selección de los participantes, el autor consideró el grado de cooperación y proximidad con la realidad a estudiar, supuso prioritario que los docentes estuviesen administrando la asignatura de Matemáticas de 9º Grado y que los

estudiantes fueran cursantes de 9º Grado, además de presentar alta disposición para participar en la misma y disponer de tiempo para dedicarle al suministro de información.

Considerando que en las investigaciones cualitativas los informantes se pueden reducir a un determinado número de casos, al seleccionarlo se utilizó un principio no aleatorio, de corte intencional, simplemente tomando en consideración que el número de seleccionados verificaran los requisitos necesarios para aportar información útil y necesaria, se realizaron las entrevistas en varias sesiones, algunas de ellas de manera complementaria, de forma virtual. Los informantes clave (Tabla 4), corresponden a 3 docentes del área de matemáticas y 2 estudiantes de 9º grado del Colegio Agroecológico Holanda Municipio Piedecuesta.

Tabla 4. Informantes clave

Nº	Informante	Sexo	Profesión y oficio
1	Docente	M	Docente de matemáticas
2	Docente	F	Docente de matemáticas
3	Docente	F	Docente de matemáticas
4	Estudiante	M	9no grado
5	Estudiante	F	9no grado

En este estudio inicialmente se estableció una comunicación previa con cada uno de los posibles informantes, solicitando su colaboración, indicando el propósito de la misma de forma general, se les solicitó autorización para grabar y/o filmar, la posibilidad de fijar más de un encuentro si fuese necesario, el protocolo a seguir fue con encuentros virtuales o presenciales.

Recolección de la Información

La recolección de información comprende el conjunto de acciones que se llevan a cabo para recoger la información precisa que ayudará al logro de la investigación. En la recolección de la información se utiliza una variedad de fuentes, en esta investigación en particular se utilizó la técnica de la entrevista. Pérez Serrano (2007) la define como: "... una técnica en la que una persona solicita información de otra persona o grupo para

obtener testimonio de un problema determinado”. (p.24). En este estudio la información solicitada tendrá relación con la Práctica Matemática y los protocolos aplicados en la construcción del concepto de Función Real.

En la investigación se realizaron entrevistas individuales a tres (3) docentes que administran matemática en 9no. Grado de Educación de Básica Secundaria y a dos (2) estudiantes que por sus características propias ya han tenido contacto con la construcción del Concepto de Función Real. Es importante considerar que, en esta interacción investigador-participante, se desarrolló una construcción social de redes comunicativas con el propósito de comprender, desentrañar e interpretar lo que piensan, perciben y actúan de parte de los participantes, a fin de conocer como elaboran y/o construyen el conocimiento referido dentro de dicho contexto.

Para el registro de la información recolectada se utilizó como instrumento básico el guión de entrevista, apoyándose en notas de campo que tomaba el autor al momento de hacer las entrevistas para la sistematización de la información y la grabación de las entrevistas con apoyo del teléfono celular, las notas se revisaban periódicamente con el fin de complementarlas y para reorientar la investigación. Considerando el uso y aplicabilidad de las tecnologías en el ámbito educativo necesario habilitar vías electrónicas y digitales a fin de concretar y/o complementar las entrevistas, tales como video-llamadas, conversaciones por teléfono y correo electrónico.

Con relación al guión, se desarrolló mediante un grupo de propuestas y/o interrogaciones abiertas y generales, que sirvieron de orientación y que no fueran limitantes ni dieran pautas que sugirieran las respuestas, a fin de permitir la reconstrucción de los modelos mentales de los participantes, así como de la representación de su contexto, facilitando que cada participante definiera en sus propias palabras y desde sus referentes, lo acontecido.

Procedimiento para el Análisis e Interpretación de la Información

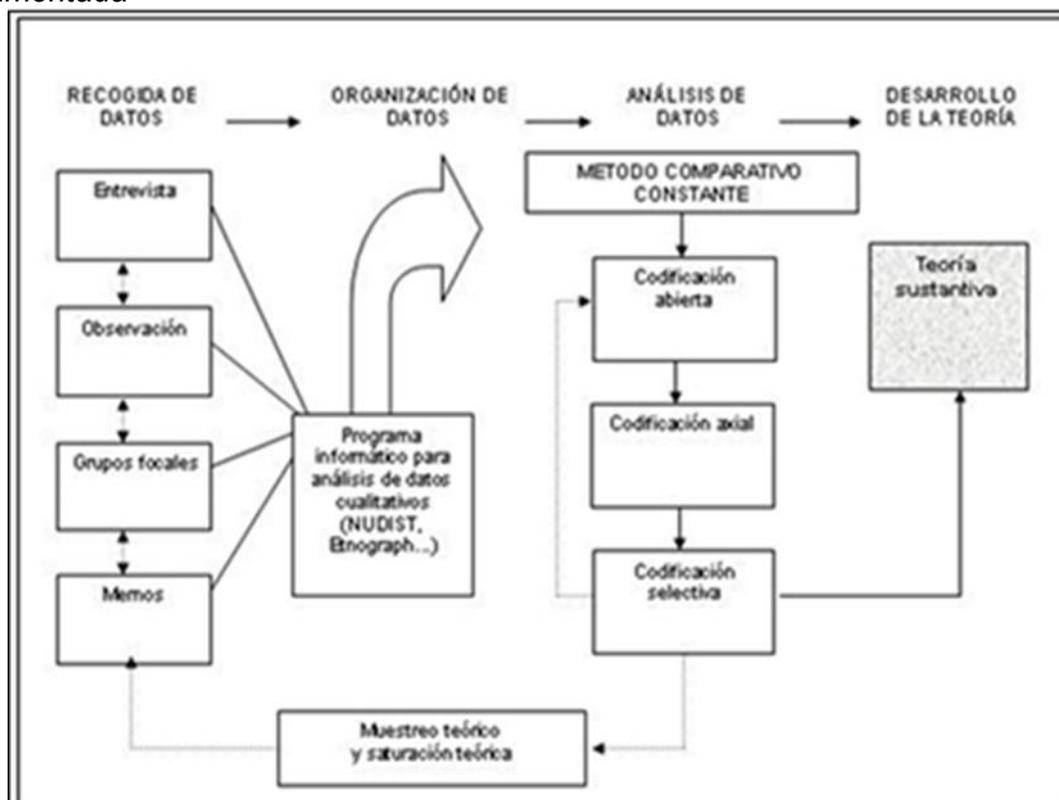
Dentro de la investigación cualitativa existen diversos métodos para recoger la información y analizarla. La elección del método de investigación debe estar determinada por los intereses de la investigación, las circunstancias del escenario o de las personas

a estudiar, y por las limitaciones prácticas que enfrenta el investigador. Para Strauss y Corbin (2002) la metodología es la manera de pensar la realidad social y estudiarla. Los métodos lo definen como un conjunto de procedimientos y técnicas para recolectar y analizar los datos. En la investigación cualitativa se suelen utilizar diferentes métodos, para esta investigación se recurrirá a la Teoría Fundamentada (TF) creada por Barney Glaser y Anselm Strauss

La TF, es una metodología cualitativa, tiene como propósito generar una teoría que explique las relaciones subyacentes en una realidad determinada, mediante la codificación, el muestreo teórico y las comparaciones constantes, entre la información obtenida se logra alcanzar la saturación en la data, la teoría emerge como aquella información que permite explicar las relaciones que existen entre las categorías de la realidad observada. La teoría se desarrolla durante la investigación, y se realiza a través de una continua interpelación entre el análisis y la recogida de información (Strauss y Corbin, 2002).

Al respecto, Cassiani, Caliri y Pelá, (1996) indican las siguientes etapas de la TF: (a) Recolección de datos empíricos, (b) Organización de los datos, (c) Análisis de los datos, (codificación abierta, axial o formación y desarrollo del concepto y selectiva o modificación e integración del concepto) y (d) Desarrollo de la teoría. En la Figura 7 se presenta una síntesis del proceso de análisis de la información mediante la aplicación de la Teoría Fundamentada, destacándose las codificaciones abierta, axial y selectiva.

Figura 6. *Análisis de la información mediante la aplicación de la Teoría Fundamentada*



Es de destacar, lo comentado por Rojas (2010), respecto a la Codificación Abierta, técnicamente es el primer paso analítico, comprende un proceso de separar, examinar, comparar y conceptualizar la información. Los datos brutos se separan en líneas, oraciones o párrafos, y se elabora la primera categorización partiendo de la comparación de los distintos casos en los que se centra el estudio; en estas categorías se recogen características, condiciones, componentes, etc., del fenómeno identificado. Su resultado constituye una primera interpretación de la información, abierta y provisional, utilizándose ya una serie de códigos y notas (memos) que suponen ir avanzando más allá de la codificación y se procede a entrar en la fase analítica.

Seguidamente, en la Codificación Axial, además de continuar la recolección de información, se inicia la identificación de relaciones entre categorías y sub-categorías, lo cual puede modificar la estructura inicial; su propósito es reagrupar la información que se separó durante la Codificación Abierta, y se inicia la generación de teoría y su validación. Al respecto Strauss y Corbin (2002) destacan como tareas implicadas en la

Codificación Axial: (a) Acomodar las propiedades de una categoría y sus dimensiones, tarea que comienza durante la codificación abierta; (b) Identificar la variedad de condiciones, acciones/interacciones y consecuencias asociadas con un fenómeno; (c) Relacionar una categoría con sus subcategorías por medio de oraciones que denotan hipótesis; y (d) Buscar claves en los datos que denoten cómo se pueden relacionar las categorías principales entre sí.

En cuanto a la Codificación Selectiva Strauss y Corbin (ob.cit.) la suponen como una extensión de la Axial con un mayor nivel de abstracción, donde la idea es obtener una categoría central que exprese el fenómeno de investigación e integre las categorías y subcategorías de la codificación abierta y axial. Análogamente, Rojas (2010) señala, que en la Codificación Selectiva se identifican las categorías principales, más inclusivas, se integran y refinan, se inicia la producción del texto narrativo y continua la validación para su presentación final.

Es de destacar que estas etapas, aunque parezcan secuenciales o lineales, no lo son, todo lo contrario, son dinámicas, recursivas, y pueden darse en paralelo, incluso sus hallazgos pueden llevar a revisiones y consideraciones del Marco Referencial del estudio, a ampliar las entrevistas o incorporar nuevos participantes. En síntesis, la Teoría Fundamentada plantea un procedimiento que sigue tres grandes pasos fundamentales: inducción, deducción y verificación, a partir de la información recogida se elaboran unas primeras conjeturas que luego serán verificadas a lo largo del proceso de análisis. Los procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada se centran en el Método de la Comparación Continua (MCC) y el muestreo teórico.

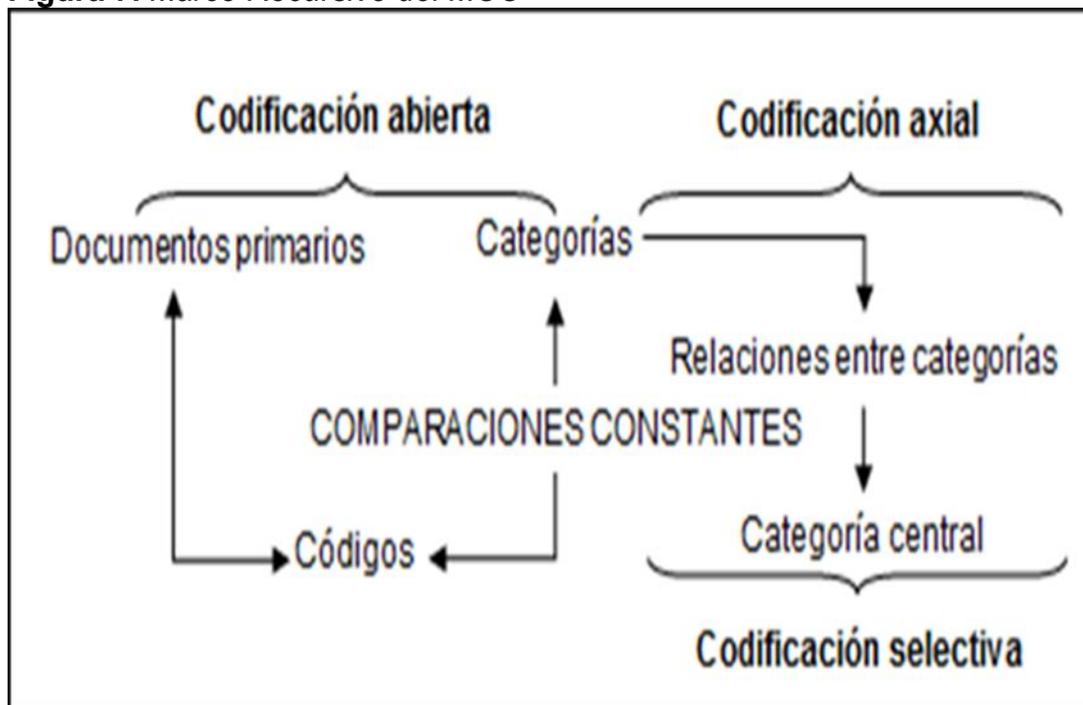
1. El MCC. Propone realizar sincrónicamente procesos de codificación y análisis, con la finalidad de ir generando la teoría de forma sistemática, por medio de la utilización de la codificación explícita y de procedimientos analíticos. Se busca la combinación entre la información cualitativa, los conceptos, las categorías y las propiedades, pudiendo surgir nuevas categorías con sus propiedades, las cuales deben ser incorporadas en el proceso de análisis.

2. El muestreo teórico. Consiste en realizar de forma simultánea el análisis y la recolección de datos, lo cual permitirá al investigador ampliar la muestra cuando se necesite más información.

El muestreo teórico no puede ser al azar, debe ocurrir de manera secuencial, pero es el análisis el que orienta la recolección de información. En las investigaciones que se orientan a la generación de teoría, el investigador permanentemente debe valorar la cantidad de casos y grupos que deben ser incluidos en el proceso de muestreo de cada punto teórico. El criterio que permite saber cuándo detener el proceso de muestreo, se denomina "saturación teórica", esto significa que no se encontrará información adicional en el desarrollo de las propiedades de la categoría, siendo así, el investigador-analista debe ir en busca de nuevos grupos para conseguir más datos sobre otras categorías, con el propósito de alcanzar la saturación de éstas

Taylor y Bogdan (1996), al referirse al método comparativo constante de Glaser y Strauss identifican cuatro etapas principales: (a) Comparación de incidentes (observaciones, entrevistas, documentos) aplicables a cada categoría, (b) Integración de categorías y sus propiedades, (c) Delimitación de la Teoría y (d) Redacción de la Teoría. Es de destacar el marco recursivo del MCC orientado por comparaciones constante entre los datos, códigos, categorías y subcategorías (Figura 7).

Figura 7. Marco Recursivo del MCC



Cabe señalar que la recogida y el análisis de los datos son simultáneos con el objetivo de poder identificar vacíos en los datos que requieran mayor indagación y que permitan, a través del muestreo teórico y que, a partir del análisis comparativo y sistemático de la información y la saturación de la misma, se integran los hallazgos de la investigación, mejorándola con la contribución del marco teórico referencial

Criterios de rigor científico-metodológico

En la investigación cualitativa la realidad social es única y dependiente del contexto, por lo que la información recolectada solo se puede interpretar en el marco contextual donde se estudia. En este estudio se utilizaron los criterios propuestos por Lincoln y Guba (1985) para estimar la calidad de una investigación cualitativa, los cuales son: credibilidad, auditabilidad y transferibilidad. La credibilidad se refiere a cómo los resultados de un estudio son verdaderos para los participantes que fueron investigados, y para quienes lo han experimentado, o han estado en contacto con la situación estudiada; la auditabilidad se asocia a la forma en la cual un investigador puede seguir la pista, o ruta, de lo que hizo otro y la transferibilidad o aplicabilidad, da cuenta de la posibilidad de ampliar los resultados del estudio a otras poblaciones, se trata de examinar qué tanto se ajustan los resultados a otro contexto.

La credibilidad, según Deslauriers (2004), comprende las actividades que se desarrollan en el contexto habitual y natural a través de la observación prolongada, y reitera que “La credibilidad se asegura por las actividades de terreno y la observación reiterada...” (p.101). En el caso de este estudio se utilizaron como criterios que dan consistencia a la credibilidad la observación persistente, la recogida de material referencial (grabaciones de video-audio, medios virtuales) y la extensa relación de fuentes, tanto bibliográficas como citas de autores a fin de contrastar los hallazgos.

A través de la observación persistente, el investigador interactuó con los participantes en su lugar de trabajo, apoyándose también con medios virtuales; también se apoyó con notas personales que le facilitaron el registro y transcripción de las entrevistas. De esta manera el trabajo prolongado del investigador en el contexto y la interacción dinámica con los participantes ha ofrecido garantía del valor de verdad o

verosimilitud de la información recogida, permitiéndole profundizar y comprender los elementos más característicos subyacentes en las acciones de los participantes.

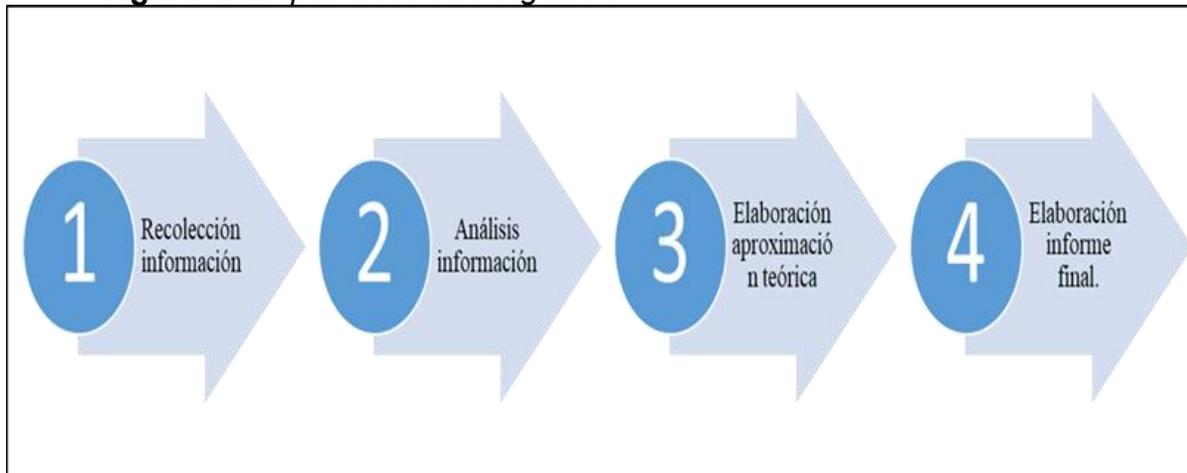
En atención a la auditabilidad, considerada por algunos autores como confirmabilidad, para Hernández y otros (2006) se refiere a "...demostrar que hemos minimizado los sesgos y tendencias del investigador..." (p. 668). Al respecto, el autor, desde una mirada holística hacia la situación estudiada, ha considerado a los informantes y su contexto como un todo y en un todo, llevando un registro y documentación pormenorizado de las decisiones e ideas propias asociadas al estudio, a fin de que cualquier otro investigador revise la información y pueda llegar a conclusiones similares desde perspectivas afines.

Con respecto a la transferibilidad en atención a Hernández y otros (2006) señalan que "Este criterio no se refiere a generalizar los resultados a una población más amplia, sino que parte de estos o su esencia puedan aplicarse en otros contextos ..." (p.668), es decir, la audiencia o el lector del informe son los que determinan si los hallazgos se pueden transferir a otro contexto. Para tal fin, el autor acopió con minuciosidad la información y la descripción del contexto del estudio, a fin de aportar elementos suficientes para extender el estudio con informantes y contextos similares, mientras sea posible o requerido. En toda investigación cualitativa es necesario cumplir con estos criterios de manera de darle calidad a la misma y lograr así su contribución de manera satisfactoria a la problemática estudiada, además gran parte de estos procesos dependen de la capacidad de reflexión, integridad y pensamiento crítico del investigador.

Etapas de la Investigación

La investigación se realizó en cuatro etapas (Figura 8): recolección de la información, análisis de la información, elaboración de la aproximación teórica y elaboración del informe final.

Figura 8. Etapas de la Investigación



1. Etapa I: Recolección de la información. Fundamentalmente se realizó una revisión de la teoría de cada uno de los descriptores de la investigación para tener referentes que sirvieran para contrastar los hallazgos y generar la teoría y las conclusiones del estudio. Posteriormente se diseñó un Guión de Entrevistas, para luego aplicarla a los participantes.

2. Etapa II: Análisis de la información. Se comparó la información obtenida de los participantes a través de las entrevistas con los referentes teóricos. Al examinar detalladamente la información surgieron las diferentes categorías de donde emerge la teoría.

3. Etapa III: Elaboración de la teoría. En esta etapa se estructuraron los hallazgos, de manera sistemática, metódica y crítica a fin de construir un conjunto organizado de ideas asociadas la optimización de la Idoneidad Didáctica aplicada en la construcción del concepto de Funciones Reales.

4. Etapa IV: Elaboración del informe final. Aquí se sistematizaron los hallazgos en el informe escrito.

A fin de detallar las tareas específicas realizadas en cada etapa, las mismas se presentan en la Tabla 7:

Tabla 5. Descripción de las Etapas de la Investigación

Etapa	Sub-etapa	Tareas
I. Recolección de información.	1.1. Definir el área a estudiar.	<p>-Revisión preliminar bibliográfica asociada a Funciones Reales y su aprendizaje, ID, EOS, realizando una descripción aproximada al contexto.</p> <p>-Se establecieron los objetivos que determinaran las estrategias y los procedimientos metodológicos.</p> <p>-Se estableció una ruta metodológica preliminar</p> <p>-Descripción de elementos iniciales a considerar en el contexto.</p> <p>-Elaboración del Cap-I en versión preliminar</p>
	1.2. Buscar información.	<p>-Se reseñaron las principales investigaciones sobre el área de estudio o cercanas, para producir una versión preliminar de los antecedentes.</p> <p>-Se realizó una búsqueda, revisión y selección de literatura especializada asociada EOS, ID, Función Real, entre otras, para construir el Cap-II -Marco Referencial, en versión preliminar.</p> <p>-Se elaboró una versión preliminar del Cap-III</p> <p>-Se elaboró el Guión de entrevista y se seleccionaron los participantes.</p>
	1.3. Incorporación al contexto.	Se aplicaron las entrevistas.
II. Análisis de información.	2.1. Organización	-Se transcribieron las entrevistas y ordenaron a fin de atender los objetivos específicos.

		-Se re-entrevistó a algunos participantes
2.1.	Categorización.	-Se buscó comprender los significados sumergiéndose en la comprensión de los hechos de acuerdo a los registros y así develar una realidad desarrollada. -Se clasificó, conceptualizó o codificó la información -En atención a los hallazgos fue necesario re-organizar el Cap-II
2.2.	Estructuración.	-Se continuó integrando categorías usando metáforas y analogías, buscando perspectivas y posibilidades a la información para darle una interpretación de lo que está representado.
2.3.	Contrastación.	-Se buscó corroborar o contrastar con el marco referencial de la teoría, lo sucedido en otros lugares y en otros contextos, que podrían aplicarse en el estudiado. -Elaboración preliminar del Cap. IV
III. Elaboración de la teoría	2.4. Teorización.	-Se integró de manera coherente y lógica los hallazgos de la investigación, mejorándolo con los aportes de los autores reseñados en el Cap- II -Se elaboró una versión preliminar de los Cap- V y VI
IV. Elaboración del informe final		-Se realizó una consolidación de todas versiones preliminares de los capítulos, a fin de producir el informe final.

Es de destacar que a pesar de que estas fases son presentadas de manera secuencial, en la práctica no siempre fue así, en ocasiones fue necesario regresar y no necesariamente a la etapa anterior, incluso algunas tareas de presentaron de manera

paralela. El uso de la TF en este estudio brindó la posibilidad de construir teorías sustantivas desde un enfoque inductivo, considerando la sensibilidad, intereses y experiencia del autor y los entrevistados, y en correspondencia con la literatura asociada a fin de construir una Teorética de la ID del EOS de aplicadas en la construcción del Concepto de Funciones Reales en Educación Básica Secundaria en Colombia.

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN

Este capítulo concentra la atención en la presentación e interpretación de la información obtenida en este estudio. Una vez recabada la información con los instrumentos diseñados para este fin, fue necesario procesarlos; es decir, presentarlos e interpretarlos, lo que permitió llegar a inferencias en relación con las interrogantes planteadas. Independientemente de la técnica empleada, el procesamiento de información, comprende el registro sistemático de la información adquirida con los instrumentos empleados, a través de una técnica analítica que permita develar las interrogantes y se obtengan los resultados o derivaciones. En el caso de esta investigación, desarrollada desde un enfoque cualitativo, la información derivada es de tipo descriptivo, las propias palabras de los docentes y estudiantes implicados en el estudio y su conducta observada.

El trato que se dió a la información consideró lo establecido por la Teoría Fundamentada según Glaser (1992), la cual considera tres pasos esenciales: inducción, deducción y verificación, empleando el Método Comparativo Constante. En primer término, se realizó la transcripción de las entrevistas, con apoyo de las notas de campo, luego se efectuó la primera interpretación de la información (Codificación Abierta), donde se inició la categorización de los fenómenos, con la escritura detallada de notas preliminares (nemos). Posteriormente se desplegó un proceso repetitivo de comparación, integración y combinación de categorías y sus propiedades, (Codificación Axial) hasta que las categorías se transformaron más explícitas; se fusionaron categorías superpuestas hasta reducirlas a un mínimo conveniente, para discurrir la posibilidad de la generación de conceptos teóricos (Codificación Selectiva, que es en sí misma la teorización)

Partiendo del análisis comparativo y sistemático de la información, se articularon y/o disintieron los resultados con estudios paralelos o similares presentados en la fundamentación teórica para engrandecer y profundizar la comprensión de lo estudiado.

Por último, se integró de forma coherente y lógica los resultados de la investigación enriqueciéndolo con aportes de autores reseñados en la fundamentación teórica. La información procedente en las entrevistas se dispuso en correspondencia con los propósitos propuestos en el estudio:

1. Develar las percepciones de docentes y estudiantes de 9no grado, con respecto a los protocolos utilizados por los docentes de matemáticas en la construcción del concepto de función real, en Educación Básica Secundaria en Colombia.

2. Establecer las contribuciones teóricas que proporciona la literatura especializada, asociada con la Idoneidad Didáctica del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, y la construcción del concepto de función real.

3. Concebir un cuerpo de proposiciones asociadas a la Idoneidad Didáctica del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, en protocolos aplicados en la construcción del concepto de función, que contribuyan con la generación una teoría que fortalezca la práctica matemática en Educación Básica Secundaria en Colombia.

En cuanto a las categorías y sub-categorías emergentes en atención a la preeminencia de la información, se exhibe en cuadros-matriz por dimensiones. Es de destacar que la información desplegada, interpretada y analizada facilitó la construcción del conjunto de inferencias epistémicas concernientes a los protocolos aplicados en la construcción del concepto de función, que contribuyen con la generación una teoría que fortalezca la práctica matemática en Educación Básica Secundaria en Colombia.

Presentación descriptiva: resultados

Develar las percepciones de docentes y estudiantes de 9no grado, con respecto a los protocolos utilizados por los docentes de matemáticas en la construcción del concepto de función real, en Educación Básica Secundaria en Colombia. Para este estudio, y en correspondencia con la información obtenida desde la contextualización de los hechos, los conocimientos previos, la configuración axiológica y el empirismo manifestado por los entrevistados, en relación al tema investigado, se estima pertinente especificar los siguientes conocimientos.

1. Idoneidad Didáctica. Constituye una herramienta teórico-metodológica para la reflexión profesional, asociada al grado en que un proceso de instrucción agrupa ciertas características que permiten considerarlo como apropiado para el logro efectivo entre el aprendizaje de los estudiantes, y la instrucción dada por el profesor, considerando su entorno.

2. Epistémico. Grado de representatividad de los significados institucionales.

3. Cognitivo. Expresa el grado en que los significados pretendidos/ implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los estudiantes.

4. Mediacional. Grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje,

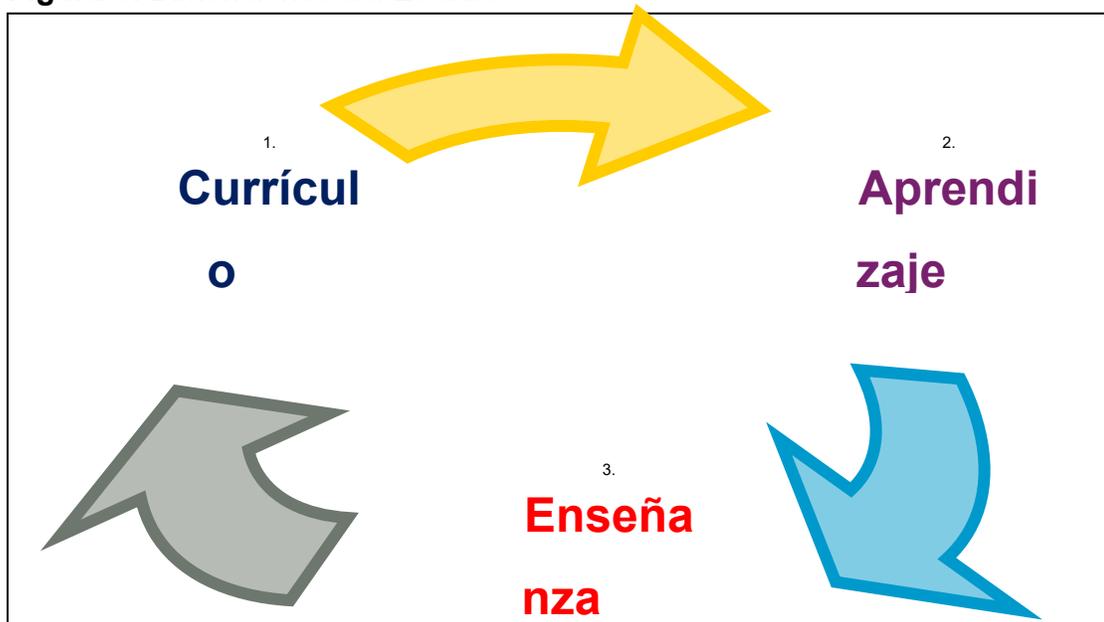
5. Afectiva. Es el grado de interés del alumnado en el proceso de estudio

6. Ecológica. Representa el grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo.

7. Interaccional. Grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado, favorecen la autonomía en el aprendizaje y el desarrollo de competencias comunicativas.

Los hallazgos para este primer objetivo específico, el autor los agrupa en tres (3) dimensiones (Figura 9), considerando la información suministrada por los informantes. Estas dimensiones comprenden aspectos asociados a Currículo, Aprendizaje y Enseñanza

Figura 9. Dimensiones del Estudio



Es oportuno indicar que bajo estas dimensiones subyace una articulación coherente de las dimensiones de ID, a saber: Curricular (Idoneidad Epistémica y Ecológica), Aprendizaje (Idoneidad Cognitiva y Afectiva) y Enseñanza (Interaccional y Mediacional). Es de resaltar que en la Codificación Abierta la información suministrada por los informantes se disgregó a fin de que afloraran los pensamientos, ideas y significados que comprenden, para revelar, rotular y desplegar conceptos, se ejecutó una exploración detallista y comparativa en indagación de similitudes y diferencias, prosiguiendo lo previsto por Strauss y Corbin (2002), con la intención de agrupar aquellos conceptos similares o relacionados bajo el concepto de categorías.

Respecto a la Codificación Axial ésta se hizo efectiva mediante la vinculación de categorías y sus propiedades, se asociaron las categorías a sus subcategorías, develando interacciones y relaciones por lo que empiezan a conectarse, integrarse, originándose lo que Strauss y Corbin (2002), denominan "...el núcleo de la teoría emergente" (p.174), hasta que el autor razonó el logro de saturación teórica, pues ya no emergen propiedades y relaciones de las categorías. A partir de aquí fue posible ajustar la teoría de todo este proceso y se desarrolló la Codificación Selectiva, donde la teoría va surgiendo entre el proceso de comparación constante entre categorías diferentes y sus propiedades. En el caso de este estudio, se partió de las interpretaciones de los

significados que surgieron para dar pie a la producción de los conceptos que forma la base para generación de la Teoría.

Para cada dimensión, el autor consideró apropiado mostrar las Codificaciones Abierta y Axial junto con el uso de Tablas y Figuras respectivas a fin de sintetizar la información obtenida, el número 1, 2 y 3 en la columna Extracto de la entrevista distingue a cada entrevistado.

Dimensión Currículo

Tabla 6. *Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Curricular -Profesores*

Categoría	Extracto de entrevista -Profesores
Situaciones	<p>1.Comienzo con un ejemplo del libro, lo resuelvo en la pizarra, después mando a un estudiante a resolver uno en la pizarra, y luego los pongo a trabajar en grupo algunos ejercicios del libro.</p> <p>2.Escribo la definición en la pizarra, le doy unos ejemplos de lo que es función y de lo que no es, uso la representación, sagital y la gráfica, después coloco varios ejercicios en la pizarra, ellos los van resolviendo en sus cuadernos de manera individual, cuando tienen dudas me preguntan y yo las aclaro, luego los mando como tarea y después se los reviso en la siguiente clase.</p> <p>3. Inicio dando la definición de función, apoyándome en la pizarra, ellos toman apuntes, explico las diferentes maneras de representar las funciones, resuelvo varios ejercicios, luego mando unos ejercicios del libro como tarea, después en la siguiente clase los coloco en grupo y les doy algunos ejercicios para que los resuelvas, les aclaro las dudas a los que preguntan y después mando</p>

	a uno por cada grupo a que resuelva un ejercicio en la pizarra.
Adaptación/apertura	<p>1. Realmente no hay mucho espacio para la reflexión, básicamente es demandante por parte de mis superiores que debo explicar y seguir lo previsto para ese grado, es decir debo atender y seguir las directrices emanadas por la institución.</p> <p>2. Los contenidos de funciones deben cumplirse tal como lo establece el currículo nacional, constituyen parte de la formación básica de los estudiantes.</p> <p>3. No se dispone de mucho tiempo para hacer una reflexión de la práctica, pues se debe cumplir un cronograma preestablecido con unos contenidos previos. A fin de que el alumno sea promovido al siguiente grado, aunque apenas cumpla con lo básico-</p>

Tabla 7. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Curricular -Estudiantes

Categoría	Extracto de entrevista -Profesores
Situaciones	<p>1. El profesor escribe lo que es función en la pizarra, yo la anoto en mi cuaderno y después pone unos ejercicios. A veces entiendo, pero también a veces no entiendo unas palabras que usa. A veces por falta de dinero no podemos ir a clases entonces solo nos mandan tarea, y nos da la explicación por internet.</p> <p>2. El profesor dicta lo que es función, lo copio en mi cuaderno, hace unos dibujos en el pizarrón, habla de lo que es, a veces pregunta a algunos alumnos, después manda a hacer ejercicios en grupo. Ahora cuando no podemos ir a clase por enfermedad o dinero nos manda</p>

	a ver videos y si tenemos dudas cuando lo vemos nos explica.
Adaptación/apertura	1.Pues no sé, pero yo debo aprenderla y pasar el examen. 2.El profesor dijo que era importante aprenderlas porque la necesitamos en otros grados o en la universidad.

Considerando la Codificación Abierta, se inició un proceso de asociación de categorías y sus propiedades, dentro de las categorías de la Dimensión Curricular a través de la detección de interacciones y relaciones, donde se observa la estructuración de categorías y subcategorías (Codificación Axial), mostradas en los Tablas, los cuales constituyen base primordial para la generación de la teoría.

Tabla 8. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Curricular-Profesores

Categoría	Sub-categoría	Especificidad de la información de los profesores
Situaciones	Resolución de problemas	Para que se dé un buen aprendizaje deben hacerse muchos ejercicios prácticos y deben resolverse problemas de diversas magnitudes
Adaptación /apertura	Directrices curriculares	Es importante seguir las directrices relacionadas con los objetivos, los contenidos, las competencias, las actividades y la evaluación que debemos realizar a los estudiantes

Tabla 9. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Curricular-Estudiantes

Categoría	Subcategoría	Especificidad de la información de los profesores
Situaciones	Tareas y ejercicios	Nos envían muchas tareas y ejercicios y a veces son difíciles, pero si nos envían bastante tarea
Adaptación /apertura	Presencialidad y virtualidad	Las clases son presenciales en el salón, pero muchas veces nos mandan tarea a casa y además tenemos cuestionarios y actividades para cuando no tenemos luz en la zona y el profesor no nos puede dar clases.

Culminada la Codificación Axial es de destacar el surgimiento de las categorías asociadas a la Dimensión Currículo mostradas en la tabla 9, desde aquí ya fue posible elaborar explicaciones, fusionando los hallazgos del estudio y optimizándola con la contribución del marco teórico referencial.

Tabla 10. Categorías emergentes asociadas a la Dimensión

Dimensiones	Categoría	Sub-categoría	Profesor	Estudiante
Currículo	Situaciones	Resolución de problemas	de	√
	Adaptación/apertura	Directrices curriculares		v
	Situaciones	Tareas y ejercicios		V
	Adaptación /apertura	Presencialidad y virtualidad		V

Dimensión Aprendizaje

Tabla 11. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Aprendizaje –Profesores

Categoría	Extracto de entrevista -Profesores
Conocimientos Previos	<ol style="list-style-type: none">1. Que el alumno preste atención, si ya traen, conocimientos previos de grados anteriores, puedo avanzar más, pero no todos tienen internet en sus casas2. Los jóvenes llegan con muchos vacíos y siempre hay que realizar un diagnóstico y luego nivelarlos3. Cada vez que recibo a los estudiantes de una vez le realizo un interrogatorio y allí noto que tiene vacíos conceptuales
Diferencias individuales	<ol style="list-style-type: none">2. No todos los estudiantes en esta zona disponen de recursos de apoyo en sus casas, o no asimilaban conceptos previos necesarios para desarrollar bien el concepto, y les cuesta.3. Bueno no todos llevan el mismo ritmo, a veces traen deficiencias de años anteriores y eso los limita en la adquisición del concepto, aquellos que cuentan con el apoyo familiar salen mejor.
Intereses y necesidades	<ol style="list-style-type: none">1. Les hablo de lo importante que son las funciones para la vida real, a pesar de que no lo visualicen.2. Los felicito cuando salen bien en sus evaluaciones o cuando lo paso a la pizarra y hacen un ejercicio bien.3. Cuando trabajan en grupo y observo que lo están haciendo todos juntos y en armonía los felicito y también llamé la atención a aquellos que no lo hacen

Tabla 12. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Aprendizaje –Estudiantes

Categoría	Extracto de entrevista - Estudiantes
Conocimientos Previos	1. Que el profesor explique más lento, y no use muchas palabras que no entiendo lo que quiere decir, entonces me fastidio y pienso en otra cosa y después no sé lo que dijo.
Diferencias individuales	2. A veces cuando alguien no entiende, le pregunta al profesor y el vuelve a explicar, pero de otra manera, o pone otro ejemplo, ahí entiendo mejor, pero yo tengo que estar atento a lo que dice, cuando eso pasa salgo mejor en el examen
Intereses y necesidades	1. Si trabajo y hago la tarea me felicita, si no lo hago me llama la atención. 2. Cuando no hago la tarea pues me dice que necesito hacerla y prestar atención para salir bien.

Fundamentando la Codificación Abierta, se inició un proceso de asociación de categorías y sus propiedades, dentro de las categorías de la Dimensión Aprendizaje a través de la detección de interacciones y relaciones, se presta atención a la estructuración de categorías y subcategorías (Codificación Axial), mostradas en los Tablas, los cuales constituyen base primordial para la generación de la teoría.

Tabla 13. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Curricular-Profesores

Categoría	Subcategoría	Especificidad de la información de los profesores
Conocimientos previos	Información del individuo	Los estudiantes siempre tienen conocimientos previos en cualquier área sobre todo en matemáticas y todo esto se debe al día a día. En todo lo que hacen están las matemáticas
Diferencias individuales	Estrategias	Cada estudiante tiene su estrategia para aprender, Cada quien trata de aprender y resolver a su manera

Intereses y necesidades	Esquemas mentales	Los estudiantes tienen sus esquemas, sus ideas y esto representa un avance
-------------------------	-------------------	--

Tabla 14. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Curricular-Estudiantes

Categoría	Sub-categoría	Especificidad de la información de los profesores
Conocimientos previos	Comprensión	Es importante que los profesores nos tengan paciencia, nos comprendan y nos ayuden tanto puedan
Diferencias individuales	Experiencias	Es verdad que todos somos diferentes, mis compañeros no se parecen a mí ni yo a ellos y cada quien aprende como se le hace más fácil, cada quien aprende diferente y de acuerdo a las experiencias y cosas que vive en su día a día
Intereses y necesidades	Satisfacción	Para mí lo importante es la satisfacción de hacer siempre lo que me gusta y como me gusta, mi mamá siempre dice que hay que hacer lo que nos hace felices en la vida

Culminada la Codificación Axial es de destacar el surgimiento de las categorías asociadas a la Dimensión Currículo mostradas en la tabla 14, desde aquí ya fue posible elaborar explicaciones, fusionando los hallazgos del estudio y optimizándola con la contribución del marco teórico referencial.

Tabla 15. Categorías emergentes asociadas a la Dimensión Aprendizaje

Dimensiones	Categoría	Sub-categoría	Profesor	Estudiante
Aprendizaje	Conocimientos previos	Información del individuo	v	
		Comprensión		v
	Diferencias individuales	Estrategias	v	
		Experiencias		v

Intereses y necesidades	Esquemas mentales	v
	Satisfacción	v

Dimensión Enseñanza

Tabla 16. *Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Enseñanza –Profesores*

Categoría	Extracto de entrevista -Profesores
Espacios docente-estudiante	<p>1.La comunicación es bastante fluida, se explica todos detalladamente y se les da espacio a los estudiantes para que pregunten. Se hace buen uso de los espacios para ellos</p> <p>2. Se les asignan ejercicios a los estudiantes para que los resuelvan en clases y otros en casa</p>
Trabajo colaborativo	<p>1. Sin dudas se requiere que trabajen de manera colaborativa y en equipo a fin de observar como lo hacen y manifestar sus dudas puedo detectar vacíos en la explicación y subsanarlos.</p>
Actividades prácticas	<p>1.Se utilizan recursos variados como Pizarra, libro de texto y hasta el celular, porque la idea es que el alumno debe prestar atención, debe estar dispuesto, hacer los ejercicios.</p> <p>2. Casi siempre se les presentan videos o ejercicios que ya están resueltos, en presencial básicamente pizarrón. Es importante que los estudiantes estén dispuestos.</p> <p>3.También he usado recursos tradicionales como pizarra, libros de texto y calculadora, ahora con las TIC he usado el computador.</p>

Tabla 17. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Enseñanza –Estudiantes

Categoría	Extracto de entrevista -Profesores
Espacios docente-estudiante	1.El profesor expone sus ideas, habla y habla. que habla, pocas veces yo pregunto, así no entienda, porque como que no se preguntar, pero a veces un compañero pregunta y cuando el profesor lo explica a todo el salón ahí si entiendo
Trabajo colaborativo	1.El profesor es animosos y se emociona dando su clase y también usa el computador, la pizarra o una calculadora.
Actividades prácticas	2.El profesor manda mucha actividad y nos coloca en grupos. Cuando presto atención si entiendo, pero otras veces no entiendo y le pregunto al profesor, él me explica, a veces hasta lo repite porque me cuesta

Tabla 18. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Enseñanza-Profesores

Categoría	Subcategoría	Especificidad de la información de los profesores
Espacio docente - estudiante	Salón de clases	En todo lo que hacen están las matemáticas, pero es en el salón donde ellos afianzan los conocimientos ven las técnicas que son necesarias
Trabajo colaborativo	Equipos de trabajo	Cada estudiante tiene su compañero o grupos de amigos y con ellos trabajan mejor a fin de aprender y resolver a su manera
Actividades prácticas	Ejercicios	Los estudiantes tienen que realizar muchos ejercicios prácticos para que ejerciten y aprendan más y se apoyan en esquemas, sus ideas

Tabla 19. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Enseñanza-Estudiantes

Categoría	Subcategoría	Especificidad de la información de los profesores
Espacio docente - estudiante	Comprensión	Que los profesores nos tengan paciencia, nos comprendan
Trabajo colaborativo	Experiencias	Cada quien aprende como se le hace más fácil, cada quien aprende diferente y de acuerdo a las experiencias y cosas que vive en su día a día
Actividades prácticas	Satisfacción	Es importante la satisfacción de hacer siempre lo que me gusta y como me gusta

Dominada la Codificación Axial en este apartado es de destacar el surgimiento de las categorías asociadas a la Dimensión Enseñanza mostradas en la tabla 19, desde aquí ya fue posible elaborar explicaciones, fusionando los hallazgos del estudio y optimizándola con la contribución del marco teórico referencial.

Tabla 20. Categorías emergentes asociadas a la Dimensión

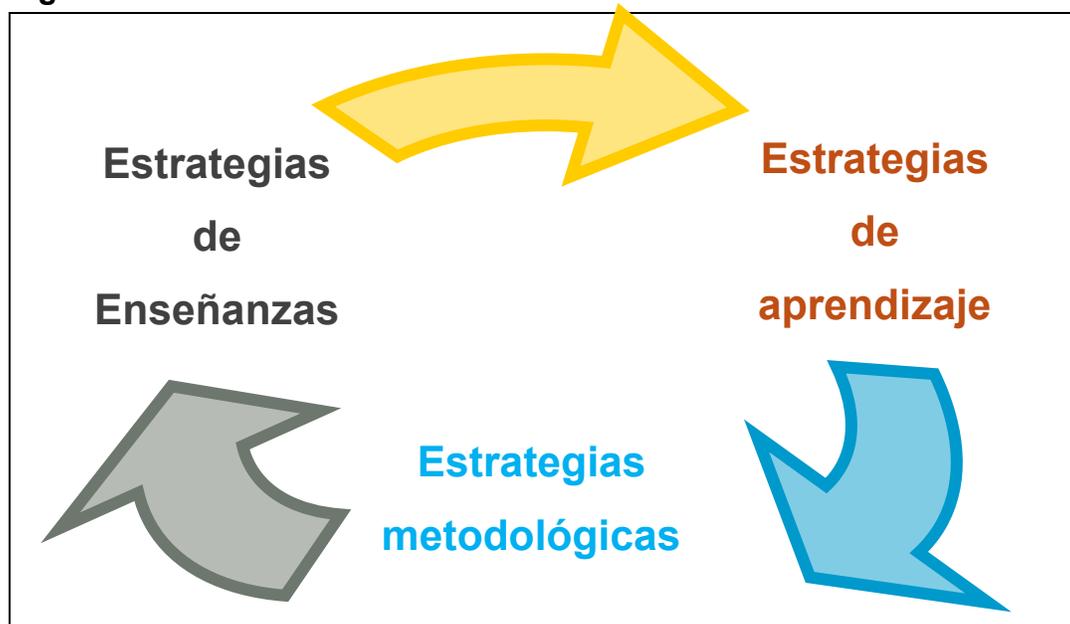
Dimensiones	Categoría	Sub-categoría	Profesor	Estudiante
Enseñanza docente - estudiante	Espacio	Salón de clases	v	
		Comprensión		v
Trabajo colaborativo	Actividades prácticas	Equipo de trabajo	v	
		Experiencias		v
Espacio docente - estudiante		Ejercicios	v	

Establecer las contribuciones teóricas que proporciona la literatura especializada, asociada con la Idoneidad Didáctica del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, y la construcción del concepto de función real. En correspondencia con la información y en relación al tema investigado, se aprecian oportuno especificar los siguientes conocimientos.

1. Enfoque Ontosemiótico de conocimiento. Representa las contradicciones y dilemas en la pluralidad de las teorías relacionadas con la complejidad que plantea la investigación de la matemática en el proceso de enseñanza y aprendizaje.
2. Instrucción matemática. Proceso de enseñanza y de aprendizaje dirigido a sistemas de prácticas matemáticas.

Los hallazgos para éste 2do propósito específico, por lo tanto, el autor los agrupa en dimensiones que se irán descubriendo (Figura 10), considerando la información suministrada por los informantes. Estas dimensiones comprenden aspectos asociados a Estilos de enseñanza, Estilos de aprendizaje y Estrategias metodológicas

Figura 10. Dimensiones del Estudio



Es pertinente revelar que bajo estas dimensiones subyace una articulación coherente de las dimensiones y que se estarán desarrollando lo largo de estas líneas. En este caso iniciaremos con las codificaciones de la Dimensión de estrategias de Enseñanza.

Dimensión Estrategias de Enseñanza

Tabla 21. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Estrategias de enseñanza–Profesores

Categoría	Extracto de entrevista -Profesores
Diseño de las estrategias	1.cada planificación realizada debe ser diseñada al día con las innovaciones que se procuren 2.Se trata de diseñar muchas estrategias para que el estudiante logre aprender la matemática de forma rápida y efectiva
Metodología docente	1.Yo uso la metodología que aprendí de los profesores que a mí me enseñaron. Me parece que es la más pertinente y avanzada que se puede utilizar
Medios y Recursos	1.Pizarra, libro de texto, calculadoras y computadoras 2.Uso el computador para videos y muchos ejercicios, aunque el pizarrón es básico, allí se da la mayor parte de la información. 3.Los libros de texto y guían también ayudan bastante a la hora de enseñar

Tabla 22. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Estrategias de Enseñanza –Estudiantes

Categoría	Extracto de entrevista -Profesores
Diseño de las estrategias	1.Yo creo que a veces el profesor siempre usa la misma manera para enseñar y se hace difícil a veces comprender la información sobre todo cuando habla de funciones y todas esas cosas 2.Bueno a veces entiendo y a veces no comprendo nada porque el profesor habla muy rápido o salta a puntos que no ha explicado y que imagino el supone que uno lo sabe

Metodología docente	1.Creo que es buena porque sabe lo que está explicando y se apasiona con la matemática. A mi honestamente no me gusta para nada, pero es una materia que debemos ver para poder pasar de año y seguir a la universidad.
Medios y Recursos	El profesor siempre usa la pizarra y le gusta que hagamos ejercicios del libro. A veces nos lleva videos para que aprendamos de manera más fácil, pero yo a veces tampoco entiendo,

Tabla 23. *Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Estrategias de enseñanza -Profesores*

Categoría	Subcategoría	Especificidad de la información de los profesores
Diseño de las estrategias	Actividades organizadas	Las actividades en las asignaturas de matemáticas siempre están bien organizadas y creo que son variadas para que ellos puedan aprender fácilmente
Metodología docente	Métodos de enseñanza	Usos varios métodos para enseñar sobre todo las formas en las que yo aprendí y las que me enseñaron en la universidad donde estudié.
Medios y Recursos	Materiales didácticos	Yo uso muchos materiales didácticos para que los jóvenes aprenden desde cuadernillos, guías, los libros de texto., y también usos videos en la computadora para que ellos sientan que se usan diferentes formas para que aprendan

Tabla 24. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Estrategias de enseñanza -Estudiantes

Categoría	Subcategoría	Especificidad de la información de los profesores
Diseño de las estrategias	Plan de acción	Loa profesores siempre tienen todo anotado en su plan de evaluación y otros también llevan un cuaderno con todo lo que nos explican, se ve que son organizados que llevan un plan de trabajo bien detallado para poder explicarnos todo en orden
Metodología docente	Apoyo pedagógico	Yo no me quejo de verdad todos los profesores de matemáticas siempre me ayudan y me explican cuando no entiendo y si no me repiten todas las veces que sea necesario, pero ya creo que soy yo porque no me gusta la matemática
Medios y Recursos	Impresos y digitales	Los profesores de verdad usan variedad de formas y materiales que me ayudan a aprender, hasta preparan guías y cuadernillos que ellos llaman para que hagamos más ejercicios de los normal

En la destacada la Codificación se presenta el surgimiento de las categorías asociadas a la Dimensión Estrategias de aprendizaje mostradas en la tabla 24, lo que permitió elaborar explicaciones, agrupando los hallazgos del estudio y optimizándola con la contribución del marco teórico referencial. A continuación:

Tabla 25. Categorías emergentes asociadas a la Dimensión

Dimensiones	Categoría	Sub-categoría	Profesor	Estudiante
Estrategias de enseñanza	Diseño de las estrategias	Actividades organizadas	√	
		Plan de acción		√

Metodología docente	Métodos de enseñanza	V
	Apoyo pedagógico	V
Medios y recursos	Materiales didácticos	V
	Impresos y digitales	v

Luego de mostrar los elementos relevantes de la Dimensión de Estrategias de enseñanza se prosigue a continuación con la dimensión de estrategias de aprendizaje.

Dimensión Estrategias de aprendizaje

Tabla 26. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Estrategias de aprendizaje –Profesores

Categoría	Extracto de entrevista -Profesores
Técnicas de estudio	<p>1.La variedad de técnicas de estudio que se utilizan en clases permiten un mejor y mayor aprendizaje desde múltiples perspectivas</p> <p>2.Algunas técnicas son tan poderosas como la asociación, la competición, la practica continua y repetitiva, la cooperación en el trabajo, entre otras...</p>
Herramientas procedimentales	<p>1.La idea es que haya siempre una secuencia de operaciones matemáticas que se trabajen de manera cognitiva para que los estudiantes puedan procesar la información</p> <p>2.Mientras más herramientas procedimentales se utilicen mucho mejor para el aprendizaje de la matemática</p>
Tutorías entre estudiantes	<p>1.Las tutorías entre los que más saben y dominan las matemáticas a los que la dominan menos, les permite ayudarse mutuamente y reforzar el aprendizaje</p> <p>2.También es descubierto que les permite a ellos desarrolla la confianza</p>

Tabla 27. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Estrategias de aprendizaje–Estudiantes

Categoría		Extracto de entrevista -Profesores
Técnicas de estudio	de	1.Me han enseñado muchas técnicas para mejorar mi manera de aprender y la forma en que se aprende. He realizado muchas actividades y siempre el profesor me apoya para sea mejor en mi aprendizaje.
Herramientas procedimentales		1.Todo lo que hacemos en el salón de clases lo hacemos con mucha paciencia, con calma y preguntando lo que no entendemos para lograr avanzar, aunque a mí me cueste.
Tutorías entre estudiantes	entre	1.El profesor a mí me ha colocado al lado de un compañero que domina las clases y entiende todo con facilidad, me gusta que él me explique porque siento más cercanía en decirle lo que no comprendo.

Tabla 28. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Estrategias de aprendizaje -Profesores

Categoría	Subcategoría	Especificidad de la información de los profesores
Técnicas de estudio	de Estrategias de estudio	de Hay variedad de estrategia que los profesores hemos enseñado y que dicen que debemos integrarlas para complementar a la hora de ellos hacer los apuntes
Herramientas procedimentales	Promoción del aprendizaje	del Se deben aplicar las más idóneas para lograr que se promueva el aprendizaje de la matemática de una manera más eficaz y que abarque diversos contenidos
Tutorías entre estudiantes	Estilos de aprendizaje	de Hay formas de trabajar las matemáticas y la idea es aplicar las más sencillas y cortas para que aprendan más rápido y mejor, con tanto que desarrollen mejor su estilo de aprendizaje

Tabla 29. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Estrategias de aprendizaje -Estudiantes

Categoría	Sub-categoría	Especificidad de la información de los profesores
Técnicas de estudio	de Logro objetivos	de La idea propicia del profesor es que logremos el objetivo que está pautado en una fecha y nosotros trabajamos con él para que se logre, a veces el tiempo se pasa y él debe flexibilizar para lograrlo
Herramientas procedimentales	Procesamiento de la información	Los procesos que debemos cubrir y las acciones nuestras son las que hacen un mejor trabajo, aprender matemáticas y las funciones reales...
Tutorías entre estudiantes	Ritmos de aprendizaje	de Yo soy muy lento y no muy bueno en matemáticas por eso es importante que el ritmo del profesor no sea tan apresurado. Cuando me concentro y no me presionan logro aprender mejor

Finalmente, luego de la Codificación Axial han surgido las categorías asociadas a la Dimensión Estrategias de aprendizaje mostradas en la tabla 29, a manera de elaborar explicaciones, a través de los hallazgos del estudio y optimizándola con la carga del marco teórico referencial.

Tabla 30. Categorías emergentes asociadas a la Dimensión

Dimensiones	Categoría	Sub-categoría	Profesor	Estudiante
Aprendizaje	Técnicas de estudio	de Estrategias de estudio	√	
	Herramientas procedimentales	Logro de objetivos		√

Tutorías entre estudiantes	Promoción del aprendizaje	V
Técnicas de estudio	Procesamiento de la información	V
Herramientas procedimentales	Estilos de aprendizaje	V
	Ritmos de aprendizaje	v

Con respecto a la Dimensión de estrategias metodológicas se tienen las siguientes tablas

Dimensión Estrategias Metodológicas

Tabla 30. *Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Estrategias metodológicas–Profesores*

Categoría	Extracto de entrevista -Profesores
Aprendizaje interactivo	<p>1.Es una manera de enseñarles de forma efectiva a través de una comunicación fluida, colaborativa y activa</p> <p>2.Está basado en la enseñanza integral de una manera más dinámica e innovadora y es el estudiante un ente activo en el proceso</p>
Construcción del conocimiento	<p>1.Se da a través de los procesos de análisis que se convierten en la comprensión de la vivencia del otro</p> <p>2.Son las aproximaciones sucesivas las que permiten que se construya el conocimiento</p>

Tabla 31. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Estrategias metodológicas –Estudiantes

Categoría	Extracto de entrevista -Profesores
Aprendizaje interactivo	1.A mí me gusta como los profesores de matemática me han dado las clases, lo animan a uno a ser mejor, a aprender y creo que buscan la manera con paciencia de enseñarnos
Construcción del conocimiento	1.los ejercicios que hacemos siempre van de lo más fácil a lo más complejo y se realiza por partes para luego ver el todo 2.No me gusta la matemática, pero no me toca más que salir adelante

Tabla 32. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Estrategias metodológicas -Profesores

Categoría	Subcategoría	Especificidad de la información de los profesores
Aprendizaje interactivo	Enfoque integral	Permite relacionar, sintetizar e integrar los conocimientos matemáticos de forma coherente y de acuerdo al nivel de complejidad
Construcción del conocimiento	Rigurosidad	Es importante ser minuciosos, precisos a veces un poco severos en la enseñanza

Tabla 33. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Estrategias metodológicas -Estudiantes

Categoría	Subcategoría	Especificidad de la información de los profesores
Aprendizaje interactivo	Participación	Las clases son democráticas, todos participan y se manifiesta el interés por el tema cuando hay comunicación activa entre todos
Construcción del conocimiento	Gestión del conocimiento	En el salón todos tenemos los mismos intereses y necesidades de aprender para ser profesionales a futuro por eso aprovechamos los conocimientos e

intercambiamos información de manera organizada

Culminada la Codificación Axial es de destacar el surgimiento de las categorías asociadas a la Dimensión estrategias metodológicas mostradas en la tabla 34, desde aquí ya fue posible elaborar explicaciones, fusionando los hallazgos del estudio y optimizándola con la contribución del marco teórico referencial.

Tabla 34. *Categorías emergentes asociadas a la Dimensión*

Dimensiones	Categoría	Sub-categoría	Profesor	Estudiante
Estrategias metodológicas	Aprendizaje interactivo	Enfoque integral		
		Participación		v
	Construcción del conocimiento	Rigurosidad	v	
		Gestión del conocimiento	del	v

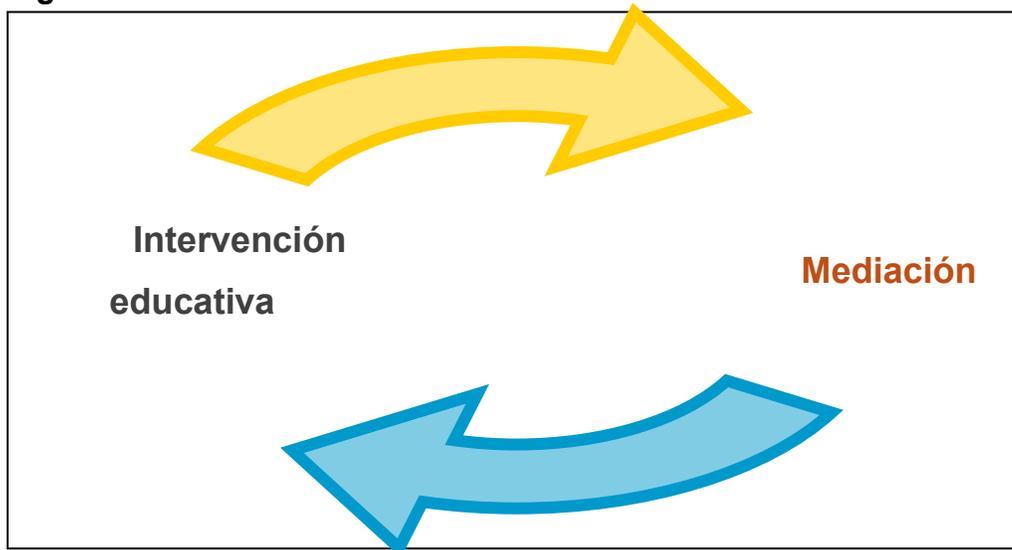
Concebir un cuerpo de proposiciones asociadas a la Idoneidad Didáctica del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, en protocolos aplicados en la construcción del concepto de función, que contribuyan con la generación una teoría que fortalezca la práctica matemática en Educación Básica Secundaria en Colombia.

Desde la contextualización de los hechos, los conocimientos antepuestos, la disposición axiológica y el empirismo declarado por los entrevistados, en relación al tema investigado de construcción del concepto de función real que radica en las operaciones racionales y la composición de funciones son la base para construir nuevas funciones reales, en muchas ocasiones a partir de funciones elementales. Y se considerará la siguiente dimensión:

1. Intervención educativa. Radica en la reestructuración de la clase de acuerdo a las necesidades y los grados de transición. Se fundamenta en desarrollar competencias matemáticas usando procedimientos e interacciones con el mundo físico.

Los hallazgos para el tercer propósito específico, el autor los agrupa en una (1) dimensión (Figura11), considerando la información provista por los informantes clave. La dimensión comprende la Intervención educativa y la mediación.

Figura 11. Dimensiones del Estudio



Es pertinente revelar que bajo estas dimensiones subyace una articulación coherente de las dimensiones y que se estarán desarrollando lo largo de estas líneas. En este caso iniciaremos con las codificaciones de la Dimensión de Intervención educativa y mediación.

Dimensión Intervención educativa

Tabla 35. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Intervención educativa –Profesores

Categoría	Extracto de entrevista -Profesores
Formación integral	1.En todos los casos lo que se busca es la formación integral para potenciar la autonomía del estudiante, su criticidad, la expresión oral y su vida social
Saberes	1.Los aprendizajes son internos en y se exteriorizan mediante los saberes para construir los conocimientos. Son conocimientos

	<p>teóricos y práctico que se dan antes y durante el desarrollo de las actividades matemáticas.</p> <p>2.La realización de actividades escolares se basa en los materiales de consulta que concretan muchos contenidos</p>
Fases de una intervención	<p>1.Dentro de toda intervención se debe considerar el diagnóstico, el diseño, el desarrollo y la evaluación.</p> <p>2.Nuestro rol como docentes no sólo es proporcionar información, sino que uno es un mediador entre el estudiante y el ambiente, siendo un tutor, u facilitador, un guía en el acompañamiento.</p>

Tabla 36. *Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Intervención educativa–Estudiantes*

Categoría	Extracto de entrevista -Profesores
Formación integral	<p>1.Si la idea es ser siempre el mejor, pero tengo que ser buena persona, buen hijo, buen compañero de clases y muy buen estudiante. Eso nos hará mejores personas y al crecer más nos hará buenos profesionales en la vida.</p> <p>2.Como se dice cuando uno tiene que llenar muchas cosas en la vida, es ser integral, saber jugar deportes, saber de matemáticas, de ciencias, saber tratar a las personas y así, en fin, ser todo en la vida.</p> <p>3.Aunque las matemáticas no me gusten debo aprenderla y pasar con buenas notas por el sacrificio que hace mi familia.</p>
Saberes	<p>1.Hay que saber de todo, de muchas cosas y aprender todas las materias y pasarlas con altas calificaciones para poder pasar de grado.</p> <p>2.Aunque seamos jóvenes vamos aprendiendo un poco de cada cosa en la vida y eso es bonito.</p>
Fases de una intervención	<p>1.En muchos momentos de la vida hay que hacer intervención, pero en el caso del salón de clases si hay momentos que desde el inicio cuando hay deficiencias en el aprendizaje se tiene que intervenir al</p>

principio hacer el diagnóstico, luego hay que planificar y armar lo que se hará para luego ejecutar esos y evaluarlo. Es la única manera de apoyar a los estudiantes.

Tabla 37. *Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión intervención educativa-Profesores*

Categoría	Sub-categoría	Especificidad de la información de los profesores
Formación integral	Habilidades y destrezas	Corresponde a todas las cualidades positivas que las personas han desarrollado para ser mejores o mejorar procesos y situaciones
Saberes	4 saberes	Estamos al día, creo yo, en las planificaciones nos exigen que trabajemos con el aprender a hacer, aprender a ser, aprender a convivir y aprender a conocer y lo anterior permite que aflore lo más bonito de cada persona
Fases de una intervención	Diagnostico Diseño Ejecución Evaluación	Cada una de las fases para la intervención colaboran en la mejoría del proceso

Tabla 38. *Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Intervención educativa-Estudiantes*

Categoría	Sub-categoría	Especificidad de la información de los profesores
Formación integral	Motivación	Actualmente he leído sobre la emocionalidad que uno debe tener y que es importante tener motivación para superar las cosas, yo pienso que si el profesor nos motiva y nuestros padres también lo hacen uno sale adelante con animo
Saberes	Experiencias	Mientras uno más aprende, es más importante aprender más y más y como dicen hay que vivir

		para experimentar cosas y también compartir con los demás lo que nos ocurre,
Fases de una intervención	Nivelación	Los profesores me dicen que siempre tenemos deficiencias cuando llegamos de otro grado y que a ellos les toca arreglar las cosas y es cuando nos hacen exámenes de diagnóstico y luego las nivelaciones para estar al día con la materia

Finalizada la Codificación Axial es de destacar el surgimiento de las categorías asociadas a la Dimensión que se encuentra a continuación y que se denomina Mediación, lo que hizo posible elaborar explicaciones, fusionando los hallazgos del estudio y optimizándola con la contribución del marco teórico referencial.

Tabla 39. Categorías emergentes asociadas a la Dimensión

Dimensiones	Categoría	Sub-categoría	Profesor	Estudiante
Intervención educativa	Formación integral	Habilidades y destrezas	v	
		Motivación		v
	Saberes	4 saberes	v	
		Experiencias		v
	Fases de una intervención	Fases de intervención	v	
		Nivelación		v

Dimensión Mediación

Tabla 40. Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Mediación–Profesores

Categoría	Extracto de entrevista -Profesores
Resolución de conflictos	1.Para los estudiantes hay cierta complejidad en las matemáticas que les complica la vida como ellos dicen y muchas veces si

	<p>reprueban tienen malas situaciones en su familia, es cuando hay que mediar</p> <p>2.Los jóvenes en el salón tratan de no generar conflictos, pero hacia afuera es otra cosa, entre ellos y con sus familias cuando ven sus calificaciones.</p> <p>3.Las calificaciones son el aliciente de los estudiantes, ellos se esforzarán unos más que otros por entender y sacar buenas notas</p>
Mediador escolar	<p>1.Como maestros somos los principales responsables de mediar entre los estudiantes cuando discuten por escoger las temáticas a exponer, las buenas o malas calificaciones</p> <p>2.Cuando los padres maltratan a sus hijos por las calificaciones yo debo entrar en acción porque a veces se exceden y en otros casos ni siquiera están pendientes.</p> <p>3.Yo siento que a veces soy el cura de los muchachos que viven ciertas situaciones que son difíciles y no tienen con quien drenar.</p>

Tabla 41. *Codificación Abierta. Información de los participantes en la Dimensión Mediación–Estudiantes*

Categoría	Extracto de entrevista -Profesores
Resolución de conflictos	<p>1.Buena a veces si discutimos con nuestros compañeros por estarse copiando en los exámenes, o porque son flojos para estudiar, muchas veces también hacemos bullying y el profesor nos regaña.</p> <p>2.En mi casa me regañan y me pegan si llevan mala nota, eso me hace sentir mal y pues a veces les cuento a mis compañeros y a veces no porque me da pena</p>
Mediador escolar	<p>1, El profesor siempre me escucha cuando me siento mal por no haber sacado buenas calificaciones, menos mal que siempre me apoya y me dice que estudia para ser mejor persona.</p> <p>2.Siempre que yo con algún moretón el profesor converso con mi familia porque en deberían pegarme sino educarme y bueno se ha hecho mi amigo y me ayuda apoyándome en clases con otros</p>

compañeros que son buenos y me explican por eso me toca esforzarme más.

Tabla 42. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Mediación-Profesores

Categoría	Subcategoría	Especificidad de la información de los profesores
Resolución de conflictos	Liderazgo	Se tiene el deber de llevar correctamente a los grupos escolares tengan las diferencias que tengan Es posible liderar a los grupos con cierta fuerza y a la vez con debilidad, buscando un punto neutro para no afectar a ninguno Se hace compleja la interacción entre muchos jóvenes
Mediador escolar	Estrategias de mediación	La mayoría de las unidades a evaluar deben ser mediadas y apoyadas en las estrategias Hay que buscar la pacificidad en las situaciones Se complican por todo debe ser la edad juvenil que los hace alterarse rápidamente

Tabla 43. Codificación Axial. Información de los participantes en la Dimensión Mediación-Estudiantes

Categoría	Subcategoría	Especificidad de la información de los profesores
Resolución de conflictos	Dialogo	Hay que propiciar la comunicación entre las partes en conflicto y tratar de llegar a soluciones Se hace difícil a veces llevar grupos grandes por los conflictos que surgen entre ellos
Mediador escolar	Inteligencia emocional	Todos somos inteligentes nos dice el profesor y que siempre hay que medir lo que decimos y como lo decimos, pero a ves no es fácil cuando te sacan de tus casillas

Es que a veces me levanto de mal humor luego se me pasa y me da otra vez y bueno así voy ni yo me entiendo

Culminada la Codificación Axial es de destacar el surgimiento de las categorías asociadas a la Dimensión Mediación fue posible transformar explicaciones, juntando los hallazgos del estudio y apoyada en la contribución del marco teórico referencial.

Tabla 44. *Categorías emergentes asociadas a la Dimensión*

Dimensiones	Categoría	Sub-categoría	Profesor	Estudiante
Mediación	Resolución de conflictos	Liderazgo	v	
		Dialogo		v
	Resolución de conflictos	Estrategias de mediación	de v	
		Inteligencia emocional		v

Para finalizar la sección es de destacar que, a través del análisis realizado por el autor investigador, se permitió que por medio de los instrumentos se obtuvieran agraciados resultados para ser interpretados indudablemente, y al instante concluir que es de gran importancia el uso de estrategias diversas de manera organizada, que el tiempo debe tener un ritmo que permita aprender cómodamente y asimismo que a través de la mediación se pueda con trabajo colaborativa realizar todos los esfuerzos para que se enseñe de una manera abierta y flexible y se aprende de forma dinámica y según el estilo de cada quien. Actualmente en las aulas de clases, los estudiantes se comunican y aprenden a través de la producción oral y de expresar todo aquello que les ha gustado en su día a día, que han aprendido de sus vivencias, en sana convivencia y sin distracción a partir de lo recreativo y lo social.

CAPÍTULO V

IDONEIDAD DIDÁCTICA DEL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO DEL CONOCIMIENTO Y LA INSTRUCCIÓN MATEMÁTICA, APLICADA EN LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN REAL

Los procesos de enseñanza y los procesos de aprendizaje de las matemáticas basados en la valoración de la idoneidad didáctica deben ser observados y trabajados desde una perspectiva global. Se entiende la idoneidad como la articulación vinculada a las dimensiones implicadas en la instrucción matemática aplicada al concepto de función real: currículo, aprendizaje, enseñanza, estrategias de aprendizaje, estrategias de enseñanza, estrategias metodológicas, intervención educativa y la mediación. El procesamiento de información a lo largo de la investigación se realizó con el registro sistemático de la información permitió develar las interrogantes y los resultados con sus derivaciones. En el caso de esta investigación, desde un enfoque cualitativo, la información descriptiva, las propias palabras de los docentes y de los estudiantes permitieron avanzar en el estudio.

Proposiciones asociadas a la Idoneidad Didáctica del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, en la construcción del concepto de función.

La categorización de los elementos que directamente se concreta con las dimensiones viene fundamentado por el enfoque Ontosemiótico de la didáctica matemática constituyendo la configuración de procesos, objetos y relaciones. Dicha categorización y estructuración explica los fenómenos didácticos en términos de la complejidad onto semiótica. Los elementos teóricos intercalados se aplican al análisis del proceso de estudio elaborado en una experiencia de enseñanza referida a la noción de función con los informantes clave.

De manera amplia se estima presentar los siguientes conocimientos: (a) Idoneidad Interaccional. Como una herramienta teórico-metodológica para la reflexión profesional,

agrupada al grado en que un proceso de instrucción para el logro efectivo entre el aprendizaje de los estudiantes, y la instrucción dada por el profesor, y su entorno; (b) Epistémico. Como el grado de representatividad de los significados institucionales; (c) Cognitivo. Como el grado en que los significados implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los estudiantes; (d) Mediacional. Como la disponibilidad y ajuste de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso instruccional; (e) Afectiva. Como el grado de interés del estudiantado en el proceso de estudio; y (f) Ecológica. Como el grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo.

Los constructos que emergieron de la organización e interpretación de la información constituyen la esencia de la experiencia expresada como Currículo (Idoneidad Epistémica y Ecológica), Aprendizaje (Idoneidad Cognitiva y Afectiva) y Enseñanza (Interaccional y Mediacional); se describirán paso a paso.

Idoneidad en la didáctica matemática

Idoneidad ecológica

Para iniciar con la Idoneidad ecológica como parte del constructo de Currículo, es importante concebirla como el grado de adecuación en un plan formativo para aprender matemáticas de forma adecuada dentro del entorno en que se utiliza. Entendiendo por entorno a la actividad fuera del aula, en general la sociedad, la escuela, la pedagogía y la didáctica de las matemáticas. El proceso de estudio se genera en un contexto educativo con fines y valores ciudadanos y donde el docente es investigador y aporta conocimientos útiles sobre prácticas matemáticas y didácticas inteligentes.

La educación matemática crítica (Skovsmose, 1994) sugiere que la educación matemática debe estar basada en una sociedad democrática y colectivas en donde se puede desplegar el pensamiento crítico y alternativo. Asimismo la idoneidad ecológica posee conexiones del contenido matemático con otras áreas curriculares, siendo inter y transdisciplinar, la idoneidad ecológica asume indicadores como la adaptación al currículo a los contenidos, su implementación y evaluación; la apertura hacia la innovación didáctica; innovación fundada en la investigación y la práctica reflexiva; la

Integración de las tecnologías en el proyecto educativo; la adaptación social, profesional y cultural; los contenidos benefician a la formación socio-profesional de los estudiantes; la educación en valores con formación en valores democráticos, el pensamiento crítico y las conexiones intra e interdisciplinarias donde los contenidos se corresponden con otros.

Idoneidad epistémica

En cuanto a la idoneidad epistémica se entiende como el proceso de estudio matemático, tiene mayor idoneidad epistémica en la medida en que los contenidos que se pretenden ver se relacionan con los contenidos de referencia. En concordancia con los Principios y Estándares para la enseñanza de las matemáticas propuestos por el NCTM (2000) y las Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas” asumidas por Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2007) se presentan los indicadores de la idoneidad epistémica : las Situaciones-problemas basadas en situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación; el Lenguaje (aplicación de diferentes modos de expresión matemática, traducciones, nivel del lenguaje y su interpretación):

Las Reglas con definiciones y procedimientos claros, correctos, adaptados al nivel educativo dirigido; los Argumentos basados en explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo; las Relaciones entre los objetos matemáticos que se relacionan y conectan entre sí.

En cuanto a situaciones problemas se adjudica una concepción antropológica de la matemática, de modo que los objetos matemáticos emergen de las prácticas de los sujetos al afrontar ciertos problemas. La Teoría de situaciones didácticas de Brousseau (1997) y su relación directa con la Educación matemática realista de Van den Heuvel-Panhuizen y Wijers (2005), se fundamenta en la fenomenología didáctica de Freudenthal (1983; 1991), proponiendo el uso de problemas como medio de contextualizar las ideas matemáticas y generarlas a partir de la actividad de resolución, comunicación y generalización de las soluciones.

Los estudiantes de educación Básica secundaria en la asignatura de matemáticas, como un campo integrado, necesitan formular, enfrentar y resolver problemas complejos, ya que según Freudenthal (1991) las matemáticas son una actividad humana. Para el logro de una alta idoneidad epistémica se considerarán la selección y adaptación de situaciones/problemas a la didáctica de las Matemáticas como campo de investigación en cuanto a los problemas educativos en los componentes psicológicos, sociológicos, epistemológicos, políticos; no siendo así en el componente tecnológico de la educación matemática.

Idoneidad cognitiva

Para el constructo Aprendizaje (Idoneidad Cognitiva y Afectiva) considerando la información recolectada por los informantes clave, se definen cada uno de la siguiente manera. La Idoneidad cognitiva comprende el grado en que los contenidos trabajados son adecuados para los estudiantes en la zona de desarrollo potencial. Los componentes de idoneidad cognitiva se componen de Conocimientos previos de lo estudiado anteriormente y lo que el docente pretende alcanzar; también de las Adaptaciones curriculares a través de actividades de refuerzo y ampliación; las formas de evaluación apoyadas en las competencias conceptual, proposicional, comunicativa, argumentativa, procedimental; y comprensión situacional.

Se asume que el aprendizaje se basa en la apropiación de los significados institucionales a través de la participación de la comunidad en las prácticas creada en la clase. Existen principios mencionados por el NCTM (2000) sobre la enseñanza de las matemáticas y tienen relación directa con la idoneidad cognitiva, entre ellos tenemos principio de igualdad, principio de aprendizaje y el principio de evaluación. Los principios mencionados anteriormente se apoyan en la evaluación como elemento indispensable para proveer información útil tanto a los docentes como a los estudiantes.

Idoneidad afectiva

En cuanto a la Idoneidad afectiva, de acuerdo a los informantes clave se fundamenta en el grado de alcance, interés y motivación de los estudiantes. Los

componentes de idoneidad afectiva se corresponden con los Intereses y necesidades en situaciones donde se valoran las matemáticas en la vida cotidiana y profesional al promover la participación en las actividades y la perseverancia; las Emociones implicadas en la resolución de problemas matemáticos a través de prácticas operativas y discursivas sobre las creencias, actitudes, y valores. La idoneidad afectiva va psicológicamente relacionada con la idoneidad cognitiva, ambas permiten el logro de estados afectivos que interaccionen positivamente.

Idoneidad Interaccional

En lo que concierne al constructo Enseñanza se encuentran la idoneidad Interaccional y la Mediacional. La Idoneidad interaccional se fundamenta en la interacción al identificar y resolver conflictos de significado, benefician la autonomía en el aprendizaje y el desarrollo de competencias comunicativas. Las interacciones entre el docente y los estudiantes de Educación Básica secundaria sustentan en los principios de aprendizaje socio-constructivista valorando que los estudiantes asumen la responsabilidad del aprendizaje. Es decir, la aceptación de autonomía en el aprendizaje es un rasgo predominante de la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (1997), que se produce en situaciones didácticas en que los estudiantes son protagonistas en la construcción de los conocimientos pretendidos para una evaluación formativa de los aprendizajes.

En cuanto a los componentes relacionados con idoneidad interaccional se corresponden la Interacción docente-discente; la Autonomía; y la Evaluación formativa. Las conversaciones matemáticas que versan sobre las ideas de los estudiantes, proporcionan a los docentes un abanico amplio acerca del pensamiento de los estudiantes como participantes activos en el trabajo individual y grupal (Frankle, Kazemi y Battey (2007, p. 237). Según Freudenthal (1991) para la educación matemática uno de los principios fundamentales es dar a los estudiantes posibilidad a reinventarse, a ser guiados en la adquisición del conocimiento de manera activa y constructiva.

Idoneidad Medicional

Por Idoneidad mediacional y de acuerdo a la información arrojada por los informantes clave se entiende al nivel adecuación de los recursos materiales y temporales para el perfeccionamiento del proceso de didáctico. En el caso de los componentes relacionados se tienen las tecnologías, estas herramientas que pueden influenciar positivamente lo esencial en la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes en las matemáticas; el Número de estudiantes, horario y condiciones del aula; y el tiempo dedicado tanto presencial como virtual.

Con respecto a los primeros constructos en esta investigación, el autor se atreve a asegurar que, aunque tanto docentes como estudiantes de matemáticas, vivieron momentos de tensión, de alta carga laboral, y tuvieron notables relatos asociados a la fatiga, también hubo momentos durante el proceso y que se reflejaron en las entrevistas a profundidad que permitieron adecuarse a la realidad y lograr potenciar los procesos de enseñanza y de aprendizaje con idoneidad.

Enfoque Ontosemiótico y la Instrucción matemática

Para las siguientes categorizaciones y en comunicación con la información y el tema investigado, se estiman: (a) Enfoque Ontosemiótico de conocimiento. Como las contradicciones y dilemas en la pluralidad de las teorías relacionadas con la complejidad que esboza la investigación de la matemática en el proceso instruccional; y (b) Instrucción matemática. Como el proceso didáctico dirigido a sistemas de prácticas matemáticas relacionada con la construcción del concepto de función real. Continuando con la investigación en curso, los constructos relacionados van dirigidos a las Estrategias de enseñanza, estrategias de aprendizaje y estrategias metodológicas.

Los docentes de matemáticas y de otras áreas del conocimiento científico se encuentran con exigencias didácticas innovadoras en éstos nuevos tiempos, lo cual requiere una mayor atención por parte de las personas que están dedicadas a la investigación en el campo de la didáctica de la matemática.

La mayoría de los trabajos escritos sobre la educación matemática van dirigidas a la enseñanza, y queda poco espacio para la reflexión sobre el aprendizaje de las matemáticas, asimismo se han puesto en práctica muchas de las ideas didácticas

desarrolladas y validadas en los últimos años. Las diversas temáticas a trabajar dentro de las matemáticas en los niveles educativos se centran en la resolución de problemas (Schoenfeld, 1985; Guzmán, 1993; Sánchez y Fernández, 2003), la enseñanza por proyectos (Mora, 2003a; Da Ponte, Bruñera, Abrantes y Bastos, 1998), la enseñanza basada en las estaciones (Mora, 2003b), gamificación en la educación matemática (Fernández y Rodríguez, 1997), la experimentación en matemática, la demostración (Serres, 2002; Mora 2003c), las aplicaciones y su proceso de modelación (Blum, 1985; Mora, 2002), entre otras.

Las fundamentaciones teóricas de las concepciones de enseñanza de las matemáticas y, obviamente, de aprendizaje son muy amplias, al relacionarse con disciplinas como la pedagogía, la didáctica y las áreas afines a la matemática. En la didáctica de las matemáticas los estudiantes deben adquirir conocimientos matemáticos en y para diferentes situaciones, y fortalecer estrategias didácticas en el proceso de aprendizaje y enseñanza. Por lo que se debe profundizar en los métodos de aprendizaje y, las técnicas adecuadas para el desarrollo de la enseñanza.

En el proceso de aprendizaje y enseñanza, los docentes de matemáticas constantemente varían los métodos y estrategias, de acuerdo a los objetivos, propósitos, métodos, actividades, etc. En tal sentido, es importante considerar el dominio de la terminología matemática que, a diferencia de otras asignaturas, se cimienta en conceptos, términos y definiciones, siendo los términos matemáticos su esencia (Kline, 1985). Sin ellos tanto la sistematicidad y las estructuras como el significado del contenido matemático no tienen sentido. Es decir, los términos matemáticos metódicos, jerárquicamente y representados por un contenido que lo asemeja y lo contrasta de los demás porque son producto de representaciones de la realidad misma o usados con propiedad en el lenguaje común de la población.

Las definiciones matemáticas son exhibidas por los docentes al inicio del tratamiento de un explícito tema matemático, todo esto es muy formal y contradice los principios de una didáctica orientada a la acción y a la construcción de los conocimientos matemáticos. Se asume que las definiciones no son absolutas y surgen de la reflexión sobre los objetos y los hechos que determinan a los fenómenos sociales o naturales, tal

como lo señalaba Hans Freudenthal (1983), lo significativo persiste en la asimilación de las definiciones a través de su construcción a través del trabajo cooperativo (Röhr, 1997).

De la misma manera que las afirmaciones y proposiciones matemáticas se relacionan directamente con las afirmaciones y proposiciones matemáticas, que se manifiestan en reglas o teoremas demostrados. Las propiedades o relaciones entre términos matemáticos, a través de las definiciones permiten la conectividad y sistematización de esas propiedades. Las afirmaciones y proposiciones matemáticas, al igual que la resolución de problemas, constituyen realmente la esencia de esta disciplina.

Seguidamente, la inquietud por las demostraciones en matemáticas requiere complementar la elaboración reflexiva de reglas, teoremas y afirmaciones matemáticas en general. Las demostraciones en la matemática escolar, según diferentes estudios, han dejado de ser parte, de los planes de enseñanza, hace años se consideraba importante demostrar algunas cosas, como por ejemplo los teoremas de Thales y Pitágoras, que $\sqrt{2}$ es un número irracional, y así sucesivamente ; sin embargo estas demostraciones ya no se hacen y se han eliminado del currículo sin considerar que las matemáticas en las instituciones educativas está llena de reglas y teoremas, que necesariamente tienen que ser explicados, contruidos y demostrados en las clases.

Para Ojeda (2012) las estrategias se adaptan a la mayoría de las personas, que se aplican en el momento específico y en la clase acorde con el tema a tratar, en función de un aprendizaje efectivo. Aunado a lo anterior, la educación matemática se caracteriza por incorporar estrategias didácticas basadas en la participación y la demostración de reglas y teoremas para impulsar en los estudiantes la utilidad la necesidad de demostrar cosas, que, aunque sean afirmativas y procedan de los libros de texto o de los docentes de matemática, forjen inquietud por la autenticidad de tales afirmaciones (Polya, 1978).

En el caso del aprendizaje de procedimientos y algoritmos matemáticos, los procedimientos matemáticos se utilizan cuando se demuestra un teorema o se elabora un concepto matemático utilizando cierta lógica y secuencia de pasos. La educación matemática escolar está saturada por procedimientos y algoritmos, lo que contribuye a la formación matemática orientada hacia la resolución de problemas, los proyectos y las aplicaciones, los procedimientos y algoritmos matemáticos constituyen un elemento

del eslabón matemático, lo cual es en cierta forma mucho más complejo, compacto y profundo que la simple aplicación de un algoritmo matemático.

Estrategias: Enseñanza- Aprendizaje – Metodológicas

Continuando con la dimensión relacionada con las estrategias de enseñanza, estrategias de aprendizaje y estrategias metodológicas se corresponde lo siguiente:

En lo referido a las Estrategias de enseñanza las cuales corresponden al docente, se necesita el uso y aplicación de diversos recursos para realizar su labor, y favorecer el aprendizaje significativo en los estudiantes. En cualquier nivel educativo es importante reconocer diversas estrategias para elegir la más pertinente en concordancia con el contenido y temáticas a enseñar, así como a las características de los estudiantes, del contexto y del grupo.

Las estrategias de enseñanza comprenden el conjunto de procedimientos (métodos, técnicas y actividades) que utilizan los docentes para organizar, construir y lograr las metas planteadas en el proceso didáctico. Al explotarlas los docentes promueven en sus estudiantes un aprendizaje significativo, alejando el simple proceso de memorización y favoreciendo el análisis, la reflexión, la colaboración, así como una participación activa en el aula y fuera de ella. A continuación, se presentan algunas:

1. Mapas conceptuales y redes semánticas: son representaciones gráficas de esquemas de conocimiento (indican conceptos, proposiciones y explicaciones) que promueven una organización más adecuada de la información que se ha de aprender (mejora las conexiones internas).
2. Ilustraciones: Son representaciones visuales de los conceptos, objetos o situaciones de una teoría o tema específico (fotografías, dibujos, esquemas, gráficas, dramatizaciones, etcétera) con el fin de atraer y se mantiene la atención de los estudiantes, además se facilita la codificación visual de la información.
3. Analogías: Indican que una cosa o evento es semejante a otro y son útiles para favorecer el enlace entre los conocimientos previos y la nueva información que se ha de aprender.

4. Resúmenes: Es la estrategia que enfatizan de manera sintetizada los conceptos clave, principios, términos y el argumento central.

5. Objetivos: Son enunciados permiten al estudiante conocer la finalidad y alcance del material a estudiar y cómo manejarlo.

6. Preguntas intercaladas: Son cuestionamientos que el docente inserta en la situación de enseñanza o en un texto, que permite a los estudiantes practicar y consolidar lo que han aprendido, además favorece la resolución de dudas, así como la autoevaluación.

7. Organizadores previos: Contextualizar el contenido que se ha de aprender y se emplean antes de presentar formalmente el contenido nuevo.

8. Pistas tipográficas y discursivas: Son señalamientos para enfatizar y organizar elementos relevantes del contenido por aprender.

9. Estructuras textuales: Son organizaciones retóricas del discurso oral o escrito, que influyen en su comprensión.

10. Discusión guiada: Consiste en el intercambio informal de ideas para originar en los estudiantes la activación y movilización de los conocimientos previos de un contenido.

11. Aula invertida: consiste en la estrategia donde los contenidos son estudiados en casa, luego en el aula de clase se emplea lo aprendido en situaciones significativas.

Para continuar y fundamentar lo anterior, se presenta el aprendizaje basado en proyectos y el aprendizaje basado en problemas, que se describen a continuación: (a) Aprendizaje apoyado en Proyectos: El aprendizaje por proyectos se concibe como una estrategia integradora y de inclusión de diversas actividades en situaciones reales que demanden una solución o una comprobación relacionada a una utilidad social ; y (b) Aprendizaje fundamentado en problemas: se investiga, interpreta, argumenta y propone la solución a uno o varios problemas, creando una posible solución.

En cuanto a las estrategias para el aprendizaje, éstas se consideran un conjunto de métodos, técnicas y enfoques que se manejan para perfeccionar el proceso del aprendizaje y el de enseñanza, relacionándose con trabajo organizado para adquirir, comprender, organizar y aplicar el conocimiento práctico. Las estrategias de aprendizaje

propician el pensamiento crítico, la participación, y la resolución de problemas matemáticos, más allá de la simple memorización. Las ventajas más resaltantes se fundamentan en Mejorar la comprensión, Fortalecer la retención, Fomentar habilidades de pensamiento crítico, Promover la transferencia de aprendizaje y Cultivar habilidades metacognitivas.

Las características más resaltantes se basan en la Intencionalidad, Adaptabilidad, Participación activa, Transferibilidad, Motivación y autorregulación, siendo los estudiantes quienes establecen sus rutinas y metas de estudio de manera disciplinada, organizada y proactiva. A grandes rasgos se clasifican de la siguiente manera:

1. Estrategias cognitivas: se enfocan en los procesos mentales de comprensión, la memoria y el pensamiento crítico, usando técnicas como la síntesis, la visualización, la explicación y los mapas conceptuales.

2. Estrategias metacognitivas: Se fundamenta en el establecimiento de metas para que los estudiantes reflexionen sobre su avance por cuenta propia.

3. Estrategias socioafectivas: se enfocan en la interacción, colaboración y el bienestar emocional al aprender de forma colaborativa y cooperativa.

4. Estrategias de compensación: Se utilizan en hallar un enfoque o recurso alternativo para superar las dificultades en estudiantes con necesidades específicas.

5. Estrategias de aprendizaje digital: Se fortalece en los recursos tecnológicos, sus aplicaciones en el aula de clases de acuerdo a los temas y contenidos,

Las estrategias de aprendizaje se asocian directamente a las estrategias metodológicas y se definen como los procedimientos y recursos cognitivos, afectivos y psicomotores (Segura, 2010) se apoyan en el Aprendizaje Basado en Proyectos, Enseñanza Lúdico-didáctica, el Aprendizaje Basado en Problemas, Aprendizaje Basado en Casos y El aula Invertida, que se utilizarán en el aula de clases de acuerdo a su modelo de planificación y las estrategias análogas que se plantean dentro de la institución educativa.

Con la habilidad axiológica y el empirismo expuesto por los entrevistados, en relación al tema investigado de construcción del concepto de función real que radica en las operaciones racionales y la composición de funciones como basamento para construir nuevas funciones reales, a partir de funciones elementales como la función real

y su dominio y codominio, se categorizaron las últimas dos categorías de esta investigación: (a) Intervención educativa; y (b) la Mediación.

La Intervención educativa y la mediación

Como es de esperarse ambas categorías se relacionan directamente. La intervención educativa se fundamenta en un programa diseñado sobre acciones que ayudan a mejorar el aprendizaje, el desarrollo educativo y bienestar psicosocial del estudiante de Básica secundaria de Colombia. La idea es promover cambios sustanciales de conducta y de conocimientos en los estudiantes. Las intervenciones educativas se caracterizan por los programas concretos y limitados en el tiempo, se ajustan a las necesidades específicas de cada estudiante, son supervisadas por los padres y los profesionales de la institución educativa, y se permite que la familia y la institución educativa puedan evaluar el progreso estudiantil.

Una intervención educativa se realiza luego de un diagnóstico que determine las necesidades que deben ser atendidas, se plantean los objetivos generales y específicos, seguidamente se diseña una metodología que ayude a ejecutar los objetivos y para finalizar se realiza una evaluación global al clausurar las sesiones. El éxito se asegura al integrar los recursos materiales apropiados como libros de texto o digitales, materiales didácticos y dispositivos digitales entre otros.

En el caso de la mediación educativa, se considera un método para solucionar conflictos pacíficamente entre miembros de la comunidad escolar, basados en el diálogo y la búsqueda de acuerdos consensuados, con el apoyo de un mediador imparcial. La mediación educativa ofrece los siguientes beneficios: (a) Favorece la convivencia en el centro educativo, (b) Aumenta la capacidad de toma de decisiones de los implicados, (c) Contribuye a mejorar la autoestima y la responsabilidad ante los conflictos; y (d) Es una alternativa a las medidas disciplinarias y una forma de prevenir agresiones

El perfil de un mediador consiste en no tener autoridad para decidir o tomar parte de un bando, su rol consiste en escuchar las reflexiones y los razonamientos a fin de que las partes se escuchen y se entiendan. Asimismo, una mediación educativa será

voluntaria para las partes comprometidas. Es importante considerar que el mediador puede ser un estudiante, un profesor, el director, un padre o una madre, en función del tipo de conflicto y de las personas implicadas.

Para finalizar se destaca que, a través del análisis realizado por el autor investigador, se permitió que por medio de los instrumentos se obtuvieran complejos resultados para ser interpretados indudablemente, en este capítulo. En este sentido, concluir que es de gran importancia de los tipos de idoneidad, el uso de diversas estrategias, la intervención y asimismo que a través de la mediación se pueda con trabajo colaborativo realizar todos los esfuerzos para que se enseñe de una manera abierta y flexible y que se aprenda de forma dinámica y según el estilo de cada quien.

Actualmente en las aulas de clases, los estudiantes de Básica secundaria que participan en las clases de matemáticas se comunican y aprenden a través de la producción oral, resolver conflictos, demostraciones de problemas y de expresar todo aquello que les ha gustado en su día a día, que han aprendido de sus vivencias, en sana convivencia y sin distracción a partir de lo recreativo y lo social.

Enfoque Ontosemiótico de la didáctica matemática: Función real

Proposiciones finales

1. La idoneidad didáctica en la enseñanza de las matemáticas (concepto de función real) acepta características que lo hacen inmejorable.
2. La didáctica de las matemáticas en la Educación Básica secundaria. tiene como objetivo individualizar la enseñanza del concepto de función real.
3. Los estudiantes de Educación Básica secundaria presentan necesidades, intereses, niveles y habilidades de pensamiento abstracto diferentes.

La idoneidad didáctica del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, en protocolos aplicados en la construcción del concepto de función promueve una actitud reflexiva, lógica, razonada y orientada a la práctica y su perfeccionamiento. Los indicadores de idoneidad interaccional permiten al profesor valorar la relación de los estudiantes con los objetos matemáticos. Un docente de matemáticas debe aplicar constantemente los protocolos aplicados a la construcción del

concepto de función siendo competente en el conocimiento de las matemáticas, las estrategias adecuadas y en la metodología a utilizar para que el estudiante construya su propio conocimiento.

CAPITULO VI

CONSIDERACIONES Y REFLEXIONES FINALES

Consideraciones

La enseñanza de las matemáticas en la Educación Básica secundaria es esencial para el impulso intelectual de niños y adolescentes, y permite desenvolver el pensamiento lógico, razonar ordenadamente para tener habilidades críticas y reflexivas, basadas en actitudes y valores que contribuyan en la solidez del aprendizaje. El proceso de didáctico de las matemáticas es fundamental para transmitir conocimientos generales y específicos que refleja resultados positivos o negativos en los estudiantes manifestados en el rendimiento académico; lo que favorece el desarrollo intelectual para la toma de decisiones de manera lógica, ordenada, y razonada.

Las matemáticas son consideradas por los estudiantes como una de las asignaturas más tediosas y complejas dentro de las materias básicas: matemática, lengua y literatura, ciencias naturales, estudios sociales. Por consiguiente, Ruiz (2011) declara que la enseñanza de la matemática se fundamenta en resolver problemas y aplicar los conceptos y habilidades matemáticas para desenvolverse en la vida cotidiana. Las matemáticas hacen parte de la vida cotidiana y se necesita de ella en todos sus semblantes, ya se tienen infinitas aplicaciones y áreas de conocimiento, relacionadas con la política, economía y varias ciencias, siendo la asignatura de la matemática en Básica secundaria el único vínculo para entender el medio que rodea, que permite solucionar y resolver situaciones numéricas.

No obstante, las matemáticas dentro de las Instituciones educativas colombianas por lo general suele ser la asignatura más compleja y aburrida porque numerosas de las estrategias aplicadas por los docentes en el aula, no motivan al aprendizaje eficiente de las matemáticas. Es de suma importancia que el estudiante posea un papel activo en el aprendizaje, en donde el conocimiento adquirido valga como patrón para afrontar su realidad de una manera lógica y coherente. Se aplicaron instrumentos cualitativos y con

los hallazgos obtenidos se obtuvieron estas consideraciones y reflexiones respecto al proceso de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas, específicamente con la función real. Además, las opiniones son fruto de las encuestas y de una investigación bibliográfica con el propósito de evaluar la eficacia de la metodología empleada con respecto al área de las matemáticas.

La motivación del docente de matemática parte de la metodología de enseñanza de la matemática y sus estrategias dentro del aula de clases, solo así, puede darse el caso de reducir los índices de fracaso escolar, repitencia o la deserción escolar. En el caso de las estrategias, son las estrategias metodológicas las que finalmente ayudan a que el docente se oriente en su deber educativo., a su constante actualización y revisión de su planificación. El empleo apropiado de las estrategias de aprendizaje desarrolla en los estudiantes de las matemáticas un pensamiento formal, orientado a la resolución de problemas, profundización de conceptos matemáticos, y la demostración de los procedimientos matemáticos.

Es indispensable considerar nuevos enfoques, tendencias y perspectivas sobre estrategias de aprendizaje y estrategias de enseñanza que permitan potencializar y desarrollar los procesos cognitivos, operaciones mentales y habilidades cognitivas que ayudan a la toma de conciencia, la resolución de problemas y la comprensión del conocimiento matemático. Los docentes de matemática deben investigar y utilizar estrategias activas que fomenten las habilidades cognitivas de los estudiantes, y buscar la manera de motivar al estudiante hacia un aprendizaje eficiente, en donde no vea a la asignatura de matemáticas aislada o compleja de entender. Asimismo, el estudiante debe reflexionar acerca de su proceso e investigar más a fondo sobre el contenido que es impartido en la clase, llevando el conocimiento a un siguiente nivel investigativo, reflexivo y autónomo.

Reflexiones

A razón de los propósitos de esta investigación, se muestran las siguientes reflexiones y sugerencias que están orientadas a mejorar la práctica educativa en el área de matemáticas en básica secundaria de teorizar la idoneidad didáctica del enfoque

Ontosemiótico aplicada en la construcción del concepto de funciones reales en educación básica secundaria en Colombia

1. Formación continua para docentes de matemática: (a) Implementar programas de formación continua: los programas deben incluir talleres y seminarios sobre la idoneidad didáctica del enfoque Ontosemiótico, así como estrategias de aprendizaje, de enseñanza y metodológica para integrar dimensiones cognitivas, emocionales, sociales y culturales en la enseñanza; y (b) Crear espacios de intercambio: establecer espacios regulares para que los docentes de matemática en educación Básica secundaria puedan compartir sus experiencias, percepciones y buenas prácticas relacionadas con la implementación de un enfoque integral y ontosemiótico.

2. Estos espacios educativos fomentan el aprendizaje colaborativo y el intercambio de ideas innovadoras, para ello es importante: (a) Establecer mecanismos de evaluación y retroalimentación: permitir a los docentes reflexionar sobre su práctica pedagógica en el área de las matemáticas y ajustar sus métodos para mejorar la efectividad en la construcción del concepto de funciones reales.

3. Fomento de prácticas pedagógicas innovadoras: (a) Mejorar la infraestructura tecnológica en las aulas de clase: proporcionar acceso a herramientas digitales y conectividad adecuada permitirá a los docentes y estudiantes de educación Básica secundaria utilizar recursos tecnológicos para enriquecer el proceso de enseñanza y de aprendizaje; y (b) Documentar y difundir prácticas exitosas: publicar, presentar en conferencias y compartir en plataformas digitales las prácticas pedagógicas que estimulan la construcción del concepto de funciones reales, permitiendo a otros docentes conocer y aplicar estas estrategias en sus propios contextos educativos.

4. Promover proyectos matemáticos creativos: (a) Al implementar talleres de funciones reales, proyectos de investigación y dinámicas de resolución de problemas en diversas áreas del conocimiento para desarrollar el pensamiento crítico y resolución de problemas de los estudiantes.

5. Fomento de la intervención educativa y la mediación: (a) Involucrar a la comunidad educativa: incluir a padres y miembros de la comunidad local como mediadores en los procesos de aprendizaje de sus hijos en el área de matemáticas, a fin

de enriquecer el proceso educativo y fortalecimiento de los lazos comunitarios y el sentido de pertenencia.

Se sugiere proporcionar un marco de acción concreto para que las instituciones educativas con Educación Básica secundaria en la región colombiana puedan adaptar un enfoque integral en sus prácticas pedagógicas matemáticas, fomentando así el pensamiento crítico de sus estudiantes y preparándolos para enfrentar los desafíos mundiales.

REFERENCIAS

- Almaguer, F. (2007). An onto-semiotic approach to representations in mathematics education. *For the Learning of Mathematics* 27 (2).
- Alsina, À. y Domingo, M. (2010). Idoneidad didáctica de un protocolo sociocultural de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, [Revista en línea] 13(1), 7-32. Disponible: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362010000100002&lng=es&tlng=es. [Consulta, 2020, Noviembre,8]
- Álvarez Cipamocha, A. F., y Leguizamón Romero, J. F. (2018). Análisis Ontosemiótico de la noción de función en el currículo institucional: el caso de una Institución Educativa Tunjana. *Revista Redipe*. [Revista en línea]. Vol. 7 Núm. 9 (2018). Disponible: <https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/565>. [Consulta, 2020, Noviembre,10]
- Amaya, T. y Medina, A. (2013). Dificultades de los estudiantes de grado once al hacer transformaciones de representaciones de una función con el registro figural como registro principal. [Documento en línea]. Disponible: https://www.researchgate.net/publication/317436506_Dificultades_de_los_estudiantes_de_grado_once_al_hacer_transformaciones_de_representaciones_de_una_funcion_con_el_registro_figural_como_registro_principal. [Consulta: 2020, Noviembre 25]
- Amaya, T.R. (2016). Evaluación de los conocimientos didáctico-matemáticos de futuros docente de matemáticas al hacer transformaciones de las representaciones de una función. Tesis doctoral no publicada. Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED). España. Disponible: http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Tesis_TAmaya.pdf. [Consulta: 2020, Noviembre 25]
- Arias, F. y Rodríguez, K. (2014). Formación matemática en la educación secundaria desde la perspectiva de los estudiantes que inician estudios en la Universidad de Costa Rica. Disponible: <http://ve.scielo.org/pdf/pdg/v35n2/art08.pdf>. [Consulta: 2023, Marzo 13]
- Ausubel, D. (1983). *Psicología educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.
- Ausubel, D. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento: una perspectiva cognitiva*. Barcelona: Paidós.
- Azcarate, C., y Defelou, J. (1990). *Funciones y gráficas*. Madrid: Síntesis.
- Bachelard, G. (1978). *El racionalismo aplicado*. Buenos Aires: Paidós.

- Bagni, G. (2004). Una experiencia didáctica sobre funciones, en la escuela secundaria. Departamento de matemáticas. Universidad de Roma "La Sapienza" (Italia). Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 7, 1.
- Barberá, E., y Gómez, C. (1996). Las estrategias de enseñanza y evaluación en matemáticas. En C. Moreno, y I. Solé, El asesoramiento psicopedagógico: una perspectiva profesional y constructivista (págs. 383-404). Madrid: Alianza.
- Berciano, A., Ortega del Rincón, T. & Puerta, M. (2015). Aprendizajes de las interpolaciones gráficas y algebraicas. Análisis comparativo. Enseñanza de las Ciencias, 33(3), 43-58.
- Brousseau, B. (1997). Theory of didactical situations in mathematics. Dordrecht: Kluwer A.
- Brousseau, G. (1997). Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques, 7 (2), 33-115.
- Carlson, M. y Oehrtman, M. (2005). Key Aspects of Knowing and Learning the Concept of Function. Research Sampler, MAA
- Cassiani SB, Caliri MHL, Pelá NTR. (1996). A Teoría Fundamentada nos Dados como abordagem da pesquisa interpretativa. Rev latinoam Enf. 1996. [Revista en línea];4(3):75-88. Disponible en: <http://www.scielo.br/pdf/rlae/v4n3/v4n3a07>. [Consulta: 2020, Noviembre 25]
- Chamorro, M. (2005). Didáctica de la Matemática para Primaria. Madrid, España. Pearson Educación, S.A.
- Cole, M. (1999) Psicología cultural. Madrid: Morata
- Coll, C. (2001). Constructivismo y educación: la concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje. En C. Coll, J. Palacios y A. Marchesi (comps.), Desarrollo psicológico y educación 2. Psicología de la educación escolar (pp. 157–186). Madrid: Alianza Editorial.
- Cubero, R. (2005). Elementos básicos para un constructivismo social. Avances en psicología
- D'Ambrosio, U. (2008). Etnomatemática. Eslabón entre las tradiciones y la modernidad. México: Limusa
- D'Amore, B., Godino, J. y Fandiño, M.I. (2008). Competencias y matemática. Bogotá: Magisterio.

- Deslauriers, J. (2004). Investigación cualitativa Guía práctica Editorial Papiro Pereira Colombia.
- Devia, R. y Pinilla, C. (2012). La enseñanza de la matemática: de la formación al trabajo de aula. Disponible: <http://www.saber.ula.ve/bitstream/handle/123456789/36831/articulo15.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. [Consulta: 2023, Marzo 13]
- Díaz, E., Arguedas, A. y Porras, J. (2012). Aplicación de nuevas técnicas y estrategias del aprendizaje cooperativo y significativo en la enseñanza de la matemática: dos alternativas que sustentan la capacitación y/o preparación del joven del siglo XXI en el continuo devenir humano. Argentina: El Cid.
- Díaz, F. (2002). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. México: Mc Graw Hill.
- Duval, R. (1999). Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. (M. Vega, Trad.) Cali: Síntesis. Editorial Archidona
- Eisenberg, T. (1991). Functions and associated learning difficulties. En D. Tall, (Ed.) Advanced mathematical thinking. Dordrecht: Kluwert, p. 140-152.
- Eisenberg, T. (1992). On the Development of a Sense for Functions, The Concept of Function, Aspects of Epistemology and Pedagogy, G. Harel and E. Dubinsky (Eds.), MAA Notes Volume 25, 153 - 174.
- Fandiño, M. I. (2006), Currículo, evaluación y formación docente en matemática, Bogotá, Magisterio.
- Font, V. y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de docente. Educação Matemática Pesquisa, 8 (1), 67-98.
- Font, V. (2018). The philosophy of mathematics education. London, UK: Falmer Press.
- Franke, M. L., Kazemi, E. y Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. En F.K. Lester (ed.), Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 225-256). Charlotte, NC: NCTM & IAP.
- Freudenthal, H. (1967). Why to teach mathematics so as to be useful. Educational Studies in Mathematics, 1, 3-8.
- Freudenthal, H. (1983). Didactical phenomenology of mathematical structures. Dordrecht: Reidel.

- Freudenthal, H. (1991). Revisiting mathematics education. China Lectures. Dordrecht: 19 Kluwer Academic Publishers.
- Fuentes, C. y Martínez, J. (2016). ¿Qué concepciones favorecen el desarrollo de propuestas en el enfoque sociocultural?: Una experiencia con estudiantes para docente de la LEBEM1. ISSN: 1815-0640. Número 46. Junio 2016 Pág. 107-124
- Godino J. D. y Llinares, S. (2000). El interaccionismo simbólico en educación. matemática. Educación Matemática, 12 (1) 70-92.
- Godino, J. C., Batanero, C., Font, V. y Giacomome, B. (2016). Articulando conocimientos y competencias del docente de matemáticas: el modelo CCDM. Investigación en Educación Matemática XX. Málaga: Ed. SEIEM, 2016. p. 288-297.
- Godino, J. C. (2022). La idoneidad didáctica como herramienta de análisis y reflexión sobre la práctica del docente de matemáticas. [Documento en línea]. Disponible: http://villarrica.uc.cl/files/matematica/trabjaosnac_int/CI%2003.pdf. [Consulta: 2020, Noviembre 25]
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. Recherches en Didactique des Mathématiques 22, (2/3), 237–284.
- Godino, J. D. (2007). Mathematical concepts, their meaning, and understanding. En: L. Puig y A. Gutierrez(Eds.), Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp. 2-417-424), Universidad de Valencia.’
- Godino, J. D. (2013). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. Didactiques des Mathematiques, 22 (2/3), 237-284
- Godino, J. D. (2014). Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. [Documento en línea]. Disponible: URL: http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_tfs.htm. [Consulta: 2020, Noviembre 25]
- Godino, J. D. (2024). Enfoque ontosemiótico en educación matemática. Fundamentos, herramientas y aplicaciones. McGraw Hill-Aula Magna. ISBN:9788410066519.
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. Didactique des Mathématiques, 14 (3), 325-355.-195). Dordrecht: Kluwer, A. P.

- Godino, J. D. y Font, V. (2003). Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. ISBN: 84-932510-7-0. [Documento en línea]. Disponible: <http://www.ugr.es/local/jgodino/>. [Consulta: 2020, Noviembre 25]
- Godino, J. D., (2009). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, XXVII (2), 221–252.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006) Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, XXVII (2), 221-252.
- Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26 (1), 39-88.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y Castro, C. de (2009). Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de la Matemática desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(1), 59–76
- Hitt F. (1997). Sistemas semióticos de representación del concepto de función y su relación con problemas epistemológicos y didácticos. *Investigaciones en Educación Matemática Vol. I* (Editor F. Hitt), Grupo Editorial Iberoamérica, México.
- Hitt F. (2000). *Funciones en Contexto. Proyecto sobre Visualización Matemática.* Departamento de Matemática Educativa. México. *Latinoamericana Vol.23*, 43-61.
- Hitt, F. (2014). Nuevas tendencias en la enseñanza del cálculo: la derivada en ambientes TICE. Departamento de Matemática. Universidad Quebec.
- Hjalmarson, M. A. y Lesh, R. (2008). Design research. Engineering, systems, products, and processes for innovation. En L. D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 520-534). New York: Routledge.
- Hjemslev, L. (1943). *Prolegómenos a una teoría del lenguaje.* Madrid: Gredos, 1971.
- Janvier, C. (1987). *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics.* Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum A.P.
- Justo, A. (2019). *Dominancia Cerebral e Inteligencia Emocional Percibida en Docente Del Instituto Pedagógico de Miranda José Manuel Siso Martínez.* Trabajo de

ascenso no publicado para optar a la Categoría de Titular. Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Caracas-Venezuela.

Kuhn, T. (1981). *Mis Segundos Pensamientos sobre Paradigmas*. Madrid: Tecnos (Original publicado en 1972 por University of Illinois Press bajo el título de *Second Thoughts of Paradigm*).

Lesh, R. y Sriraman, B. (2010). Re-conceptualizing mathematics education as a design science. En B. Sriraman y L. English (eds), *Theories of mathematics education. Seeing new frontiers*. (pp. 123-146). Heidelberg: Springer.

Lincoln, Y. y Guba, E. (1985). *Naturalistic Inquiri*. Beverly Hills: Sage Publications.

López, J. (2017). *Una perspectiva interpretativa desde la Educación Básica Venezolana*. Tesis de Doctorado no publicada. Universidad de Carabobo-Venezuela. Disponible: <http://mriuc.bc.uc.edu.ve/bitstream/handle/123456789/4369/jlopez.pdf?sequence=1>. [Consulta: 2020, Octubre 15]

López, L. (2015). ¿A qué le sueñan las matemáticas? Encuentro Distrital de Educación Matemática EDEM. Volumen 2, año 2015. ISSN 2422-037X (en línea). Disponible <http://funes.uniandes.edu.co/9866/1/Lopez2015A.pdf>. [Consulta: 2023, Marzo 13]

Lupo, C. (2015) *Capacitación de Docente en Matemática Contextual: Proyecto Exitoso en Brasil*. [Documento en línea]. Disponible: [http://www.cord.org/uploadedfiles/Brazil %5Freport%5FSpanish.pdf](http://www.cord.org/uploadedfiles/Brazil%5Freport%5FSpanish.pdf). [Consulta: 2020, Noviembre 25]

Marcelo, C. (2009). *Profesorado principiante e inserción profesional a la docencia*. Barcelona: Octaedro.

MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares*. Bogotá: Libros y libros S.A.

Moreira, M. A. (2011). *La teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área*. Publicación UFGRS, 1-28.

Morin, E. (1994). *Introducción al pensamiento complejo*. Barcelona: Gedisa.

OECD (2019). *Programme for international Student assessment (PISA) Results from PISA 2018*. Disponible https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_COL_ESP.pdf. [Consulta: 2023, Marzo 13]

Ojeda, N. (2012) *Estrategias, Recursos Instruccionales Y Producción De Medios*. ERIPROM LIBRO DIGITAL, 14-16 <https://upel.edu.ve/wp-content/uploads/2024/05/005-Estrategias-recursos-intruccionales-y-produccion-de-medios.pdf>

- Olarte (2015). *Trattato di semiotica generale*. Milano, Italia: Bompiani.
- Peirce, C. S. (1931-58). *Collected Papers of Charles Sanders Peirce*, 8 vols., C. Hartshorne, P. Weiss y A. W. Burks (eds.). Cambridge: Harvard University Press
- Pérez Serrano, G. (2007). *Desafíos de la Investigación Cualitativa*. Santiago de Chile, Centro de Formación de Docente
- Piaget, J. (1975). *Psicología y pedagogía*. Barcelona: Ariel.
- Piaget, J. (1979). *Tratado de lógica y conocimiento científico (1). Naturaleza y métodos de la epistemología*. Buenos Aires: Paidós.
- Planas, N. (2010). Algunas aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas a la didáctica del análisis infinitesimal. *Didactique des Mathématiques* 25 (2), 151-186.
- Planas, N. (2002). Enseñar matemáticas dando menos cosas por supuestas. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas* 30, 114–124.
- Planchart O. (1999). *Matemática desde el Contexto Biológico*. TI- CARES Hispano. Volumen 2.
- Quintero, C. y Cadavid, L. (2009). Construcción del concepto de función en estudiantes de octavo grado. *Décimo Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*. Pasto, Colombia.
- Radford, L. (2006). Introducción. *Semiótica y educación matemática*. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, Número especial, pp. 7-22.
- Reeuwijk, M. Van (1997). Las matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas* 12, 9–16.
- Reigeluth, C. M. (2000). ¿En qué consiste una teoría de diseño educativo y cómo se está transformando? En C. M. Reigeluth (Ed.), *Diseño de la instrucción. Teorías y modelos. Un nuevo paradigma de la teoría de la instrucción* (pp. 15-40). Madrid: Santillana
- Rico, L. (1997). Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria. En L. Rico, E. Castro, M. Coriat, A. Marín, L. Puig, M. Sierra, y otros, *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (págs. 15-38). Madrid: Ice-Horsori.
- Rocher, G., 1996, *Introducción a la sociología general*. Barcelona, Herder
- Rodríguez, J. (2015). *Metodología de la Investigación cualitativa*. Aljibe.

- Rojas, P. (2012). Articulación y cambios de sentido en situaciones de tratamiento de representaciones simbólicas de objetos matemáticos. Tesis Doctoral no publicada. Universidad Distrital Francisco José de Caldas-Bogotá-Colombia. Disponible: <https://repository.udistrital.edu.co/bitstream/handle/11349/16315/RojasGarzonPedroJavier2012.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. [Consulta: 2020, Noviembre 15]
- San Martin Cantero, D. (2014). Teoría fundamentada y Atlas.ti: recursos metodológicos para la investigación educativa. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*. Vol. 16, Núm. 1, 2014.
- Santos, E.C. de. (2012). Idoneidad de procesos de estudio del cálculo integral en la formación de docente de matemáticas: una aproximación desde la investigación en didáctica del cálculo y el conocimiento profesional. Tesis doctoral no publicada. Universidad de Granada-España. Disponible: http://www.ugr.es/~jgodino/Tesis_doctorales/Edson_Crisostomo_tesis.pdf [Consulta: 2020, Noviembre 20]
- Schneider, M. (2001). Praxéologies didactiques et praxéologies mathématiques à propos d'un enseignement des limites au secondaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 21 (1.2), 7-56. 20
- Schoenfeld, A. H. (1998). Toward a theory of teaching-in-context. *Issues in Education*, 4 (1), 1-94.
- Schoenfeld, A. H. (2000). Models of teaching process. *Journal of Mathematical Behavior*, 18 (3), 243- 261.
- Segura Castilla, C. J. (2010). Estrategias. Calameo, 1-16. Obtenido de <https://es.calameo.com/read/003309091e6d804b60311>
- Serrano, J. M., y Pons, R. M. (2011). El desarrollo del conocimiento matemático.
- Sfard, A. (2002). Balancing the unbalanceable: The NCTM Standards in the light of theories of learning mathematics. En J. Kilpatrick, Martin, G., & Schifter, D. (Eds.), *A Research Companion for NCTM Standards*. Reston, VA: National Council for Teachers of Mathematics.
- Shulman, L.S. (1986), Those who understand: Knowledge growth in teaching, *Educational Research*, vol. 15, núm. 2, pp. 4-14.
- Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht: Kluwer
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: Universidad de los Andes

- Spector, J. M. (2001). Philosophical implications for the design of instruction. *Instructional Science* 29, 381–402.
- Strauss, A. L. y Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa: técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundada* (1. ed.). Medellín: Editorial Universidad de Antioquia.
- Taylor. S. y Bogdan, R. (1996). *Introducción a los Métodos Cualitativos de Investigación*. España: Paidós.
- Torres, L. y Angulo, O. (2017) La articulación entre situaciones problema de Proyectos Productivos Agroindustriales y la función lineal y afín. *Revista Iberoamericana de Educación*. [Revista en línea]. Número 50. Agosto 2017. Disponible: <http://funes.uniandes.edu.co/17143/1/Torres2017La.pdf>. [Consulta: 2010, Octubre 13]
- Ugalde, W. J. (2014). Funciones: desarrollo histórico del concepto y actividades de enseñanza-aprendizaje. *Matemática, Educación e Internet*, 14(1), 1-48.
- UNESCO-UIS. (2019). Instituto de Estadística de la UNESCO P.O. Box 6128, Succursale Centre-Ville Montreal, Quebec H3C 3J7 Canadá
- UNICEF (2002). *Action for Children with Disabilities*, Documento de antecedentes, UNICEF, pág. 9.
- Villafuerte, J. (2019). *Tecnología de la Información y Comunicación y el desarrollo de la competencia comunicativa en inglés de los futuros docentes de lengua extranjera de Ecuador: propuesta intervención*. Tesis doctoral. Universidad del País Vasco. Disponible https://addi.ehu.es/bitstream/handle/10810/35071/TESIS_VILLAFUERTE_HOLGUIN_JHONNY%20SAULO.pdf?sequence=1&isAllowed=y. [Consulta, 2020, Marzo, 12]
- Vivar, C., Arantzamendi, M., López-Dicastillo, O. y Gordo, C. (2010). La Teoría Fundamentada como Metodología de Investigación Cualitativa en Enfermería. *Índex de Enfermería*, [Revista en línea]. 19(4), 283-288. Disponible http://scielo.isciii.es/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1132-12962010000300011&lng=es&tlng=es. [Consulta: 2020, Octubre 13]
- Voigt, J. (1985). Patterns and routines in classroom interaction. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 6 (1), 69-118.
- Vygotski, L.S. (1934). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*, 2ª edición. Barcelona, ESP: Crítica-Grijalbo, 1989.
- Wittman, E. C. (1995). Mathematics education as a „design science“. *Educational Studies in Mathematics*, 29 (4), 355-374.

Zodik, I. y Zaslavsky, O. (2008). Characteristics of teachers' choice of examples in and for the mathematics classroom, *Educational Studies in Mathematics*, 69(2),165-182.

Zuñiga, M. I. (2009). Un estudio acerca de la construcción del concepto de función, visualización en alumnos de un curso de Cálculo I. Tesis Doctoral no publicada. Tegucigalpa: Universidad Pedagógica Nacional Francisco de Morazán.

ANEXOS

Anexo A. Consentimiento informado

Consentimiento informado

Yo, _____, identificado con C.C. No. _____, profesional titulado en _____, con cargo institucional de _____, en la institución educativa _____, acepto participar voluntariamente en la entrevista semiestructurada basada en la investigación de la tesis doctoral titulada: **TEORÉTICA DE LA IDONEIDAD DIDÁCTICA DEL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO APLICADA EN LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE FUNCIONES REALES EN EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA EN COLOMBIA** elaborada por el docente **Edwing García**, profesional participante del Doctorado en Educación de la UPEL-IPC.

Yo declaro haber sido informado (a) de los objetivos, procedimientos del estudio y del tipo de participación. En relación con ello, acepto responder las preguntas orientadoras presentadas por la investigadora, a través de una entrevista que implica grabar audio, filmar un video y fotografiar con fines investigativos. Asimismo, que mi participación no involucra ningún daño o peligro para mi salud física o mental, que es voluntaria y que puedo negarme a participar o dejar de participar en cualquier momento sin dar explicaciones o recibir sanción alguna.

Asimismo, declaro saber que la información entregada será confidencial y anónima. Entiendo que la información será analizada por la investigadora, y los resultados derivados, serán utilizados sólo para este estudio. Por último, con mi firma CERTIFICO que he sido informado (a) sobre el objetivo de esta entrevista, de acuerdo con la fase de recolección de información, en el marco de la investigación arriba referenciada.

A los _____, del mes _____, y el año _____

Firma entrevistado

Firma entrevistador

Anexo B. Entrevista

Entrevista Semiestructurada dirigida a docentes

Fecha: _____

Nombre del proyecto de investigación: TEORÉTICA DE LA IDONEIDAD DIDÁCTICA DEL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO APLICADA EN LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE FUNCIONES REALES EN EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA EN COLOMBIA

Nombre del entrevistado: _____

Título Profesional: _____

Cargo profesional: _____

Tiempo de experiencia profesional: _____

Estimado docente

Esta entrevista tiene por objetivo acudir y valorar su experiencia profesional en área del grado transición, por lo tanto, se trata de un diálogo de saberes y vivencias que orientan su desarrollo profesional, así que siéntase a gusto, responda con honestidad y claridad en cada pregunta para garantizar la validez de la información y con ello, los resultados de esta investigación, que una vez culminada será socializada. Agradezco su tiempo y participación en este proceso de investigación.

El investigador

Propósitos específicos	No.	Pregunta
Develar las percepciones de docentes y estudiantes de 9no grado, con respecto a los protocolos utilizados por los docentes de matemáticas en la construcción del concepto de función real en Educación Básica Secundaria en Colombia.	1.	¿Qué retos y desafíos existen en la actualidad en el currículo, para desarrollar situaciones de apertura en las matemáticas para la construcción del concepto de función real?
	2.	¿Cuál considera son sus estrategias de enseñanza en relación la construcción del concepto de función real en Educación Básica Secundaria?
	3.	¿Qué impacto personal, familiar y social tiene la formación en matemáticas que reciben los estudiantes de 9no grado según las estrategias metodológicas?
	4.	¿Qué estrategias de aprendizaje y de mediación son utilizados por los docentes de matemáticas en la construcción del concepto de función real?
	5.	¿Qué procesos de intervención educativa y mediación desarrolla con los estudiantes del 9no grado para la construcción del concepto de función real?
	6.	¿Qué papel juega la motivación y la mediación en el desarrollo de los estudiantes de 9no grado de Educación Básica Secundaria en sus actividades escolares?
Establecer las contribuciones teóricas que proporciona la literatura especializada, asociada con la Idoneidad Didáctica del	7.	¿Cómo desarrolla las contribuciones teóricas y metodológicas relacionadas con la Idoneidad didáctica?
	8.	¿Cuáles son los aspectos pedagógicos y de intervención que usted prioriza en su práctica educativa para garantizar los procesos de aprendizaje y enseñanza de sus estudiantes?

Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, y la construcción del concepto de función real.	9.	¿Cuáles son las contribuciones teóricas que proporciona la literatura especializada, asociada con la Idoneidad Didáctica del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, y la construcción del concepto de función real?
	10.	¿Qué acuerdos basados en el currículum establecen entre docentes, a nivel conceptual y pedagógico, para la construcción del concepto de función real?
Concebir un cuerpo de proposiciones asociadas a la Idoneidad Didáctica del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, en protocolos aplicados en la construcción del concepto de función real, que contribuyan con la generación una teoría que fortalezca la práctica matemática en Educación Básica Secundaria en Colombia.	11.	¿Qué cree usted que sucede al interior de un estudiante para que se puedan desarrollar los saberes en los procesos matemáticos?
	12.	¿Cuáles son las proposiciones asociadas a la Idoneidad Didáctica del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática?
	13.	¿Qué papel juega el docente de matemática como mediador e interventor educativo en el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje?
	14.	¿Cuáles cree usted que deben ser las cualidades y/o competencias de un docente para la generación una teoría que fortalezca la práctica matemática en Educación Básica Secundaria?
	15.	¿Qué prácticas pedagógicas basadas en las estrategias usted garantiza en los procesos de enseñanza y aprendizaje para la construcción del concepto de función real?
	16.	¿Cuál debe ser la prioridad y el objetivo de la educación matemática para el 9no grado de

Educación Básica secundaria, de acuerdo con el mundo actual?

17. ¿Cuáles son los elementos para la generación de un cuerpo de proposiciones asociadas a la Idoneidad Didáctica del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, en protocolos aplicados en la construcción del concepto de función real?
-

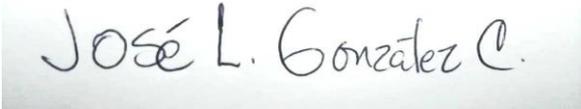
Anexo C. Validación del instrumento

“ENCUESTA SEMIESTRUCTURADA”

Cordial salutación:

Agradezco su tiempo y participación en este proceso de investigación. Este instrumento de validación tiene como propósito acudir y valorar su experiencia profesional con el fin de validar, otorgar aportes y sugerencias que ayudarán a la **TEORÉTICA DE LA IDONEIDAD DIDÁCTICA DEL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO APLICADA EN LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE FUNCIONES REALES EN EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA EN COLOMBIA** es decir que, todas las preguntas están orientadas a reconocer los conocimientos teóricos y prácticos del docente, así que siéntase a gusto, responda con honestidad y exprese con claridad su punto de vista para garantizar la validez de la información y con ello, los resultados de esta investigación, que una vez culminada será socializada.

Aspectos de Validación General del Instrumento

Nombre y apellidos	JOSÉ ENRIQUE GONZÁLEZ
PROFESIÓN	Doctor en Educación
(ocupación, grado académico y lugar de trabajo):	Universidad Pedagógica Experimental Libertador
	Especialista en Educación Matemática
e-mail	jenriquebell@gmail.com
Fecha de la validación	10/02/2024
Firma	

Aspectos	Observaciones
¿Las preguntas de la investigación son claras y comprensibles?	Si. las preguntas son claras y comprensibles. Se ajustan y al ser preguntas de entrevista semiestructurada dan la posibilidad de ampliar la respuesta.
¿Qué le parece Introducción Instrumento?	Clara, concreta y directa. Está bien detallada y describe del todos los elementos necesarios
¿Encontró preguntas que tienden a incomodar al entrevistado?	No, las preguntas se encuadran perfectamente sobre la base de respeto, el anonimato y el conocimiento profesional del entrevistado.
¿Las preguntas se refieren a un solo aspecto en la temática trabajada?	No precisamente, las preguntas son ajenas y en una misma pregunta se puede obtener información selecta de las temáticas relacionadas.
¿Las preguntas de alguna manera inducen a la (s) respuesta (s)?	No, el entrevistado debe analizar, pensar y reflexionar sobre su respuesta, haciendo que esta sea libre, descriptiva y extensa.
¿Las preguntas se apoyaron en ideas respaldadas socialmente o en evidencias comprobadas?	Las preguntas tienden a ampararse en evidencias comprobadas. Pueden ser contestadas desde la experiencia y conocimiento de los entrevistados.
¿El lenguaje es apropiado al nivel de los respondientes?	El lenguaje de las preguntas es apropiado, limpio, y está acorde al nivel de los entrevistados