



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO DE MARACAY
“RAFAEL ALBERTO ESCOBAR LARA”
DOCTORADO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS APLICADAS

Tesis presentada como requisito para optar al Grado de
Doctor en Educación Matemática

Autora: Kenny Piña
Tutor: Rolando García

Maracay, Noviembre de 2023



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
"INSTITUTO PEDAGÓGICO RAFAEL ALBERTO ESCOBAR LARA"
SUBDIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN Y POSTGRADO
COORDINACIÓN GENERAL DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
Línea de Investigación: Didáctica del Cálculo



ACTA DE APROBACIÓN

Nosotros, Miembros del jurado designado, Para la evaluación de la Tesis Doctoral Titulada: "DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS APLICADAS". Presentada por la Magíster: **Kenny Cecilia Piña Alba**, Titular de la cédula de identidad N°17.366.261. Para optar al título de Doctora en Educación Matemática, Estimamos que reúne los requisitos para ser considerada como:

Aprobada

Por generar una aproximación a un modelo didáctico tomando en cuenta la transposición didáctica que realizan los Docentes de Matemática II y las dificultades presentadas por los estudiantes en el estudio de las aplicaciones de la integral definida en la carrera de ingeniería civil de la Universidad Nacional Experimental Politécnica de la Fuerza Armada Nacional Bolivariana (UNEFA).

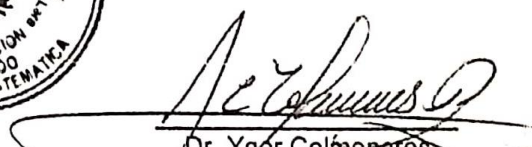
En Maracay a los quince días del mes de Febrero del año dos mil veinticuatro.


Dra. Rocío Báez
C.I: 9.656.777


Dra. Fátima Baptista
C.I: 12.339.312




Dra. Gladys Castillo
C.I: 14.665.721


Dr. Ygor Colmenares
C.I: 7.211.497


Dr. Rolando García
C.I: 12.855.448

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR

DEDICATORIA

A Dios quien provee en mi vida y dirige mis pasos, para ser el artífice de mis logros.

A mi amada madre, de quien aprendí el arte de enseñar. Su aplomo, paciencia e inteligencia han sido mi musa para forjar lo que soy hoy como profesional, porque mi esencia proviene de todo el amor y dedicación que ella ha depositado en mí.

A mi padre, por mostrarme lo que en realidad es importante en la vida y permitirme hacer de muchas de sus cualidades, las mías.

A mi hermano, porque mi vida no sería la misma sin él. Su amor y alegría alimentan mi alma y me motivan a seguir trabajando en pro de mis metas.

A mi esposo, que por ser el hombre que es, lo elijo cada día para amarlo, respetarlo y crecer junto a él. La admiración que tengo por muchas de sus cualidades, no solo me hace valorarlo aún más, sino que también ha sido inspiración para llevar a cabo algunos de mis proyectos.

Y finalmente, a todas aquellas personas que deciden seguir luchando a pesar de que las circunstancias sean adversas, porque son el vivo ejemplo de la perseverancia y más temprano que tarde, no solo alcanzarán lo propuesto, sino que sus esfuerzos fungirán como motivación para alguien más.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco,

Primeramente a Dios por concederme el privilegio de existir y por darme cada uno de los dones que me hacen ser quien soy. Todavía no pierdo el asombro por la forma en que dispone las cosas en mi vida, no porque sea algo increíble, sino porque es algo emocionante; atar cabos y darse cuenta de lo perfecto de sus planes.

A mi madre por su apoyo incondicional, por impulsarme y no permitirme desmayar, pues con dulzura me ayuda a recordar la capacidad que tengo para solucionar y superar los problemas que se puedan presentar.

A mi esposo, por darme su apoyo y mostrarse dispuesto a ayudarme en el logro de mi propósito, en su afán de verme brillar. Hemos aprendido tanto el uno del otro que estoy dispuesta a seguir conquistando sueños a su lado.

A cada uno de las personas que dedicaron parte de su tiempo y se mostraron dispuestos a colaborar para hacer posible la recolección de los datos, permitiéndome avanzar en la búsqueda de mi verdad, porque sin ellos no habría sido posible.

A mi tutor, por prestarme su apoyo y orientación, porque a pesar de ser su deber, valoro mucho sus enseñanzas y todos los conocimientos que ha podido compartir con mi persona a lo largo de estos años. Su dedicación y compromiso es digna de admiración y motivo de esperanza para futuras generaciones docentes.

Por último y no menos importante, a mi querida casa de estudio, porque en ella he tenido la oportunidad de crecer a través de las enseñanzas brindadas por su excelente grupo docente, quienes con ahínco me han ayudado a forjar las herramientas que me permitieron llegar a la meta y prepararme para este momento.

CONTENIDO

	pp.
LISTA DE TABLAS.....	viii
LISTA DE FIGURAS.....	x
RESUMEN.....	xiv
INTRODUCCIÓN	1
CAPITULO	
I EL PROBLEMA	
Planteamiento del problema.....	5
Objetivo General.....	14
Objetivos Específicos.....	14
Justificación e Importancia.....	15
II MARCO REFERENCIAL	
Antecedentes.....	17
Bases Teóricas.....	24
Referentes Teóricos.....	32
III MARCO METODOLÓGICO	
Paradigma de la investigación.....	40
Enfoque de la investigación	40
Método de investigación.....	41
Diseño y tipo de investigación.....	41
Procedimientos.....	42
Informantes claves.....	42
Técnicas e Instrumento de la investigación	43
Análisis de información.....	46
IV EL CURSO INTRODUCTORIO	
Análisis curricular programa de Matemática del Curso Integral del Nivelación Universitaria de la Universidad Nacional Politécnica de la Fuerza Armada Nacional Bolivariana.....	49
V EL PROGRAMA DE MATEMÁTICA II	

Análisis curricular del programa de la asignatura Matemática II del plan de estudio de ingeniería civil de la Universidad Politécnica de la Fuerza Armada Nacional Bolivariana.....	58
VI LOS LIBROS	
Organización Matemática del libro “Cálculo con Geometría Analítica”....	74
Criterios de completitud aplicados a la Organización Matemática del libro “Cálculo con Geometría Analítica”.....	81
Revisión de la Organización Didáctica del libro “Cálculo con Geometría Analítica”.....	85
Organización Matemática del libro “Cálculo Integral. Matemática II”....	92
Criterios de completitud aplicados a la Organización Matemática del libro “Cálculo Integral. Matemática II”.....	101
Revisión de la Organización Didáctica del libro “Cálculo Integral. Matemática II”.....	104
Organización Matemática del libro “Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas”.....	108
Criterios de completitud aplicados a la Organización Matemática del libro “Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas”.....	115
Revisión de la Organización Didáctica del libro “Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas”.....	117
Elementos comparativos entre los textos.....	123
VII EL DOCENTE	
Guiones de clase.....	127
Entrevistas a profesores de Matemática II.....	128
Definición de categorías.....	172
Triangulación.....	175
Análisis Didáctico.....	180
Algunas observaciones.....	197
VIII EL ESTUDIANTE	
Evaluación diagnóstica.....	203
Entrevistas.....	213

Definición de categorías.....	255
Triangulación.....	258
IX LA DIDACTICA	
Aproximación de modelo didáctico... ..	263
X CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	
Preguntas y respuestas.....	273
Objetivos y sus alcances.....	278
REFERENCIAS.....	284
SINTESIS CURRICULAR DE LA AUTORA.....	288
SINTESIS CURRICULAR DEL TUTOR.....	289

LISTA DE TABLAS

TABLA	pp.
1. Descripción de informantes claves.....	43
2. Descripción de Organización Matemática del tema de área entre curvas y centro de masa del libro de texto: Cálculo con Geometría Analítica, de Protter, M. y Morrey, C.....	74
3. Indicadores de completitud que se cumplen dentro del tema de área entre curvas y centro de masa del libro de texto: Cálculo con Geometría Analítica, de Protter, M. y Morrey, C.....	81
4. Descripción de Organización Matemática del tema de área entre curvas y centro de masa del libro de texto: Cálculo integral. Matemática 2, de Larson, R; Hostetler, R; y Edwards, B.....	92
5. Indicadores de completitud que se cumplen dentro del tema de área entre curvas y centro de masa del texto: Cálculo integral. Matemática 2, de Larson, R; Hostetler, R; y Edwards, B.....	101
6. Descripción de Organización Matemática del tema de área entre curvas, momentos y centro de masa del libro de texto: “Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas” de Stewart, J.....	108
7. Indicadores de completitud que se cumplen dentro del tema de área entre curvas y centro de masa en el libro de texto: “Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas” de Stewart, J.	115
8. Entrevista semi – estructurada a informante clave correspondiente a ingeniero con componente docente que ha estado a cargo del curso de Matemática II.....	129
9. Entrevista a informante clave correspondiente a profesor de matemática que ha estado a cargo del curso de Matemática II en ingeniería civil	136

10. Triangulación para categoría: Enseñanza de las Matemáticas Aplicadas...	175
11. Triangulación para categoría: Aprendizaje de las Matemáticas Aplicadas..	177
12. Triangulación para categoría: Currículo.....	179
13. Entrevista semi – estructurada a informante clave correspondiente a estudiante de ingeniería civil que recientemente aprobó el curso de Matemática II.....	213
14. Entrevista semi – estructurada a informante clave correspondiente a estudiante de ingeniería civil que recientemente aprobó el curso de Matemática II.....	237
15. Entrevista semi – estructurada a informante clave correspondiente a estudiante de ingeniería civil cursa materias de semestres avanzados.....	244
16. Triangulación para categoría: Enseñanza de las Matemáticas Aplicadas...	258
17. Triangulación para categoría: Aprendizaje de las Matemáticas Aplicadas..	259
18. Triangulación para categoría: Currículo.....	261

LISTA DE FIGURAS

FIGURA	pp.
1. Comparación del procedimiento para la resolución de una ecuación lineal y una inecuación lineal.....	52
2. Comparación del procedimiento para resolución de una ecuación cuadrática y una inecuación cuadrática.....	53
3. Comparación del procedimiento para derivar una función logarítmica aplicando y no aplicando las propiedades de logaritmo.....	54
4. Cálculo del límite de una función logarítmica.....	55
5. Cálculo del dominio de la una función tangente.....	56
6. Plan de estudio de ingeniería civil de la Universidad Nacional Experimental Politécnica de la Fuerza Armada Nacional Bolivariana.....	60
7. Imagen de sistema de puntos ponderados que se ubican en el plano xy de la teoría de centro de masa en el plano y momento estático con respecto a un eje.....	61
8. Imagen correspondiente a las definiciones de momento y centro de masa en el plano con base en la integral definida.....	62
9. Estructura que poseen los programas del plan de estudio (parte).....	67
10. Estructura que poseen los programas del plan de estudio (parte II).....	67
11. Ejemplo de tarea inversa donde el estudiante debe valerse de sus conocimientos de Geometría Analítica para calcular el área de la región encerrada por curvas de ecuación desconocida	68

12. Unidades temáticas donde es utilizada la integral definida y sus aplicaciones.....	72
13. Recorrido o exploración realizada por los autores para la construcción de la definición de área bajo la curva.	86
14. Recorrido establecido por los autores para la construcción de la técnica para el cálculo del centro de masa de una figura plana	87
15. Primera propuesta de los autores para dar solución al problema del cálculo del área limitada por la curva $y^2 = x$, y la recta $x = 4$	89
16. Segunda propuesta de los autores para dar solución al problema del cálculo del área limitada por la curva $y^2 = x$, y la recta $x = 4$	90
17. Cuarta propuesta de los autores para dar solución al problema del cálculo del área limitada por la curva $y^2 = x$, y la recta $x = 4$	91
18. Inscripción y circunscripción de polígonos regulares	105
19. Definiciones de área del rectángulo y del triángulo; y descomposición de otros polígonos regulares en triángulos.....	105
20. Resumen de la situación real planteada por los autores para introducir el tema de centro de masa.....	106
21. Aproximación del área en la medida que n es incrementado	119
22. Ejemplo comparativo de la integral definida desarrollada como el límite de la suma (utilizando definición y propiedades de sumatoria y límite) y como el resultado de una serie de propiedades, tablas y teoremas de la integral.....	120

23. Ejemplo donde se evidencia modificación de la técnica inicial.....	121
24. Esquema conceptual de área entre curvas.....	181
25. Esquema conceptual de centro de masa.	182
26. Resumen del análisis cognitivo de la planificación del ingeniero con componente docente.....	188
27. Resumen del análisis cognitivo de la planificación del profesor de matemática.....	189
28. Ejemplo de modelización para el cálculo de área entre curvas.	201
29. Representación gráfica del problema 1 de la evaluación diagnóstica.....	205
30. Representación gráfica correcta del problema 1 de la evaluación diagnóstica.....	206
31. Procedimiento analítico para el cálculo del área del problema 1 de la evaluación diagnóstica.....	206
32. Cálculo de los límites de integración del problema 2.a.....	208
33. Representación gráfica de las curvas del problema 2.a.....	208
34. Representación gráfica correcta del problema 2.a.....	209
35. Procedimiento analítico que aplicó el estudiante para calcular el área de la región.....	210
36. Resolución parcial que realizó el estudiante del problema 2.b.....	211

37. Región a calcular en el problema 3	212
38. Fases fundamentales para el estudio de un tema matemático.....	266
39. Proceso para el estudio de las Matemáticas Aplicadas (Arco de transformación de conocimiento).....	270
40. Ejemplo de problema matemático de aplicación	271
41. Organización, fundamentación y componentes de un programa	274

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO DE MARACAY
“RAFAEL ALBERTO ESCOBAR LARA”
DOCTORADO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
Línea de Investigación: Didáctica del Cálculo. Código D0086

DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS APLICADAS

**Tesis presentada como requisito para optar al Grado de
Doctor en Educación Matemática**

**Autor: Kenny Piña
Tutor: Rolando García
Fecha: Noviembre 2023**

RESUMEN

Mucho se ha dicho de las bondades que tiene el estudio de las matemáticas en el desarrollo intelectual de las personas. Ciertamente, durante las clases de matemática se presentan actividades que le permiten al estudiante ser lógico, razonar ordenadamente y tener una mente preparada para el pensamiento crítico y la abstracción, pero la mayoría de las veces, las actividades propuestas en el aula están más enfocadas hacia la adquisición de su componente tecnológico, que del práctico. Es por ello que se hace necesario desarrollar un dispositivo que ayude a dirigir la actividad matemática hacia su fin máspreciado, su razón de ser, porque es en ella que los estudiantes pueden encontrar motivación para desencadenar un proceso de aprendizaje con resultados significativos que les permita, no solo responder a los problemas habituales de la matemática, sino que también estén preparados para resolver situaciones reales (típicas o atípicas) propias de su campo de estudio. En este sentido, y para contribuir a tales fines, se realizó una investigación de campo no experimental bajo el paradigma interpretativo, de enfoque cualitativo, para la cual se llevó a cabo una revisión documental con base en el marco teórico de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, el Análisis Didáctico y las representaciones semióticas, además de aplicar una prueba diagnóstica y entrevistas semiestructuradas a informantes claves para categorizar y triangular los datos recolectados, y de acuerdo a los resultados obtenidos, atender los aspectos que podrían estar incidiendo en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las aplicaciones de integral definida.

Descriptores: Integral definida. Matemática Aplicada, Mejoramiento continuo

INTRODUCCIÓN

Durante mucho tiempo, la matemática ha sido considerada parte fundamental en la formación intelectual de las personas, ya que a través de ella se puede desarrollar el pensamiento crítico, justificar y validar resultados. En este sentido, la destreza matemática es importante en la toma de decisiones cuando se analizan los problemas y se buscan soluciones con los datos disponibles, debido a que su lenguaje permite describir e interpretar el mundo.

Además, por tratarse de una ciencia que progresa de forma continua, resuelve problemas prácticos e interactúa con otras ciencias, su aprendizaje, es valorado en la formación del individuo en cualquier nivel educativo, pero especialmente a nivel universitario, donde el futuro profesional debe desarrollar una serie de habilidades que le permitan no solo responder a las demandas habituales del campo laboral, sino que también esté en la capacidad de proponer soluciones a situaciones atípicas, a través de las herramientas analíticas que la matemática brinda.

El nivel de abstracción que conlleva la actividad matemática, a veces, hace difícil su comprensión porque sus conceptos no son visibles de manera directa, se requiere del manejo de los diferentes sistemas de notación simbólica para comunicar de modo coherente y preciso el producto de la actividad mental.

De igual manera, su divulgación, no es tarea fácil, no solo depende de la utilización de notaciones simbólicas precisas e inequívocas en cuanto a las informaciones que permiten representar, porque la construcción del conocimiento matemático es inseparable de la actividad concreta sobre los objetos, de la intuición y de las aproximaciones inductivas impuestas por la realización de tareas y la resolución de problemas particulares.

La experiencia y comprensión de las nociones, propiedades y relaciones matemáticas a través de actividades asociadas a la realidad, además de resultar una oportunidad para interpretar y utilizar correctamente la formalidad matemática, resulta ser una oportunidad para motivar y comprometer al estudiante en su aprendizaje.

De hecho, la activación del conocimiento matemático mediante la resolución de problemas reales no se consigue trabajando de forma mecánica situaciones que

pueden ser muy pertinentes y significativas para el docente, pero que pueden fácilmente no tener estas características para el estudiante.

Por tales razones, la propuesta de actividades dentro y fuera del aula, debe estar enfocada hacia el rescate de la razón de ser de la matemática en los pensum de estudios, para así poder obtener mejores resultados durante la práctica, es decir, los problemas deben estar contextualizados de acuerdo a los posibles escenarios que se le puedan presentar a los estudiantes, por lo que el docente debe hacer un esfuerzo, no solo al momento de organizar las secuencias de actividades desde el punto de vista del contenido matemático, sino también desde el punto de interés del pensum de estudio para el cual está elaborando el plan de acción, considerando aspectos que tal vez no le son familiares, pero que son necesarios. Esto puede ser un reto para el docente, que dependiendo de la perspectiva que tenga sobre los temas y su relación con otras ciencias, le resultaría laborioso o complicado de asumir.

Así, lo que se presenta a continuación, de alguna manera u otra, gira entorno a lo antes planteado y a la preocupación que se tuvo ante la dificultad que presentan algunos docentes al momento de explicar un contenido de aplicación de la matemática, que a pesar de tratarse de un tema relacionado con el área en la cual se especializaron, les es difícil al momento de diseñar actividades que asocien la teoría matemática con la realidad del estudiante, por tratarse de un contexto que no les es familiar.

Para dar respuesta a esa preocupación en función a las aplicaciones de la integral definida, era fundamental conocer cómo los docentes realizan la construcción de sus secuencias didácticas y las incidencias que tienen algunos aspectos epistemológicos dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Por lo tanto y para un mejor entendimiento de la investigación, se dividió el desarrollo de la misma en diez capítulos, los cuales se describen brevemente a continuación:

En el capítulo I se formula el problema de investigación, donde se relata la situación inicial que causó inquietud en la investigadora, además de encontrarse establecidos los objetivos generales y específicos, los cuales generarían el hallazgo de ciertos aspectos que fueron de utilidad para construir la aproximación.

En el capítulo II se presentan todos los aspectos relacionados con el marco teórico que se utilizó para el diseño de la propuesta. Además de poner en claro algunos aspectos que son de suma importancia para el entendimiento de lo presentado en próximos capítulos.

En el capítulo III se muestran todos los aspectos que forman parte del marco metodológico, como lo son el paradigma utilizado, el enfoque que se le dio a la misma, el método que se aplicó, técnicas e instrumentos utilizados con cada uno de los informantes claves, además de especificar el diseño, tipo de investigación y las técnicas de análisis de la información.

Por otra parte, en el capítulo IV, se identificaron algunos elementos del curso de nivelación que serían de utilidad para estudiar algunas incidencias en capítulos posteriores.

En cuanto al capítulo V, llamado: el programa de matemática II, resultó de gran ayuda en el estudio del significado de la integral definida dentro de la ingeniería civil, ya que a través de los requisitos de las asignaturas, los programas y la ayuda de un experto, se pudieron identificar las conexiones conceptuales y procedimentales que existen entre la integral definida y las materias propias de la carrera.

En el capítulo VI, se podrá observar la revisión de las Organizaciones Matemáticas y Didácticas realizada a los libros de textos más utilizados por los docentes que han estado a cargo del curso de Matemática II en ingeniería civil, las cuales fueron de ayuda para comprender de cierta manera, la secuencia de actividades propuestas por los docentes en el siguiente capítulo.

Para el capítulo VII, se presentan los hallazgos obtenidos en el análisis didáctico de los guiones de clase propuestos por los docentes, correspondiente a dos temas de aplicaciones de la integral definida.

En el capítulo VIII se podrán encontrar las dificultades acaecidas durante la evaluación diagnóstica y las reconocidas por los estudiantes, verificando algunos aspectos que los docentes dieron a conocer durante sus entrevistas en el capítulo anterior.

Ya para el capítulo IX, luego de recopilar y analizar toda la información obtenida en el desarrollo de las actividades anteriores, y con base en la necesidad de hacer un

aporte a la Didáctica de las matemáticas Aplicadas, se presenta una propuesta, con la cual se busca transformar las situaciones actuales en situaciones favorables para el aprendizaje de las aplicaciones de la matemática a otras ciencias.

Y finalmente, el capítulo X, donde se expusieron algunas conclusiones y recomendaciones con relación a la propuesta planteada.

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA

Planteamiento del Problema

En años anteriores, en Venezuela, el rendimiento que llevaba el estudiante durante su formación académica (expresado generalmente, a través del promedio de calificaciones obtenidas) en el sistema de Educación Básica, Media, Diversificada y profesional, era considerado para pronosticar cuál podría ser su desenvolvimiento a nivel universitario, aun así, se sabía que este no era suficiente para asignar adecuadamente a los aspirantes a determinada carrera, por lo que existían diferencias en los criterios con los cuales se valoraban los conocimientos adquiridos, por ello y con la finalidad de complementar la información mencionada se implementaron diferentes formas de ingresar al sistema de estudio universitario, como por ejemplo, la Prueba de Aptitud Académica aplicada por el Consejo Nacional de Universidades (CNU), la Prueba Interna aplicadas por la Universidad a la cual deseaba ingresar el estudiante, el Curso Introductorio, entre otros.

En el caso de la Prueba de Aptitud Académica, se llevaba a cabo a nivel nacional en todos los liceos públicos y privados e iba dirigida a los estudiantes que cursaban el último año de la Educación Media Diversificada y Profesional, la misma era obligatoria y tenía la finalidad de medir dos habilidades básicas: razonamiento verbal y razonamiento matemático. La prueba, no pretendía evaluar conocimientos específicos, sino la comprensión y aplicación de nociones básicas aprendidas por el estudiante durante su formación académica, para así obtener indicadores de la capacidad o potencialidad del individuo para abordar los estudios universitarios.

Si la calificación obtenida correspondía a la calificación requerida por alguna de las tres opciones solicitadas por el estudiante, el mismo era asignado y tenía la

oportunidad de formalizar su inscripción en un lapso determinado, de no hacerlo perdía su asignación y podía optar por la segunda modalidad mencionada anteriormente, someterse a la prueba interna.

Para presentar la prueba interna de cualquier universidad, el estudiante debía cumplir con una serie de requisitos que consignaría en un tiempo determinado a fin de inscribirse y prepararse para asistir a las instalaciones donde se llevaría a cabo la evaluación en la fecha fijada por la universidad en la cual aspiraba cursar estudios. De aprobar y estar dentro del rango de cupos ofertados, el estudiante formalizaba su inscripción en un tiempo determinado e iniciaba sus estudios en la carrera seleccionada, de lo contrario, podía optar por la tercera modalidad de ingreso, el curso introductorio, ofertado por algunas universidades a los estudiantes que no habían podido ingresar por medio de la prueba interna y que estuvieran ubicados en un rango determinado de la lista de resultados de dicha prueba. De cumplir con lo anterior, el estudiante podía iniciar el curso introductorio y de aprobarlo formaba parte de la siguiente cohorte de estudiantes de la carrera.

En la mayoría de los casos, a pesar de los problemas de enseñanza y/o aprendizaje que podían existir para ese entonces, las pruebas académicas y el curso introductorio representaban una motivación para prepararse y reforzar aún más los conocimientos requeridos para el ingreso en la Universidad, aunque la aprobación de dichas pruebas no era garantía de éxito, pero permitía de cierta manera, un mejor desarrollo académico durante la carrera.

Luego, con el pasar de los años y los cambios de políticas implementados en el país, los problemas de enseñanza y/o aprendizaje se acrecentaron por diversos factores políticos, económicos y sociales, así, el acceso a un cupo para cursar estudios universitarios representaba menos prerrequisitos, debido a que el estudiante solo debía registrarse en el sistema de la OPSU (el cual tomaría en cuenta su promedio de calificaciones de su educación básica, media, diversificada y profesional y las condiciones socioeconómicas del aspirante) , esperar a ser asignado y cumplir con los recaudos exigidos por la universidad para iniciar la carrera.

Al inicio, la mayoría de las universidades acataron las nuevas medidas, pero con el tiempo algunas decidieron retomar la modalidad de ingreso de pruebas internas y/o

cursos introductorios, en vista del bajo rendimiento que presentaban los estudiantes en las diferentes escuelas, ya que no poseían los conocimientos previos necesarios para desarrollar el contenido programático requerido por la universidad.

Considerando la realidad encontrada, la UNEFA (Universidad Nacional Experimental de la Fuerza Armada) fue una de las universidades que decidió incluir un curso introductorio dentro de su plan de estudios denominado CINU (Curso integral de Nivelación Universitaria) el cual es de carácter obligatorio y cuya aprobación es indispensable para poder continuar la carrera (como estudiante regular). El mismo tiene como objetivo principal fortalecer conocimientos, destrezas y habilidades para mejorar el nivel de aprendizaje de los estudiantes que ingresan, de acuerdo a la misión, fundamentos éticos y normas académicas propias de la universidad.

Dicho curso contempla tres materias esenciales, **Lenguaje y Comunicación, Filosofía, Ética y Valores de la UNEFA y Matemática**. En el caso de **Matemática**, la cual es fundamental para el desarrollo de la mayoría de competencias en cada una de las carreras, está conformada por tres temas principales que dan forma a las tres unidades del programa de estudio de la siguiente manera:

1. **Expresiones Algebraicas**, esta unidad está constituida por conceptos fundamentales, tipos de expresiones, operaciones, productos notables y factorización.

2. **Radicación**, en esta unidad se tratan, al igual que en la anterior, conceptos fundamentales, propiedades, operaciones y el proceso de racionalización de un monomio y un binomio.

3. **Ecuaciones**, en la cual se dan a conocer los conceptos fundamentales, procedimientos para resolver una ecuación, problemas con ecuaciones, sistemas de ecuaciones y métodos de resolución para sistemas lineales de 2x2 (igualación, sustitución y reducción).

El contenido anteriormente expuesto debe ser desarrollado en doce semanas, teniendo en cuenta que en cada semana se deben llevar a cabo dos encuentros de tres horas académicas cada uno. Las clases son por lo general teórico – prácticas y la evaluación está basada en la aplicación de pruebas escritas y/o defensas de trabajos, a pesar de que el programa sugiere otras técnicas e instrumentos adicionales a los mencionados.

Asimismo, es importante enfatizar que al aprobar todas las materias del curso de nivelación, el estudiante puede optar por seguir en la carrera seleccionada inicialmente o solicitar un cambio de carrera, sin tener una notable repercusión debido a que el contenido programático de las asignaturas es el mismo para todas las carreras ofertadas.

Con lo expuesto anteriormente se evidencia que por lo menos, el programa de matemática, no colabora del todo con el alcance de algunas de las competencias necesarias para un mejor desenvolvimiento del estudiante en futuras materias relacionadas con la misma, ya que excluye algunos contenidos que son de sumo valor para la construcción de los nuevos conocimientos, esto ocurre a pesar de que el mismo fue diseñado tomando en cuenta teorías constructivistas según la misma universidad.

Así, al realizar una revisión de los programas de las materias semestrales, relacionadas con el área de matemática, se hizo evidente que dentro del programa del curso de nivelación es necesario incluir otras unidades donde se estudien temas como trigonometría, logaritmo e inecuaciones debido a que los mismos representan un obstáculo en la comprensión de algunos procesos de resolución de problemas dentro de unidades temáticas de: funciones, límites, derivadas, integrales, entre otros.

Lo anterior es innegable al observar cómo en algunos casos el temor a lo desconocido se presenta como una negación para entender y atender la situación problemática planteada y en otros casos el desconocimiento del objeto y sus propiedades no permiten analizar el problema para idear una solución lógica.

Por ejemplo, en el caso de los estudiantes de **Ingeniería**, en el ciclo básico, al cursar asignaturas como **Matemática I**, **Matemática II** y **Matemática III**, se presentan las siguientes situaciones:

1. Al proponer el cálculo del dominio de una función radical o logarítmica, el estudiante establece la restricción adecuadamente pero al tratar de dar solución a la inecuación establecida lo hace de manera inapropiada, debido a que utiliza el proceso de despeje sin tomar en consideración si la inecuación es lineal, cuadrática o racional.

2. Al proponer el cálculo de límites trigonométricos, el estudiante, demuestra no conocer las identidades trigonométricas que se pueden utilizar o simplemente se le hace difícil utilizarlas.
3. Al proponer el cálculo de una integral trigonométrica, todavía algunos de los estudiantes no reconocen el papel que juegan las identidades trigonométricas en la solución de dichas integrales, a pesar de haber recibido orientaciones previas en cuanto a su utilización.
4. Al proponer el cálculo de integrales que requieren de un cambio trigonométrico, presentan problemas al identificar el cambio adecuado y al devolver el cambio de variable trigonométrico porque manifiestan de manera intrínseca deficiencias en cuanto a las definiciones de razones trigonométricas.

Así como en ingeniería, las situaciones antes descritas se hacen visibles en otras carreras ofertadas por la universidad, como es el caso de la carrera de ***Licenciatura en Administración y Gestión Municipal***, y la carrera de ***Enfermería***, que a pesar de estar fundamentadas en cálculos matemáticos más básicos, demandan de igual manera la inclusión de otros temas dentro del programa de la asignatura de matemática del CINU, que colaboren con la construcción y comprensión de los nuevos conocimientos.

En algunos casos, se podría pensar que el desenvolvimiento del estudiante en algunas de las carreras ofertadas como enfermería, en apariencia, no requiere de mayores conocimientos en matemática. Por el contrario, materias como química (que forman parte de su plan de estudio) generalmente se dictan desde un enfoque matemático, debido a que dentro de las concepciones propias de la materia, el estudiante, deberá utilizar teorías, definiciones y/o propiedades de la matemáticas para la solución de los problemas propuestos.

Es importante recalcar que a pesar de que el pensamiento matemático está íntimamente relacionado con la capacidad de pensar y trabajar en términos numéricos empleando el razonamiento lógico y que el mismo, trasciende el ámbito de las matemáticas porque además de permitir la resolución de los problemas propuestos, colabora en comprender conceptos de otra naturaleza para relacionarlos utilizando esquemas y técnicas ordenadas, este varía según las demandas que tenga cada

pensum de estudio. Lo cual justifica la necesidad de un plan de estudio que se ajuste a un currículo que atienda a las competencias particulares de los estudiantes de ingeniería, administración y enfermería.

Con lo anterior, se hace notorio que el Curso Integral de Nivelación Universitaria está estructurado de una forma muy general sin tomar en cuenta las competencias que en realidad requerirá el estudiante de acuerdo a su carrera. Por tales motivos se quiere indagar acerca de los lineamientos tomados en cuenta para la elaboración de dicho programa y las razones por las cuales está estructurado de esa forma, para así, idear en lo posible un plan que abarque de mejor manera las deficiencias con las que ingresan los estudiantes y estos obtengan mayor beneficio según el nivel de uso que tendrán de la matemática para fines prácticos.

Por otra parte, a pesar de que el estudiante logre superar de alguna manera u otra las deficiencias que pueda presentar en cuanto a los contenidos que no están incluidos en el programa, apruebe la materia y vaya avanzando en su pensum de estudio, todavía se observa que el mismo, presenta dificultad en cuanto a la utilización de conocimientos “previamente adquiridos”, es decir, que al iniciar el estudio de un nuevo contenido matemático u otro contenido propio de las materias afines a su carrera, el estudiante, no pareciera establecer una relación entre el contenido anterior y el actual.

Por ejemplo, si un estudiante de ingeniería aprueba en totalidad su primer semestre, se supone que alcanzó todas o por lo menos la mayoría de las competencias necesarias con relación a geometría analítica y matemática I, así que al estudiar el contenido de aplicaciones de la integral definida en Matemática II y proponer un problema donde para calcular el volumen de un cuerpo deba construir las ecuaciones de las funciones que generaron el cuerpo, el estudiante, a pesar de que se le cuestione y se le pida que plantee posibles soluciones a la situación propuesta, este, en la mayoría de los casos, no logra visualizar el plan de acción para darle solución a dicha situación. Luego, cuando el profesor realiza un análisis del problema y establece un plan de acción, la mayoría comprende el plan de acción pero no recuerda cómo calcular algunas ecuaciones como la de la parábola, la hipérbola y la elipse, mostrándose indispuestos para resolver el problema. Esto sugiere que lo aprendido en

cursos anteriores, no tiene significado para el estudiante o por lo menos, como no conoce la utilidad de determinado objeto matemático, simplemente lo estudia, lo aprueba y lo desecha.

Esto hace creer que el problema no solo radica en los programas de estudios, pues el desarrollo de las actividades académicas no solo depende de un plan plasmado en el papel (programa), sino que también depende del plan de acción que se ponga en marcha por parte de los actores que intervienen en los procesos de enseñanza y aprendizaje, pero por sobre todas las cosas, depende, en gran parte, de la visión que pueda tener el profesor que va a transformar el saber sabio en saber a enseñar. Para llevar a cabo dicha visión, el docente debe elaborar una planificación que no solo cumpla con lo establecido por la universidad (según su misión y visión), sino que además tome en cuenta la realidad educativa que afronta.

Esto apunta a que la planificación dentro y fuera de la educación matemática ha venido perdiendo vigencia, tal y como lo indica A-Egg (1985),

Desde los años setenta, se fue desvaneciendo el entusiasmo y el apoyo que recibieron en su tiempo las ideas y las prácticas de la planificación, pero al mismo tiempo, se ha insistido en la necesidad consiguiente de una acción deliberada, coherente y sostenida en el medio y largo plazo, que asegure la adecuada asignación de recursos para superar las dificultades presentes y abrir el camino hacia el futuro. (p.34)

Aunque A-Egg no lo menciona, una de las razones por las cuales, las ideas y las prácticas de la planificación han perdido el entusiasmo y el apoyo de la colectividad, es la errada concepción que tiene la mayoría, debido a que la planificación, habitualmente es percibida como un plan rígido, constituido por una serie de pasos que deben ser cumplidos al pie de la letra y que de no cumplirse al pie de la letra podría fallar por cuestiones de continuidad y tiempo. Lo cierto es que, como lo manifiesta Egg, existe una constante necesidad de que ese plan de acción no sea tan rígido y que el mismo pueda ser flexible de alguna manera y adaptarse a las circunstancias del momento, teniendo siempre como norte, las metas y objetivos propuestos.

Lo que conduce a presumir que dentro de las posibles causas que puedan estar incidiendo en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, es la visión que se tenga de la planificación, pues al parecer, según lo manifestado por los mismos estudiantes y la

experiencia de la investigadora, los docentes, en su mayoría se limitan a lo que está plasmado en el papel como contenido programático, sin tomar en cuenta otros elementos para llevar a cabo una planificación más efectiva.

A-Egg menciona también que existen dos tipos de planificación, una normativa (clásica) y otra estratégica, la primera es vista como instrumento mientras que la segunda se establece como proceso. Se podría decir entonces que los programas son planificaciones normativas que indican el camino a seguir para lograr unos objetivos que dependen de la visión y misión que tenga la institución, mientras que el proceso llevado a cabo en clase debería ser la consecuencia de una planificación estratégica que depende de la visión que tenga el profesor del programa, la cual obedece a varios factores, como lo son: deficiencias que los estudiantes posean en cuanto a conocimientos previos necesarios para el estudio del nuevo contenido, la relación que existe entre los contenidos de una materia, la relación que existe entre los contenidos de una materia con los contenidos de una materia anterior y/o posterior, la finalidad de que ciertos contenidos formen parte de una materia, los recursos pedagógicos y didácticos con los que se cuenta, entre otros.

Tomando en cuenta lo anterior, y retomando el caso del estudio de las aplicaciones de la integral definida, el programa establece dos tipos de aplicaciones, unas geométricas y otras de naturaleza física. En el caso de las geométricas, se ha podido observar que la mayoría de los docente se encargan de explicar el contenido que el programa de la materia indica, colocando ejemplos correspondientes a lo que se está estudiando pero de una manera aislada, sin tomar en cuenta algunos contenidos estudiados en materias anteriores, ni la utilidad que pueda tener el objeto de estudio en futuras materias.

Por ejemplo, en el programa de Matemática I en su última unidad, se indica el estudio del concepto de primitiva o antiderivada y el cálculo de área bajo la curva haciendo uso de la integral definida, en algunos casos, el cálculo del área, es abordado utilizando Sumas de Riemman, Método del Trapecio y/o el Método de Simpson para facilitar su comprensión, pero en otros casos el profesor lo aborda de manera directa, estableciendo solamente la definición, sin explicar cómo se llegó a ella, luego al iniciar el estudio de las aplicaciones geométricas que corresponde a la segunda unidad del

curso de Matemática II, nuevamente, en el programa, se indica el estudio del área bajo la curva y muchas veces se vuelve a obviar el proceso de construcción de la definición que serviría de base para entender las futuras definiciones de las demás aplicaciones geométricas.

Otro ejemplo en el que se puede notar una falla en la planificación estratégica de un contenido matemático es la ausencia de problemas que expongan la razón de ser de un contenido matemático dentro de determinada especialidad, como el mencionado en párrafos anteriores, donde luego de estudiar cada una de las aplicaciones geométricas, se proponga un problema donde el estudiante tenga que analizar la situación y haga uso de sus conocimientos de geometría analítica para poder obtener la ecuación de las curvas y aplicar la definición correspondiente a área, volumen o superficie utilizando la integral definida.

A pesar de que estas situaciones pueden ser producto de una idea errada del concepto de planificación, hay que recordar que el profesor de matemática es un comunicador del saber y que el mismo, no puede limitar sus intenciones a lo que está escrito en el papel, sino que también debe ser capaz de leer entre líneas, es decir, como todo buen planificador debe tomar en cuenta la situación inicial (fortalezas, deficiencias, patrones de comportamiento, obstáculos, recursos, etc.) y la situación a la cual se quiere llegar (meta), por ello, no solo debe tener dominio sobre el contenido matemático correspondiente al nivel educativo donde se encuentra laborando, sino que también debe conocer algunos aspectos de la especialidad a la que va dirigida su clase para darle significado al objeto de estudio y así el estudiante tenga el propósito de apropiarse del conocimiento porque es útil para su desenvolvimiento en la carrera.

Otro aspecto que se hace repetitivo en las clases de matemáticas llevadas a cabo en la universidad, es que aparentemente, siguen un estilo conductista donde el profesor expone el contenido a estudiar, realiza ejemplos, propone ejercicios (en algunos casos) y posterior al termino del contenido aplica una evaluación, esto sucede a pesar de que los programas de estudio dan la apertura para realizar otro tipo de actividades (inclinadas hacía un modelo constructivista).

Así surgieron las primeras cuestiones ¿Cómo saber si un programa de estudio está estructurado correctamente? ¿Qué criterios toman en cuenta los profesores para

realizar la planificación de sus clases? ¿A qué se debe las conexiones entre los contenidos del currículo? ¿Cómo puede un profesor de matemáticas explicar aplicaciones de un contenido matemático dentro de una rama de conocimiento especializada como la ingeniería, si solo dispone del conocimiento matemático? ¿Cuáles recursos utilizar?

Objetivos

Objetivo general

Construir una aproximación de modelo didáctico tomando en cuenta la transposición didáctica que realizan los docentes de Matemática II para el estudio de las aplicaciones de la integral definida en ingeniería civil.

Objetivos específicos

- Determinar la Organización Matemática y la Organización Didáctica de la unidad temática de aplicaciones de la integral definida del programa de Matemática II de ingeniería civil.
- Determinar el nivel de comprensión y las dificultades que presentan tanto estudiantes como docentes en los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- Estudiar el significado de la definición de integral definida dentro de la ingeniería civil.
- Caracterizar las prácticas docentes mediante el análisis de los planes de estudio, la finalidad del contenido y su importancia dentro del pensum de ingeniería civil.
- Reconstruir la Organización Matemática y Organización Didáctica mediante un dispositivo que facilite la contextualización del contenido matemático y permita una mayor comprensión del mismo.

Justificación

Es bien sabido que el conocimiento matemático es indispensable para el desarrollo de una variedad de contenidos programáticos en diferentes carreras universitarias, pero muchas veces es desarrollado de manera aislada sin establecer alguna relación entre dicho conocimiento y el objeto de estudio afín a determinada carrera, es decir, no existe una contextualización y un análisis exhaustivo de la situación para comprender el por qué se define la solución de cierta forma utilizando matemática.

A pesar de que el pensum de estudio posee una estructura constructivista, depende del docente a cargo del curso establecer un plan de acción que permita llevar a cabo los objetivos explícitos e implícitos del programa de cada materia, esto es, planificar los encuentros académicos tomando en cuenta las competencias propias de la materia (necesarias para aprobar) y la razón de ser del contenido dentro de la carrera.

Si el docente, no toma en cuenta la razón de ser de determinado contenido dentro de la carrera (porque la desconoce o no la comprende), hará difícil que el estudiante conozca la utilidad que tiene el uso de las matemáticas dentro de otros ámbitos de estudio, restándole valor a dicho conocimiento y reforzando la falsa creencia de que las materias del área de matemática solo son obstáculos que no les permiten avanzar en su formación académica.

Así, el hecho de no conocer la utilidad de la matemática dentro de alguna carrera universitaria, no solo dificultará la comprensión del estudiante en el desarrollo de temas relacionados con determinado objeto matemático, sino que también, podría limitar su capacidad de análisis ante situaciones reales que requieran de respuestas innovadoras y eficientes. Además, el mundo, está lleno de muchas variantes, es decir, para las condiciones actuales, las medidas y procesos implementados son efectivos, pero esas condiciones pueden cambiar y exigir procesos que se ajusten a las demandas ambientales, sociales, económicas y/o políticas que se generan.

Por tales motivos la preparación de futuros profesionales no puede tomarse a la ligera, se debe tratar de formar profesionales que no solo conozcan las normas y procesos estándar, sino que también, estén lo suficientemente capacitados como para cuestionar, de vez en cuando, algunos procesos y su efectividad, que sean capaces de

proponer e implementar, pero para proponer e implementar necesitan poseer el conocimiento matemático que les permite justificar.

Tomando en cuenta lo anterior, se hace necesario identificar, analizar y comprender los aspectos que caracterizan las transposiciones del saber que realizan los diferentes docentes (profesores de matemática o no) de las asignaturas de matemática aplicada, para luego evaluar las incidencias que tienen sobre el aprendizaje y así tratar de hacer los procesos de enseñanza y aprendizaje de mayor provecho para los futuros profesionales.

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

Antecedentes de la investigación

Cuando un estudiante enfrenta una dificultad ante un contenido matemático, comienza a cuestionar si dicho contenido le será útil en algún sentido. La falta de comprensión hacia el mismo, no permite que vea su utilidad. Esto generalmente sucede cuando en el proceso de enseñanza, el profesor a cargo del curso, se limita a explicar la técnica como una serie de pasos que se siguen para dar solución a un problema, sin mayor análisis acerca del procedimiento y mucho menos de su utilidad.

A pesar de que cada objeto matemático, puede ser utilizado para describir una situación de la vida cotidiana, en la mayoría de los casos, este aspecto tan importante para la enseñanza de las matemáticas, se hace a un lado y solo se plantean una serie de problemas que afianza la técnica como un receta, que no tiene sentido para el estudiante, pero que resulta efectiva para, aparentemente, resolver el problema.

Es por ello que, para la Educación Matemática, es de gran importancia el estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta área de conocimiento, sobre todo cuando el tema a estudiar está altamente relacionado con la actividad humana y cumple un papel fundamental en el desarrollo de los procesos sociales, como lo es el caso de la integral definida, pues a través de su uso se pueden modelar y resolver problemas geométricos, físicos o económicos.

Así, varias investigaciones han tratado de analizar, comprender y establecer cuáles son los elementos que inciden en el desarrollo de los tópicos matemáticos que intervienen de manera importante en la formación de los futuros profesionales para hacer del tema, algo más comprensible y útil dentro de sus carreras.

De esta manera, uno de los trabajos que ayudó con el desarrollo de la investigación, es el presentado por Rodríguez, E. (2016), titulado, Faceta Epistémica del conocimiento didáctico – matemático de la función afín aplicada a la economía, presentada ante la Universidad Pedagógica Experimental Libertador de Maracay para optar al título de Doctor, el cual tenía como propósito principal, generar un modelo de evaluación del conocimiento didáctico-matemático del Módulo IV de Matemática I de la Universidad Nacional Abierta (UNA) mediante el análisis de la faceta epistémica de la Función Afín aplicada a la economía, para lo cual la autora estableció los siguientes objetivos específicos: (1) Caracterizar prácticas, configuración de objetos y procesos activados en dichas prácticas mediante un estudio histórico epistemológico sobre el contenido matemático pretendido, (2) Analizar el significado institucional local del contenido matemático pretendido en el proceso de estudio, (3) Evaluar la faceta epistémica del conocimiento didáctico – matemático sobre la función afín aplicada a la economía y (4) Diseñar un instrumento que sea representativo de la complejidad del significado global del contenido matemático pretendido que permita caracterizar la faceta epistémica del CDM, sobre dicha noción, del Módulo IV de Matemática I de la Universidad Nacional Abierta (UNA).

Este estudio estuvo fundamentado en el enfoque ontosemiótico, bajo el paradigma interpretativo, llevando a cabo un análisis de las guías de estudio que son utilizadas por estudiantes que cursan la carrera de economía a distancia y que son elaboradas por especialistas que cuentan con el conocimiento de métodos y técnicas de enseñanza, dominio de literatura especializada en su área de conocimiento, conocimiento profundo de las asignaturas y experiencia en su campo profesional.

El análisis del contenido evaluado por cada una de las tareas o situaciones problemas, se realizó en dos niveles del objeto: el primer nivel que hacía referencia al contenido ontosemiótico-epistémico (análisis epistémico exhaustivo haciendo uso de las herramientas teóricas que proporciona el Enfoque Ontosemiótico) y el segundo nivel referido al contenido curricular (conocimientos contemplados en un currículo de matemáticas donde se incluía función demanda, ecuación demanda, función oferta y ecuación de la oferta). Así se determinaba si “x” contenido es más “superficial” o “menos profundo” respecto del contenido ontosemiótico-epistémico.

Finalmente, tomando en cuenta los resultados obtenidos en la caracterización realizada y el Modelo de Ball, la investigadora consideró, el conocimiento común, el conocimiento especializado y el conocimiento ampliado de un contenido que poseían tanto especialista como asesor para establecer las directrices del dispositivo para evaluar el Módulo IV de Matemática I de la Universidad Nacional Abierta (UNA), concluyendo que el mismo es factible a ser aplicado ya que cuenta con la disponibilidad y disposición humana (Operativa) y técnica en cuanto a herramientas tecnológicas.

Lo interesante de esta investigación para la que se llevó a cabo, fue la caracterización que se realizó en función a los aspectos epistémicos de objetos matemáticos que son utilizados dentro de la formación de los profesionales de economía, pues se pensó que allí está la clave para mejorar el desarrollo de tópicos matemáticos en función al significado epistémico que tienen los mismos dentro de carreras donde la matemática aplicada juega un papel importantes para la comprensión de tópicos propios de determinada carrera universitaria.

Además la diferenciación entre el conocimiento común, el conocimiento especializado y el conocimiento ampliado de un contenido que establece el modelo de Ball, y que fue utilizado para la construcción del modelo de evaluación, de alguna manera u otra guardaba relación con la forma en que los profesores a cargo de los cursos de Matemática II de ingeniería civil se plantean el tratamiento de los mismos, no obstante, el interés de la investigación que se llevó a cabo, no confluye en la evaluación de la estructura del plan de acción, sino en la comprensión del mismo para poder construir un dispositivo que facilite la deconstrucción y construcción del contenido que deberá ser estudiado, alcanzando el significado que tiene dentro de dicha carrera.

Por su parte, el trabajo de investigación realizado por Serrano, L. (2013), el cual lleva por nombre, La modelización matemática en los estudios universitarios de economía y empresa: análisis ecológico y propuesta didáctica, que fue presentado ante la Universitat Ramon Llull para optar al título de Doctor, cuyo propósito era, determinar las condiciones requeridas y las restricciones (de los cursos propedéuticos) que dificultan el estudio universitario de las matemáticas en las instituciones responsables de la enseñanza de las ciencias económicas y empresariales, y que impiden que las

mismas se organice en torno a la modelización de sistemas económicos. Dicha investigación, tuvo un enfoque cualitativo y estuvo fundamentada en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), el uso de los Recorridos de Estudio e Investigación (REI), la modelización matemática y la ecología de la modelización matemática en la enseñanza universitaria.

Para llevar a cabo la investigación, la autora, realizó una revisión literaria de los libros recomendados para los cursos de economía y empresas y del pensum de estudio de diferentes universidades de España que ofertan dicha carrera, analizó los Recorridos de Estudio e Investigación de los cursos propedéuticos y aplicó entrevistas a docentes.

En el caso de los cursos propedéuticos tradicionales, la investigadora, estudió sus efectos en la transición Secundaria-Universidad, pudiendo constatar que en los mismos: (a) se realizan la construcción de conceptos y no de modelos, (b) los problemas son muy aislados y cerrados, mostrando cómo se utilizan las definiciones pero no su aplicación y (c) las matemáticas presentes en dichos cursos, no son de ninguna manera constitutivas del conocimiento económico-empresarial.

Posteriormente, pudo realizar una reconstrucción de la praxeología, tomando en cuenta los resultados obtenidos e incluyendo aspectos de la modelización matemática, para así, proponer Recorridos de Estudio e Investigación basados en la TAD que luego fueron aplicados. De este modo pudo establecer que los REI experimentados resultan ser un dispositivo didáctico apropiado para facilitar la integración de la modelización matemática en los estudios universitarios de economía y empresa.

Asimismo pudo determinar que: (a) se requieren cambios importantes en los contratos didácticos y pedagógicos universitarios tradicionales, (b) los modelos didácticos dominantes basados en el teoricismo y el tecnicismo dificultan situar las cuestiones problemáticas generadoras de los REI en el núcleo del programa de estudios, ya que, a pesar de las intenciones de los talleres experimentados, estos fueron encontrados por los estudiantes: excesivamente prácticos, con poca relación de los contenidos de la asignatura, con pocas explicaciones, sin saber qué serie de pasos seguir para resolver problemas o el sentido que tienen, además de que la investigadora, logró notar la ausencia de: trabajo en grupo, formulación de problemas,

redacción de informes, presentación oral de resultados, búsqueda de información, contraste empírico de conjeturas, planificación del trabajo, resolución de problemas durante un periodo largo de tiempo.

Finalmente, la investigadora, concluyó que las aportaciones en relación a la dimensión ecológica del problema de la modelización matemática fueron: (a) Los cursos propedéutico habituales, al agravar el aislamiento y la desarticulación de las praxeologías matemáticas que se estudian en secundaria, fortalecen aún más las restricciones que dificultan la integración de la modelización matemática en los cursos universitarios de economía y empresa, (b) los cursos propedéuticos fundamentados en la teoría antropológica de lo didáctico están centrados en el estudio de una cuestión generatriz que permite la articulación mediante el uso sistemático de la modelización matemática, de praxeologías puntuales que aparecen aisladas en la matemática escolar de Secundaria, (c) los recorridos de estudio e investigación (REI) experimentados, resultan ser un dispositivo didáctico apropiado para facilitar la integración de la modelización matemática en los estudios universitarios de economía y empresa, (d) para garantizar el funcionamiento de los REI, se requiere que constituyan el núcleo en torno al cual se organizan los contenidos y actividades de las materias o asignaturas de matemáticas, incluyendo el proceso de evaluación de las mismas o, en otras palabras, que los REI no se organicen de forma aislada del resto de dispositivos del programa de estudios, (e) para que los REI constituyan el núcleo de un programa de estudios, deben elaborarse infraestructuras matemáticas mediante un importante trabajo de ingeniería matemática con el objetivo de organizar los contenidos del curso en torno a tipos de problemas y no de conceptos matemáticos, (f) para hacer posible la implantación efectiva del nuevo contrato didáctico inherente a los REI se requiere la creación de nuevos gestos didácticos, (g) otras condiciones para poner en marcha el nuevo contrato didáctico son el realismo de la cuestión generatriz del REI y la simulación de una situación profesional real y (h) los rasgos fuertemente teoricistas y tecnicistas de la organización didáctica universitaria tradicional constituyen una restricción importante que dificulta grandemente situar las cuestiones problemáticas generadoras de los REI en el núcleo del programa de estudios.

Así, los resultados obtenidos en esta investigación fueron de gran importancia para el desarrollo de la que se llevó a cabo, ya que en la misma se expone las dificultades que tiene el estudiante en el tránsito de su educación secundaria a su educación universitaria y que a pesar de contar con un curso propedéutico, el mismo no le es de provecho porque no le permite desarrollar habilidades para resolver problemas propios de la carrera. Estas incidencias, fueron tomadas en cuenta para saber si la situación antes expuesta persistía o si habían otros referentes que indicaran el por qué los estudiantes no logran comprender el significado de la definición de integral definida dentro de la ingeniería civil.

Otro aspecto importante, que le dio más fuerza a la investigación que se llevó a cabo, es que Serrano reafirma que en los cursos habituales existe una ausencia de situaciones que muestren la razón de ser de los temas matemáticos dentro de los planes de estudio, solo que en el caso estudiado, se creía que no necesariamente el problema radicaba en el plan de estudio como tal, sino en la interpretación que cada docente le da al tema, el análisis del tema y las reconstrucciones praxeológicas que realiza, los recursos que utiliza, entre otros.

Ahora bien, la investigación desarrollada por Lupiáñez, L. (2009), titulada, Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemática de secundaria y que presentó ante la Universidad de Granada para optar al título de Doctor, cuyos propósitos iniciales eran: (1) Conceptualizar el análisis cognitivo como procedimiento para la planificación sobre el aprendizaje escolar por parte del profesor de matemáticas en formación, en coherencia con el análisis didáctico, (2) Diseñar e implementar un programa de formación inicial que incorpore el análisis cognitivo desde una perspectiva funcional y (3) Identificar, describir y analizar el desarrollo de la competencia de planificación sobre aprendizaje escolar que muestran los participantes en el programa de formación inicial del curso 2008-2009; se trató de una investigación cualitativa, desarrollada durante las sesiones de clase de la asignatura didáctica de las matemáticas y cuyas actividades giraron en torno a los organizadores curriculares, el análisis cognitivo y el análisis didáctico que demostraron los participantes del curso en cuanto a: (a) Objetivos generales y específicos de determinado tema, (b) Identificación de capacidades. Relación de tipos

de tareas con objetivos, (c) Limitaciones y errores del aprendizaje. Incidencia en la selección del tipo de tarea y (d) Diseño y selección de tareas para una unidad didáctica.

Luego de culminada la asignatura, el investigador pudo observar que, los futuros profesores: no poseían mucha dificultad para proponer tareas relacionadas a un objetivo específico, ejemplificaban correctamente, no indicaban acertadamente qué competencia se promueven con determinado tipo de tarea (debido a que proponían la tarea correspondiente a un objetivo sin tomar en cuenta la competencia asociada) y no presentaron dificultad para seleccionar tareas relacionadas con limitaciones concretas en el aprendizaje escolar.

Finalmente, según los resultados obtenidos, el autor expresó que quedaba corroborada la necesidad de implementar un programa de formación inicial que incorporara el análisis cognitivo desde una perspectiva funcional, tomando en cuenta conocimientos o capacidades expuestas en el capítulo 11 y que están relacionadas con las actividades propuestas en las sesiones de clase.

De este modo, para la investigación que se llevó a cabo, los resultados obtenidos por Lupiáñez, fueron de gran utilidad para orientar la caracterización de las prácticas de los docentes que dictan el curso de Matemática II de ingeniería civil, ya que durante las secciones de clase, las actividades pautadas permitieron determinar las habilidades y conocimientos que debe tener un profesor de matemáticas para desarrollar un tema en específico, la diferencia es que, a nivel de secundaria es mucho más sencillo establecer relaciones entre contenidos anteriores y posteriores, siempre y cuando la construcción del conocimiento esté bien engranado, de hecho, las situaciones de modelación matemática son más sencillas porque también pueden formar parte del día a día de la vida del docente, pero ya a un nivel universitario, los escenarios de aplicación de la matemática, varían según la necesidad profesional de la carrera y puede que la realidad del futuro profesional, sea ajena a la realidad que maneja el docente a cargo del curso, lo cual podría representar un obstáculo a la hora de planificar el desarrollo de un tema. Es por ello que, aparte de realizar un análisis cognitivo y didáctico, y tomar en cuenta los organizadores curriculares presente tanto en docentes como en los planes de estudio, se consideraron los aspectos

epistemológicos entorno al objeto matemático y al área de estudio donde se deseaba aplicar, para determinar el enfoque que cada profesor le da a la materia.

Bases Teóricas

El problema didáctico del estudio de las matemáticas radica en que son tratadas de manera aisladas, es decir, no se establecen relaciones entre el qué, el cómo y el porqué de los distintos objetos matemáticos dentro de la formación básica de los estudiantes y posteriormente en su educación universitaria. Así, la matemática, es percibida, tanto por estudiantes como por profesionales, como una herramienta que consta de reglas o verdades absolutas, que no requieren de mayor análisis, limitándose a su simple aplicación, a lo que Chevallard, Bosch y Gascón (1997) escriben lo siguiente:

Podríamos pensar que cada uno de nosotros tomado individualmente puede vivir sin necesidad de matemáticas o, por lo menos, sin muchas de las matemáticas que se estudian en la educación obligatoria. Pero esta creencia sólo se da porque, de hecho, no vivimos solos sino en sociedad: en una sociedad que funciona a base de matemáticas ¡Y en la que hay gente capaz de hacer de matemático para cubrir las necesidades de los demás, incluso cuando éstos no reconocen sus propias necesidades matemáticas!

El hecho de que se enseñen matemáticas en la escuela responde a una necesidad a la vez individual y social: cada uno de nosotros debe saber un poco de matemáticas para poder resolver, o cuanto menos reconocer, los problemas con los que se encuentra mientras convive con los demás. Todos juntos hemos de mantener el combustible matemático que hace funcionar nuestra sociedad y debemos ser capaces de recurrir a los matemáticos cuando se presenta la ocasión. La presencia de las matemáticas en la escuela es una consecuencia de su presencia en la sociedad y, por lo tanto, las necesidades matemáticas que surgen en la escuela deberían estar subordinadas a las necesidades matemáticas de la vida en sociedad. (p.46)

La incomprensión de las Matemáticas, viene dada precisamente por la situación expuesta por Chevallard, Bosch y Gascón, en la que no solo el estudiante sino más bien el ser humano en general, utiliza la Matemática como herramienta de utilidad sin analizar, interpretar o profundizar en los procesos y relaciones que tienen los mismos

con el quehacer diario. Tal vez por esta misma razón el temor y el conformismo que se genera alrededor de cualquier obra matemática.

Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD)

Por tales razones, para el desarrollo de la investigación que se pretende llevar a cabo, se ha decidido partir de la Teoría Antropológica de lo Didáctico debido a que la misma centra su estudio en lo que el hombre aprende y enseña de la estructura matemática por medio de las relaciones humanas frente a la relatividad del saber científico con respecto a las instituciones sociales.

Así, según Chevallard (1999) “la TAD sitúa la actividad matemática, y en consecuencia la actividad del estudio en matemáticas, en el conjunto de actividades humanas y de instituciones sociales”.(p.221) En otras palabras, la Teoría Antropológica de lo Didáctico, sitúa la actividad escolar matemática como una manifestación socio-cultural en la cual repercuten elementos históricos de los actores educativos, siendo de gran importancia las actividades humanas cuya interacción se genera en las instituciones sociales que lo promueven.

Para Chevallard (1999), “el postulado de base de la TAD admite en efecto que toda actividad humana regularmente realizada puede describirse con un modelo único, que se resume con la palabra de praxeología”, la cual se refiere a la ciencia que estudia la estructura lógica de la acción humana y con la que se busca establecer el cómo deben hacerse las cosas dentro de las fronteras institucionales, sin dejar de un lado, la memoria cultural de la institución, que dan por sentado, la caracterización del reparto en la divulgación y comunicación del saber matemático como casi natural, y a fin de cuenta obligado.

Dentro de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, se manejan dos praxeologías, una denominada Praxeología Matemática u Organización Matemática y otra denominada Praxeología Didáctica u Organización Didáctica. La primera, se constituye alrededor uno o más tipos de tareas matemáticas que conducen a la creación de técnicas matemáticas, las cuales se justifican por tecnologías matemáticas desarrolladas en el marco de una teoría matemática mientras que la segunda es el

resultado de un complejo y continuado trabajo que se lleva a cabo durante largo tiempo en las instituciones, cuya dinámica de funcionamiento incluye a ciertas relaciones invariables que es posible modelar.

Cada una de estas praxeologías posee elementos que las caracterizan. En el caso de la Praxeología Matemática está conformada por: los tipos de tareas, las técnicas para resolver esos tipos de tareas, la tecnología que justifica el uso de la técnica y la teoría que establece el papel que la tecnología tiene respecto a la técnica, mientras que la Praxeología Didáctica está constituida por seis momentos didácticos que describen el proceso por el cual transita un individuo en la construcción del conocimiento relativo a determinado objeto matemático.

Los tipos de tareas de una Organización Matemática, suponen un objeto relativamente preciso mientras que un género de tareas pide un determinativo. Es importante señalar que las tareas, tipos de tareas y géneros de tareas no son datos, son construcciones institucionales, cuya reconstrucción en determinada institución es un problema completo.

Dentro de una Organización Matemática, las técnicas, se definen como la manera de resolver los problemas planteados. En una institución dada, y a propósito de un tipo de tareas dado, para la resolución de los problemas que constituyen los tipos de tareas, pueden existir una sola técnica o al menos un pequeño número de técnicas institucionalmente reconocidas y las cuales tendrán un alcance sobre los mismos.

En cuanto a las tecnologías utilizadas dentro de una Organización Matemática, estas justifican el uso de la técnica y explica por qué es correcta. De hecho, según Chevallard, las tecnologías cumplen con tres funciones fundamentales. La primera función es justificar y asegurar que la técnica permite realizar un tipo de tareas y alcanzar lo que se pretende. La segunda función, es la de explicar de la manera más clara e inteligible la técnica, es decir, exponer por qué es correcta. Y la tercera función y no menos importante, corresponde a la función de producción de técnicas.

Para cuando en la Organización Matemática se llega a un nivel superior de justificación – explicación – producción, la teoría es la que se encarga de establecer el papel que la tecnología tiene respecto a la técnica.

Todos estos elementos están fuertemente interrelacionados entre sí, debido a que el desarrollo de las técnicas genera nuevos tipos de problemas y provoca nuevas necesidades tecnológico – teóricas. Estas a su vez, permiten modificar las técnicas ya establecidas, interrelacionadas con otras, generar nuevas técnicas y, en definitiva, plantear y abordar nuevos tipos de problemas.

En este mismo orden de ideas, es importante destacar que existen tipos de Organización Matemática, entre las cuales se encuentran:

La Organización Matemática Puntual que se genera alrededor de un tipo de tarea, generalmente asociada a un pequeño conjunto de técnicas; la Organización Matemática Local que se obtiene de la integración de dos o más organizaciones matemáticas puntuales alrededor de una tecnología común; La Organización Matemática Regional que Resulta de organizaciones matemáticas locales que se estructuran en base a una teoría y la Organización Matemática Global que se constituye por la integración de diversas organizaciones matemáticas regionales y se corresponde con el nivel de la disciplina.

Ahora bien, en el caso de la Organización Didáctica, se hizo referencia a que la misma está constituida por los momentos didácticos, los cuales son explicados de la siguiente manera:

El Primer momento llamado también momento del Primer encuentro, se refiere al primer encuentro con la organización matemática que está en juego. Es el que consiste en encontrar la obra matemática a través de al menos uno de los tipos de tareas constitutivas de la obra matemática. Este primer encuentro con el tipo de tareas puede darse varias y diferentes ocasiones, en función sobre todo de los entornos matemáticos y didácticos en los que se produce.

El Segundo momento o momento de Exploración, es el de la exploración del tipo de tareas implicadas y de la elaboración de una técnica relativa a este tipo de tareas. Aun cuando la actividad matemática se presenta como una serie errática de enfrentamientos singulares con dificultades siempre nuevas, la cuestión central de la actividad matemática es más la elaboración de técnicas, que la simple resolución de problemas aislados. Por tanto, estudiar problemas es un medio que permite crear y poner en marcha una técnica relativa a los problemas del mismo tipo, técnica que será

a continuación el medio para resolver de manera casi rutinaria los problemas de este tipo.

El Tercer momento o el momento de Constitución del entorno tecnológico – teórico, está interrelacionado de manera estrecha con cada uno de los otros momentos. Así, desde el primer encuentro con un tipo de tareas, hay generalmente una puesta en relación con un entorno tecnológico – teórico anteriormente elaborado, o con gérmenes de un entorno por crear, que se precisará en una relación dialéctica con la aparición de la técnica.

En el Cuarto momento o el momento de Trabajo de la técnica, además de trabajar la técnica, se debe a la vez mejorar la técnica volviéndola más eficaz y más fiable, este momento de puesta a prueba de la técnica supone en particular uno o unos corpus de tareas adecuados tanto cualitativamente como cuantitativamente.

El Quinto momento o momento de la Institucionalización, tiene por objeto precisar lo que es la organización matemática elaborada, distinguiendo claramente, por una parte, los elementos que, habiendo concurrido a su construcción, no le hayan sido integrados y, por otra parte, los elementos que entrarán de manera definitiva en la organización matemática considerada.

El Sexto y último momento, llamado también momento de Evaluación, se articula con el momento de la institucionalización. En este momento de la Organización Didáctica, se debe hacer un balance, es decir, se examina y reflexiona sobre el valor de lo que se ha aprendido en función a unos criterios.

Es importante destacar que la organización Matemática y la Organización Didáctica, dependen la una de la otra, ya que, mientras una se refiere a lo que se debe estudiar de un tópico matemático, la otra tiene que ver con el cómo se va a estudiar ese tópico matemático.

Análisis Didáctico

Otra teoría que se tomará como referencia es, el Análisis Didáctico, el cual es un procedimiento cíclico en el que el profesor ha de movilizar y poner en juego su conocimiento didáctico para diseñar, implementar y evaluar actividades de enseñanza y

aprendizaje. Este análisis se sustenta a su vez en una serie de tareas, que pueden agruparse en cinco categorías (análisis conceptual, análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de actuación) y que ponen su énfasis en diferentes aspectos.

Análisis conceptual

Los conceptos son los componentes del pensamiento, aquello con lo que el individuo piensa. Son cruciales para entender e interpretar procesos mentales y psicológicos tales como categorización, inferencia, memoria, aprendizaje y decisión.

Análisis de contenido

Situado en la dimensión cultural y conceptual del currículo, el profesor identifica, selecciona y organiza los significados de los conceptos y procedimiento de un tema matemático que considera relevantes a efectos de su planificación como contenidos escolares aptos para instrucción. La revisión y organización de los conceptos y procedimientos que conforman ese tema, el modo en que esos conceptos y procedimientos pueden representarse y la organización de los fenómenos y problemas a los que pueden dar respuesta, delimitan los organizadores del currículo que conforman el análisis de contenido.

Análisis cognitivo

Ubicado en la dimensión cognitiva del currículo, aborda la problemática del aprendizaje de ese tema matemático por parte de los escolares. Desde un planteamiento constructivista, el profesor, a partir de la información obtenida en el análisis de contenido previo y del conocimiento sobre matemáticas escolares y sobre su aprendizaje, enuncia y organiza expectativas de aprendizaje sobre ese tema matemático. También analiza aquellas limitaciones que puede interferir el aprendizaje,

y organiza la selección de tareas que les suministrará a los escolares las oportunidades de aprender.

Análisis de instrucción

En esta categoría, el profesor selecciona, diseña y secuencia las tareas que empleará en la instrucción para lograr las expectativas de aprendizaje que ha concretado anteriormente. También analiza los diferentes materiales y recursos que podrá emplear en sus clases y delimita los criterios y los instrumentos de evaluación.

Análisis de actuación

Se lleva a cabo después de implementar la unidad didáctica y le sirve al profesor para recabar información acerca de; la medida en que se han logrado las expectativas de aprendizaje establecidas, la funcionalidad de las tareas empleadas o la bondad de las herramientas de evaluación puestas en juego. Esta información es útil de cara a la próxima implementación de la unidad diseñada o al inicio de la planificación del tema siguiente.

Semiótica

La Semiótica es ciencia que estudia los diferentes sistemas de signos que permiten la comunicación entre individuos, sus modos de producción, de funcionamiento y de recepción.

Representaciones semióticas

Para poder comprender mejor la definición de representaciones semióticas, primero se debe conocer lo que es una representación mental. De esta manera, las representaciones mentales son un conjunto de imágenes y conceptualizaciones que un individuo puede tener sobre un objeto o situación, y las representaciones semiótica son

un conjunto de signos que son el medio de expresión de las representaciones mentales para hacerlas visibles a otros objetos.

Según Duval (2017), la actividad matemática necesita modos de funcionamiento cognitivo que requieren la movilización de sistemas específicos de representación. Estos sistemas constituyen registros de representación semiótica. Su integración a la arquitectura cognitiva de los sujetos es la condición absolutamente necesaria para poder comprender en matemáticas. Por lo que los objetos matemáticos como no son accesibles a la percepción, es indispensable representarlos.

Las tareas problémicas, las técnicas, las tecnologías y las teorías están hechas de objetos ostensivos y no ostensivos. Los primeros, son aquellos que se perciben, se ven, se tocan, se oyen, etc., es decir, objetos materiales y los no ostensivos son aquellos que no se pueden percibir o mostrar por sí mismos. Como las ideas, los conceptos, las creencias, etc.

Así, todo concepto matemático se ve obligado a servirse de representaciones, dado que no se dispone de “objetos” para exhibir en su lugar; por lo que la conceptualización debe necesariamente pasar a través de registros representativos. Es decir, los conceptos matemáticos no son objetos reales y por consiguiente se debe recurrir a distintas representaciones para su estudio y para llevarlo a cabo resulta importante tener en cuenta que las mismas no son el objeto matemático en sí, sino que ayudan a su comprensión. Si no se distingue el objeto matemático (números, funciones, rectas, triángulos, etc.) de sus representaciones (escritura decimal o fraccionaria, gráficos, trazados de figuras, etc.) no puede haber comprensión en matemática.

Es importante, recalcar que las representaciones semióticas no deben confundirse con las representaciones mentales, es decir, con el conjunto de imágenes y concepciones que un individuo puede tener acerca de un objeto, una situación y sobre todo lo asociado al mismo.

Transformaciones semióticas

En matemática las representaciones semióticas son importantes tanto para los fines de comunicación como para el desarrollo de la actividad matemática. El tratamiento de los objetos matemáticos depende directamente del sistema de representación semiótico utilizado.

Los sistemas de representación semióticos no solo permiten designar los objetos matemáticos, también permiten realizar transformaciones entre ellos. Existen dos clases de transformaciones semióticas: tratamientos y conversiones. Las transformaciones ocurren dentro del mismo registro donde se ha formado, las conversiones no ocurren dentro del mismo registro, por el contrario, consiste en cambiar de un registro a otro, sin cambiar el objeto denotado.

Referentes teóricos

A continuación se presentan algunas definiciones fundamentales

Integral definida

Si f es una función continua definida para $a \leq x \leq b$, dividimos el intervalo $[a, b]$ en n subintervalos de igual ancho $\Delta x = \frac{(b-a)}{n}$. Denotamos con $x_0(= a), x_1, x_2, x_3, \dots, x_n(= b)$ los puntos extremos de estos subintervalos y elegimos los puntos muestras $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$ en estos subintervalos, de modo que x_i^* se encuentre en el i -ésimo subintervalo $[x_{i-1}, x_i]$. Entonces la integral definida de f , desde a hasta b es

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i^*)\Delta x$$

Aplicaciones de la integral definida

Área bajo la curva

Si f es continua y no negativa en el intervalo cerrado $[a, b]$, entonces el área de la región acotada por la gráfica de f , del eje x y las rectas verticales $x = a$ y $x = b$ está dada por $\text{Área} = A = \int_a^b f(x)dx$

Área entre curvas

Si f y g son continuas en $[a, b]$ y $g(x) \leq f(x)$ para todo x en $[a, b]$, entonces el área de la región acotada por las gráficas de f y g y las rectas verticales $x = a$ y $x = b$ es $A = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$

Área de una superficie de revolución

Sea $y = f(x)$ con derivada continua en el intervalo $[a, b]$. El área S de la superficie de revolución formada al girar la gráfica de f alrededor de un eje horizontal o vertical es $S = 2\pi \int_a^b r(x)\sqrt{1 + [f'(x)]^2}dx$ y es una función de x .

Donde $r(x)$ es la distancia entre la gráfica de f y el eje de revolución. Si $x = g(y)$ en el intervalo cerrado $[c, d]$, entonces el área de la superficie es $S = 2\pi \int_c^d r(y)\sqrt{1 + [g'(y)]^2}dy$ x es una función de y .

Donde $r(y)$ es la distancia entre la gráfica de g y el eje de revolución

Volúmenes de sólidos de revolución

Sea S un sólido que se encuentra entre $x = a$ y $x = b$. Si el área de la sección transversal de S en el plano P_x , que pasa por x y es perpendicular al eje x , es $A(x)$, donde A es una función continua entonces el volumen de S es $V = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n A(x_i^*)\Delta x = \int_a^b A(x)dx$

Volumen de sólido de revolución por método del disco.

Para encontrar el volumen de un sólido de revolución con el método de los discos, usar una de las fórmulas siguientes

Cuando el eje de revolución es horizontal $Volumen = V = \pi \int_a^b [R(x)]^2 dx$

Cuando el eje de revolución es vertical $Volumen = V = \pi \int_c^d [R(y)]^2 dy$

Volumen de sólido de revolución por método de la arandela.

El método de los discos puede extenderse para cubrir sólidos en revolución huecos, reemplazando el disco por una arandela o anillo. La arandela se forma al girar un rectángulo alrededor del eje. Si r y R son los radios interiores y exteriores de la arandela y w es la anchura, el volumen está dado por $Volumen de la arandela o anillo = \pi(R^2 - r^2)w$

Para ver como éste concepto puede usarse para encontrar el volumen de un sólido en revolución, considerar una región acotada por el radio exterior $R(x)$ y un radio interior $r(x)$. Si la región se gira sobre su eje en revolución el volumen del sólido resultante está dado por $Volumen = V = \pi \int_a^b ([R(x)]^2 - [r(x)]^2) dx$

Volumen de sólido de revolución por método de las capas.

Para encontrar el volumen de un sólido de revolución con el método de las capas usar alguna de las fórmulas siguientes, $V = 2\pi \int_c^d p(y)h(y)dy$ (eje de revolución horizontal) o $= 2\pi \int_a^b p(x)h(x)dx$ (eje de revolución vertical)

Volumen de sólidos con secciones transversales conocidas.

Para secciones transversales de áreas $A(x)$ perpendiculares al eje x , $V = \int_a^b A(x) dx$.

Para secciones transversales de áreas $A(y)$ perpendiculares al eje y , $V = \int_c^d A(y) dy$.

Longitud de arco

Sea la función dada por $y = f(x)$ que represente una curva suave en el intervalo $[a, b]$. La longitud de arco de f entre a y b es $s = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$

Similarmente, para una curva suave dada por $x = g(y)$, la longitud de arco de g entre c y d es $s = \int_c^d \sqrt{1 + [g'(y)]^2} dy$

Área de una superficie de revolución

Sea $y = f(x)$ con derivada continua en el intervalo $[a, b]$. El área S de la superficie de revolución formada al girar la gráfica de f alrededor de un eje horizontal o vertical es $S = \int_a^b r(x) \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$ donde $r(x)$ es la distancia entre la gráfica de f y el eje de revolución. Si $x = g(y)$ en el intervalo $[c, d]$, entonces el área de la superficie es $S = \int_c^d r(y) \sqrt{1 + [g'(y)]^2} dy$ donde $r(y)$ es la distancia entre la gráfica de g y el eje de revolución.

Momentos y centro de masa de una lámina plana

Sean f y g funciones continuas tal que $f(x) \geq g(x)$ en $[a, b]$, y considerar la lámina plana de densidad uniforme ρ limitada por las gráficas $y = f(x)$, $y = g(x)$ y $a \leq x \leq b$.

Los momentos respecto al eje x y y son: $M_x = \frac{\rho}{2} \int_a^b ([f(x)]^2 - [g(x)]^2) dx$ y $M_y = \rho \int_a^b x[f(x) - g(x)] dx$.

Y el centro de masa $(\bar{x}, \bar{y})$ está dado por $\bar{x} = \frac{M_y}{m}$ y $\bar{y} = \frac{M_x}{m}$, donde $m = \rho \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ es la masa de la lámina.

Trabajo

Supongamos que el objeto se desplaza a lo largo del *eje x* desde el punto a hasta el punto b y que la fuerza $F(x)$ es una función en el intervalo $[a, b]$. Tomamos una partición regular de $[a, b]$, determinada por:

$$a = x_0 < x_1 < \cdots < x_{i-1} < x_i < \cdots < x_n = b$$

Tomamos una selección de puntos $c_i: x_{i-1} \leq c_i \leq x_i$.

El trabajo $\Delta_i W$ desarrollado por la fuerza en el intervalo $[x_{i-1}, x_i]$ es, aproximadamente $F(c_i)\Delta x$. Esto es,

$$\Delta_i W \approx F(c_i)\Delta x$$

Luego,

$$W = \sum_{i=1}^n \Delta_i W \approx \sum_{i=1}^n F(c_i)\Delta x$$

Tomando el límite cuando $n \rightarrow +\infty$, se tiene que:

$$W = \int_a^b F(x)dx$$

Trabajo realizado al llenar un tanque.

Se quiere bombear un fluido de peso específico δ desde el nivel del suelo hasta un tanque colocado arriba del suelo. El fluido debe posicionarse desde el fondo del tanque, $y = c$, hasta el nivel $y = d$.

Tomamos una partición (regular) del intervalo $[c, d]$ determinada por

$$c = y_0 < y_1 < \cdots < y_{i-1} < y_i < \cdots < y_n = d$$

Tomamos una selección de puntos $c_i: y_{i-1} \leq c_i \leq y_i$.

El tanque se llena con las n rebanadas de agua determinada por la partición, las cuales tienen altura $\Delta y = y_i - y_{i-1}$

Tomamos la rebanada determinada por $[y_{i-1}, y_i]$. Si $A(c_i)$ es el área de la sección transversal del tanque a la altura c_i , entonces el volumen y el peso de esta rebanada son

$$\Delta_i V \approx A(c_i) \Delta y \quad \text{y} \quad \Delta_i F \approx \delta A(c_i) \Delta y$$

Para levantar esta rebanada del suelo hasta la altura $y = c_i$ se requiere realizar el trabajo

$$\Delta_i W \approx c_i \Delta_i F \approx \delta c_i A(c_i) \Delta y$$

Y para levantar las n rebanadas (el tanque completo),

$$W = \sum_{i=1}^n \Delta_i W \approx \sum_{i=1}^n \delta c_i A(c_i) \Delta y = \delta \sum_{i=1}^n c_i A(c_i) \Delta y$$

Luego, tomando el límite cuando $n \rightarrow +\infty$,

$$W = \delta \int_c^d y A(y) dy$$

Trabajo realizado al vaciar un tanque.

Ahora se quiere bombear un fluido de peso específico δ desde un tanque hacia arriba hasta un nivel h . Sea $y = c$ el nivel inferior del fluido y sea $y = d$ el nivel superior. La discusión es prácticamente, la misma que en el caso del llenado del tanque, tratado en el caso anterior.

Tomamos una partición (regular) del intervalo $[c, d]$ determinada por n intervalos $[y_{i-1}, y_i]$, en los que tomamos una sección de puntos c_i :

$$y_{i-1} \leq c_i \leq y_i$$

Al fluido en el tanque lo dividimos en rebanadas, determinada por la partición, las cuales tienen altura

$$\Delta y = y_i - y_{i-1}$$

Tomamos la rebanada determinada por $[y_{i-1}, y_i]$. Si $A(c_i)$ es el área de la sección transversal del tanque a la altura c_i , entonces el volumen y el peso de esta rebanada son:

$$\Delta_i V \approx A(c_i) \Delta y \quad \text{y} \quad \Delta_i F \approx \delta \Delta_i V \approx \delta A(c_i) \Delta y$$

Para levantar esta rebanada del tanque hasta la altura h se recorre la distancia $d = h - c_i$ y se requiere realizar el trabajo

$$\Delta_i W \approx (h - c_i) \Delta_i F \approx \delta (h - c_i) A(c_i) \Delta y$$

Y para levantar las n rebanadas (el tanque completo), se requiere

$$W = \sum_{i=1}^n \Delta_i W \approx \sum_{i=1}^n \delta (h - c_i) A(c_i) \Delta y = \delta \sum_{i=1}^n (h - c_i) A(c_i) \Delta y$$

Luego, tomando el límite cuando $n \rightarrow +\infty$,

$$W = \delta \int_c^d (h - y) A(y) dy$$

Fuerza hidrostática sobre una superficie vertical

Consideremos una placa sumergida en posición horizontal en un líquido de peso específico δ . Tomemos un sistema de coordenadas. Supongamos que la superficie del líquido sea la recta horizontal $y = s$ y que la forma de la placa corresponde a una región acotada por las rectas horizontales $y = c, y = d$ y los gráficos de dos funciones continuas $x = f(y), x = g(y)$, tales que $f(y) \geq g(y)$.

Tomamos una partición regular de $[c, d]$ determinada por n intervalos $[y_{i-1}, y_i]$ de longitud $\Delta y = y_i - y_{i-1}$ en los que tomamos una selección de puntos:

$$y_i \leq c_i \leq y_{i-1}$$

El rectángulo de la figura tiene ancho Δy y de base $B(c_i) = f(c_i) - g(c_i)$.

Luego, su área es $A_i = B(c_i) \Delta y$

Si Δy es pequeño, los puntos del rectángulo distan aproximadamente $s - c_i$ de la superficie del líquido y, por lo tanto, la presión en cualquier punto de estos es

$$\Delta_i P \approx \delta (s - c_i)$$

La fuerza hidrostática sobre el rectángulo es

$$\Delta_i F = (\Delta_i P)(A_i) \approx \delta (s - c_i) B(c_i) \Delta y$$

Y la fuerza sobre toda la placa:

$$F = \sum_{i=1}^n \Delta_i F \approx \sum_{i=1}^n \delta (s - c_i) B(c_i) \Delta y$$

En consecuencia, la fuerza hidrostática ejercida sobre la placa por un líquido de peso específico δ es

$$F = \delta \int_c^d (s - y)B(y)dy$$

CAPITULO III

MARCO METODOLÓGICO

Paradigma de la Investigación

El Paradigma de la investigación que se llevó a cabo, es el conocido como post-positivista o interpretativo, debido a que a través de este se pudo comprender la realidad como algo dinámico y diverso; Además de que su interés iba dirigido al significado de las acciones humanas y de la práctica social, como lo expresa Martínez (2011) al hacer referencia a la función final de este paradigma:

La función final de las investigaciones fundadas en el paradigma interpretativo consiste en comprender la conducta de las personas estudiadas lo cual se logra cuando se interpretan los significados que ellas le dan a su propia conducta y a la conducta de los otros como también a los objetos que se encuentran en sus ámbitos de convivencia. (p.10)

Así, con este Paradigma, se buscaba la interconexión de los elementos que podían estar influyendo en la comprensión de las aplicaciones de la integral definida, por medio de una participación democrática y comunicativa entre la investigadora y los sujetos investigados.

Para tales fines, fue indispensable descubrir y comprender los fenómenos en condiciones naturales y determinar cómo los sujetos interpretaban las situaciones, qué significaban para ellos y qué intenciones, creencias o motivaciones les guiaban.

Enfoque de la Investigación

El enfoque de la investigación fue de carácter cualitativo debido a que este “esencialmente desarrolla procesos en términos descriptivos e interpreta acciones,

lenguajes, hechos funcionalmente relevantes y los sitúa en una correlación con el más amplio contexto social” (Martínez, 2011), por tales motivos, con este enfoque se explicaron o descifraron los fenómenos, de acuerdo con los significados que tenían para las personas implicadas, para lo cual se requirió la utilización y recogida de una gran variedad de materiales que describen la rutina, las situaciones problemáticas y los significados en la vida de las personas.

Método de Investigación

Según Martínez (2011)

La fenomenología se preocupa por la comprensión de los actores sociales y por ello de la realidad subjetiva, comprende los fenómenos a partir del sentido que adquieren las cosas para los actores sociales en el marco de su proyecto del mundo. (p.17)

Es por ello que el método que se aplicó, fue el Fenomenológico, ya que se pretendía estudiar el fenómeno en sus propios términos, para lo que se necesitó ser críticamente reflexivo acerca de las formas en que cualquier conjunto de estrategias metodológicas, conocimiento personal y contexto social creaban un acceso teórico y perceptual que influía en la comprensión del fenómeno en estudio. En el caso de la investigación que se desarrolló, se involucró la lectura rigurosa y cuidadosa de los textos, el hacer preguntas, comparar e imaginar las situaciones en las que se encontraron las personas estudiadas.

Diseño y tipo de Investigación

El diseño fue de tipo no experimental puesto que se estudiaron situaciones problemáticas ya existentes y el tipo de Investigación fue de campo, que según el Manual UPEL lo define como:

El análisis sistemático de problemas de la realidad, con el propósito bien sea de describirlos, interpretarlos, entender su naturaleza y factores constituyentes, explicar sus causas y efectos, o predecir su ocurrencia,

haciendo uso de los métodos característicos de cualquiera de los paradigmas o enfoques de investigación conocidos o en desarrollo. Los datos de interés son recogidos en forma directa de la realidad; en este sentido se trata de investigaciones a partir de datos originales o primarios. (p.18)

Procedimientos

Para organizar el estudio que se llevó a cabo, se consideraron las fases propuestas por Parra, E. y Duarte, E (2021, p.188): Fase I. Exploratoria, Fase II. Descriptiva, Fase III. De campo o Interpretativa y Fase IV. Generativa.

Como bien expresan los autores, en la Fase I se procuró la búsqueda y recopilación de la información, con la finalidad de conseguir la mayor cantidad de insumos posible que facilitaran la exposición del planteamiento del problema, los propósitos y la justificación.

En la segunda fase se describieron todos los elementos que serían necesarios a posteriori para el desarrollo de la investigación, los cuales están establecidos en el marco teórico.

En la fase de campo o interpretativa, se aplicaron las técnicas e instrumentos, para luego someter la información obtenida de los informantes claves a un proceso de saturación, generando las categorías y subcategorías que permitieron triangular para conseguir el resumen de hallazgos por categorías, conclusiones y recomendaciones.

Y finalmente en la cuarta fase o fase generativa se sistematizaron los hallazgos obtenidos durante la triangulación para darle paso a los elementos que formaron parte del corpus teóricos de la producción doctoral.

Informantes clave

El interés principal de la investigación fueron los sujetos de estudio, ya que aportaron información valiosa en cuanto a sus experiencias, vivencias y conocimientos específicos, lo cual permitió profundizar y develar algunos aspectos que resultaron relevantes dentro de la didáctica de las matemáticas aplicadas.

Según Arias, F. (2019), “el éxito en la selección de informantes clave radica en la diversidad de los actores porque de esta manera se garantizan diferentes percepciones e interpretaciones acerca de un mismo fenómeno” (p.11). Tomando en cuenta lo anterior y las necesidades de la investigación, se establecieron los siguientes tipos de informantes clave, descritos en la tabla 1:

Tabla 1
Descripción de informantes clave.

Informante clave	Descripción
1	Persona dispuesta a colaborar con la investigación. Ingeniero con componente docente. Egresado de la UNEFA – Núcleo Aragua. Profesor del ciclo profesional de ingeniería civil con experiencia en el área curricular.
2	Persona dispuesta a colaborar con la investigación. Profesor de matemáticas, adjunto a la coordinación de ingeniería civil de la UNEFA – Núcleo Aragua que ha dictado curso de Matemática II.
3	Persona dispuesta a cooperar con la investigación. Ingeniero con componente docente, adjunto a la coordinación de ingeniería civil de la UNEFA – Núcleo Aragua que ha dictado curso de Matemática II.
4	Persona dispuesta a cooperar con la investigación. Estudiante de la carrera de ingeniería civil de la UNEFA – Núcleo Aragua que haya aprobado recientemente el curso de Matemática II.
5	Persona dispuesta a cooperar con la investigación. Estudiante de la carrera de ingeniería civil de la UNEFA – Núcleo Aragua que está cursando asignaturas del ciclo profesional de semestres avanzados.

Técnicas e instrumentos de la investigación

Según Parra, E. y Duarte, E. (2021, p.170) las técnicas cualitativas para la recolección de información se dividen en dos grupos: Directas o interactivas (Observación participativa, entrevistas cualitativas y grupos de discusión) e indirectas o no interactivas (documentación oficial y documentación personal). Para fines de la

investigación que se llevó a cabo, se utilizaron técnicas de ambos grupos, debido a la diversidad de la información que se podía obtener.

Las técnicas que se consideraron para llevar a cabo la investigación que se realizó fueron: la revisión documental, la entrevista en profundidad y actividad diagnóstica, las cuales, fueron aplicadas a los informantes clave descritos con anterioridad. Posteriormente, se procuró agrupar la información en categorías para proceder a analizarla y someterla a un proceso de triangulación, con el fin de visualizar el problema desde diferentes ángulos, ya que, como lo expresan Okuda y Gómez (2005), “la triangulación no sólo sirve para validar la información, sino que se utiliza también para ampliar y profundizar su comprensión” (p.120)

Revisión documental

Las acciones iniciales de la investigación que se llevó a cabo, estuvieron enfocadas en la revisión documental, la cual se aplicó a algunos documentos legales de la universidad (reglamento, programas y planes de estudio) y a los libros de texto que los docentes manifestaron utilizar habitualmente para desarrollar sus guiones de clases, con el fin de obtener información sobre aspectos relacionados con el currículo y su posible incidencia en la prácticas docentes.

La revisión del plan de estudio de ingeniería civil y de los programas que lo conforman, se realizó en conjunto con el informante clave 1, ya que se necesitaba del conocimiento de un experto en las asignaturas del ciclo profesional de ingeniería civil.

Por otra parte, la revisión de los libros de texto pudo ser realizada por la investigadora sin mayor problema, ya que se trataban de contenidos desarrollados de forma explícita, a diferencia de los programas del ciclo profesional.

Posteriormente, y para ampliar la red de información obtenida durante la revisión de documentos oficiales y libros de texto, se realizó una revisión a los guiones de clase elaborados y facilitados por los docentes, a fin de obtener otros elementos que pudieron ayudar en el análisis de la realidad estudiada.

La información obtenida durante las revisiones documentales se registró en cuaderno de notas y en tablas diseñadas por la investigadora, de manera que se facilitara su clasificación, organización e interpretación.

Entrevista en profundidad

Para Parra, E. y Duarte, E. (2021) la entrevista en la investigación cualitativa, “es una técnica reflexiva que se emplea para establecer un diálogo; es confidencial y se realiza según el método. Es personalizada sobre acontecimientos vividos y aspectos subjetivos de los informantes en relación al tema de estudio.” (p.170)

Es por ello que luego de la revisión documental y atendiendo a los fines de la investigación, se llevaron a cabo entrevistas en profundidad para establecer relaciones activas entre los aspectos encontrados anteriormente y las experiencias de los informantes claves involucrado, por medio de una serie de preguntas generadoras de carácter abierto que hicieron que la dinámica entre las partes resultará flexible con criterio de amplitud, a pesar de algunas condiciones suscitadas.

Las entrevistas realizadas al informante clave 2 y al informante clave 3 sirvieron para complementar la información obtenida durante la revisión de los guiones de clases, mientras que las entrevistas a los informantes claves 4 y 5 fueron de gran ayuda para verificar algunos elementos que emergieron con anterioridad y dejar en evidencia otros aspectos que eran necesarios para comprender mejor la realidad encontrada.

Las entrevistas fueron aplicadas de forma individual, algunas de ellas fueron presenciales, mientras que otras tuvieron que realizarse de manera virtual a raíz de la situación pandemia que se vivía para el momento de la investigación. Las entrevistas presenciales fueron registradas en audio desde la grabadora de un teléfono celular, entre tanto, las entrevistas virtuales se llevaron a cabo por medio de notas de voz enviadas y registradas en la aplicación de Whatsapp. En todos los casos, las conversaciones fueron vaciadas en crudo en matrices para su posterior análisis.

Actividad diagnóstica

La actividad diagnóstica se trataba de una prueba compuesta por cinco problemas relacionados con el tema de estudio, la cual fue aplicada a un solo estudiante por las condiciones que se generaron en vista de la situación pandemia.

Con la aplicación de dicha evaluación se pretendía corroborar las declaraciones de los docentes en las entrevistas acerca del desempeño del estudiante, la forma en que interpreta los problemas, las herramientas tecnológicas – teóricas que maneja y las razones por las cuales procede de determinada manera.

La resolución de la prueba objetiva por parte del estudiante, fue desarrollada de forma escrita, en hojas blancas, sin límite de tiempo, para posteriormente ser escaneada y archivada en formato digital. Por su parte, la investigadora, con antelación, desarrolló la resolución para asegurarse de que la estructura de la prueba ofreciera diversas opciones de resolución e interpretación.

De igual manera, luego de la evaluación, se tenía prevista una conversación con el estudiante para poder comprender, desde su perspectiva, los resultados obtenidos y cerrar el diagnóstico con una retroalimentación de cada uno de los problemas propuestos.

Análisis de información

Según Corbin, J. (2016) la Teoría Fundamentada se compone de la siguiente manera:

- a) Conceptos creados a partir de datos que se agrupan en categorías.
- b) El desarrollo de categorías en términos de sus propiedades y dimensiones.
- c) Integración de categorías y niveles más bajos de conceptos en un marco teórico que ofrece información sobre un fenómeno o una serie de fenómenos y que da pista para la acción. Esta integración final es la que lleva a los hallazgos de la investigación de la descripción a la teoría.

Así, por su naturaleza inductiva, la Teoría Fundamentada es ideal para generar teorías a partir de datos cualitativos rigurosamente obtenidos y analizados hasta alcanzar la saturación de categorías.

Para que la Teoría fundamentada guiara el proceso de teorización, se debió cumplir con ciertas fases, como lo son, el muestro teórico (obtenido en la aplicación de las técnicas e instrumentos), identificación de incidentes, saturación teórica, aplicación de método comparativo constante, establecimiento de categorías y la triangulación.

Inicialmente con las técnicas e instrumentos aplicados, se logró obtener un muestro teórico, el cual fue dirigido por los intereses de la teoría emergente. En sus etapas iniciales el muestreo se realizó de manera abierta, procurando establecer el significado de la integral definida dentro del plan de estudio de ingeniería civil, pero al encontrar que la estructura de los planes, los programas y los libros era adecuada a nivel teórico para el alcance del perfil profesional establecido por la universidad, surgió curiosidad por conocer si en el ejercicio de los planes ocurría de la misma manera, lo que llevó a indagar sobre las prácticas docentes y el alcance de las mismas desde las perspectivas de los actores involucrados en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas aplicadas.

La investigadora realizó el muestreo teórico hasta que no emergió nueva información de los datos recogidos, ya que al alcanzar dicho estadio se puede asegurar que los datos se encuentran saturados.

Posteriormente y con la información recabada en el muestreo teórico, se identificaron y analizaron los incidentes considerados importantes por la investigadora, tomando en cuenta aquellas porciones de contenido en las que aparecían palabras claves o temas oportunos relacionados con la didáctica de las matemáticas aplicadas.

Ya con los incidentes encontrados en los datos, se procedió a aplicar el método comparativo constante, con el cual se buscaron semejanzas y diferencias a través del análisis de dichos incidentes. Con la comparación de similitudes y diferencias de los hechos, la investigadora pudo generar conceptos y sus características basándose en los patrones de comportamiento que se repetían.

Luego, con los conceptos y características encontradas se pudieron establecer las categorías y subcategorías que se emplearon en la explicación teórica que

emergieron de los incidentes, para seguidamente realizar el proceso de triangulación de información en el que se tomaron en cuenta los datos generados por los informantes claves, las teorías de arranque y la interpretación de la investigadora, cuyos resultados ayudarían a teorizar.

CAPITULO IV

EL CURSO INTRODUCTORIO

Análisis curricular del programa de Matemática del Curso Integral de Nivelación Universitaria (CINU) de la Universidad Nacional Politécnica de la Fuerza Armada Nacional Bolivariana (UNEFA)

El análisis curricular realizado al programa de Matemática del Curso Integral de Nivelación Universitaria (CINU), buscaba conocer la constitución del mismo, su coherencia y funcionalidad en cuanto a las bases cognitivas que requieren los estudiantes para poder desenvolverse durante el curso de las diferentes asignaturas que forman parte del pensum de estudio.

Con dicho análisis se pudieron establecer algunos aspectos que deben ser considerados en el desarrollo de los temas propios de la carrera, debido a que el dominio de los mismos, es de gran importancia para la comprensión de los procesos matemáticos involucrados en el estudio de muchos de los temas de las materias, tanto del ciclo básico como del ciclo profesional.

El CINU es un plan de estudio que fue implementado a raíz de la eliminación de la prueba nacional del Concejo Nacional Universitario (CNU) y las pruebas de admisión que realizaban las universidades en años anteriores. El mismo tiene como objetivo principal el fortalecimiento de conocimientos y habilidades en diversas áreas de estudio.

El Curso Integral de Nivelación Universitaria está conformado por cuatro materias: Lenguaje y comunicación; filosofía, ética y valores de la UNEFA; Matemática y Defensa integral de la Nación.

En la asignatura de filosofía, ética y valores de la UNEFA, se dan a conocer los objetivos fundamentales de la UNEFA, y lo correspondiente a la defensa (orden

cerrado) es estudiado en la asignatura de Defensa integral de la Nación, en la que se le demuestra al estudiante, la conjugación cívico-militar que existe en la institución.

En cuanto a las asignatura de lenguaje y matemática, estas buscan reforzar los conocimientos obtenidos por el estudiante, durante su bachillerato, los cuales serán de utilidad a lo largo de su carrera universitaria.

Para el estudio es de gran importancia la evaluación del programa de Matemática del CINU porque el mismo está basado (teóricamente) en las necesidades cognitivas del estudiante para lograr un mejor desempeño durante su formación como profesional.

Además, la superación y dominio de los temas de su educación básica y media diversificada, no solo es positivo para el desarrollo del estudiante, sino que también es ganancia para el docente, ya que las necesidades cognitivas pueden representar un obstáculo para la comprensión del nuevo conocimiento, reducir el tiempo destinado para el estudio de los objetivos reales de cada unidad o atrasar el cumplimiento de los mismos.

Al analizar el programa de Matemática del CINU se puede observar que el mismo posee algunos elementos que no estaban de forma explícita en los programas del plan de estudio de la carrera, como por ejemplo, la justificación y las competencias asociadas a la asignatura.

En la justificación se hace visible tanto la fundamentación pedagógica, como la psicológica y la sociológica del programa. En cuanto a la fundamentación pedagógica son señalados los fines educativos que se persiguen, las fuentes o modos de hacer llegar el conocimiento y los valores que quieren ser alcanzados, expresados en los siguientes términos:

- Capacitar a los estudiantes para que adquieran y manejen adecuadamente habilidades y destrezas para resolver los diferentes problemas que puedan presentarse durante su etapa formativa.
- Aplicar novedosas estrategias de enseñanza con tecnología aplicada, que aporten variadas experiencias a la educación holística para su ejecución y aplicación.

- Afianzar y desarrollar conocimientos y habilidades en el área de matemática en búsqueda de la excelencia académica.

Con relación a su fundamentación psicológica, también en la justificación del programa, se indica que la estructura del mismo está basada en la teoría constructivista, argumentando que este tipo de educación “requiere de los estudiantes un conjunto de herramientas de aprendizaje que deben desarrollar tales como: capacidad de lectura comprensiva, identificación y solución de problemas, capacidad de análisis crítico, habilidad para investigar y comunicar adecuadamente los resultados.”, haciendo perceptible también que la organización de los contenidos obedece a un vínculo que existe entre el contenido anterior y el contenido posterior.

Por otra parte en la justificación del programa, se exponen los motivos por los cuales es implementada la asignatura de Matemática del CINU, mostrando de esta manera su fundamentación sociológica. Según lo expresado, el Curso Integral de Nivelación Universitaria (CINU) se diseñó considerando la realidad encontrada en cuanto al dominio de los contenidos del área de matemáticas en los aspirante a cursar estudios en la UNEFA, integrando todos los contenidos del nivel educativo previo, a fin de completar el desarrollo de habilidades matemáticas necesarias para iniciar al estudiante en su carrera universitaria.

En cuanto a los objetivos establecidos en el programa, estos se presentan de forma clara y todos se encuentran en el nivel de aplicación de la taxonomía de Bloom, además, los mismos están en consonancia con el objetivo general de la materia.

Ahora bien, en el programa de Matemática del CINU, el contenido está distribuido en tres unidades temáticas: UNIDAD 1 Expresiones algebraicas, UNIDAD 2 Radicación y UNIDAD 3 Ecuaciones, ciertamente los contenidos son pertinentes para el desarrollo de algunas habilidades primarias, pero no son suficientes para cubrir todos los contenidos del nivel educativo previo como se indica en la justificación del programa, de hecho, el programa de Matemática del CINU es el mismo para todos los estudiantes nuevo ingreso de cualquiera de las carreras, lo que quiere decir que el programa no está ajustado a las necesidades cognitivas de cada una de las carreras ofertadas. Por ejemplo, en el caso de ingeniería, es importante dominar contenidos como inecuaciones, logaritmo y trigonometría, ya que estos son necesarios para

resolver problemas relacionados con dominio de funciones, continuidad, límites, derivadas e integrales, los cuales son estudiados en materias como, Matemática I, Matemática II y Matemática III del primer, segundo y tercer semestre respectivamente.

Para darle contexto a la situación antes planteada, se tiene lo siguiente: ciertamente, las inecuaciones lineales pueden resolverse aplicando algunas de las bases teóricas que se utilizan en la resolución de ecuaciones (ver figura 1), pero las inecuaciones cuadráticas o racionales requieren de un tratamiento diferente (ver figura 2) y este tratamiento en la mayoría de los casos no es del dominio de los estudiantes, ya sea porque no fue estudiado durante su bachillerato o porque la forma en se trabajó no fue la más adecuada.

Figura 1.

Comparación del procedimiento para la resolución de una ecuación lineal y una inecuación lineal.

Ecuación Lineal		Inecuación lineal
$x + 5 = 3x + 15$		$x + 5 \geq 3x + 15$
Adicionando el opuesto de $3x$		Adicionando el opuesto de $3x$
$x + 5 - 3x = 3x + 15 - 3x$		$x + 5 - 3x \geq 3x + 15 - 3x$
Reducción de términos semejantes		Reducción de términos semejantes
$-2x + 5 = 15$		$-2x + 5 \geq 15$
Adicionando el opuesto de 5	Vs	Adicionando el opuesto de 5
$-2x + 5 - 5 = 15 - 5$		$-2x + 5 - 5 \geq 15 - 5$
Reducción de términos semejantes		Reducción de términos semejantes
$-2x = 10$		$-2x \geq 10$
Multiplicando la ecuación por el inverso de -2		Multiplicando la ecuación por el inverso de -2
$\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (-2x = 10)$		$\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (-2x \geq 10)$
Ley de los signos para la multiplicación y simplificación		Ley de los signos para la multiplicación, teorema y simplificación
$x = -5$		$x \leq -5$

Figura 2.

Comparación del procedimiento para resolución de una ecuación cuadrática y una inecuación cuadrática.

Ecuación cuadrática		Inecuación cuadrática
$x^2 - x = 2$		$x^2 - x \geq 2$
Igualando a cero la ecuación		Igualando a cero la ecuación
$x^2 - x - 2 = 0$		$x^2 - x - 2 \geq 0$
Factorizando		Factorizando
$(x - 2)(x + 1) = 0$		$(x - 2)(x + 1) \geq 0$
Igualando a cero el primer factor y despejando a x.		Igualando cada factor a cero para calcular raíces
$x - 2 = 0$	Vs	$x - 2 = 0$
$x = 2$		$x + 1 = 0$
		$x = -1$
Igualando a cero el segundo factor y despejando a x.		Aplicando método de las celdas
$x + 1 = 0$		
$x = -1$		
Dos soluciones:		
$x = 2$ y $x = -1$		

	$(-\infty, -1)$	-1	$(-1, 2)$	2	$(2, +\infty)$
$x - 2$	-		-		+
$x + 1$	-		+		+
Sol.	+		-		+

Solución: $x \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

Así, si este tema no es dominado, el mismo puede representar un obstáculo en la enseñanza y el aprendizaje de dominio de funciones y a su vez si el estudiante no logra dominar el tema de funciones, esto le puede dificultar la comprensión de temas como integrales impropias, donde debe estudiar el comportamiento de la función integrando para poder aplicar la definición correcta de la integral impropia.

De igual manera ocurre con el contenido de logaritmo que tiene repercusión en el estudio de funciones, límites, derivada, integrales, series numéricas, entre otros, ya que el dominio de sus propiedades facilita muchos cálculos. Por ejemplo, si se observa la figura 3, al derivar una función logarítmica sin aplicar las propiedades pertinentes, el procedimiento resulta ser un poco más extenso, derivando hasta tres veces por tratarse de una función compuesta. En cambio, cuando las propiedades de logaritmo son aplicadas, se puede observar que el proceso es menos engorroso y a pesar que luego

de aplicar las propiedades de logaritmo, la función continúa siendo una función compuesta, solo se debe derivar dos veces en lugar de tres.

Figura 3.

Comparación del procedimiento para derivar una función logarítmica aplicando y no aplicando las propiedades de logaritmo.

Sin aplicar propiedades de logaritmo	Aplicando propiedades de logaritmo
$f(x) = \ln \sqrt{2x+3}$	$f(x) = \ln \sqrt{2x+3}$
Escribiendo radical en forma de potencia	Escribiendo radical en forma de potencia
$f(x) = \ln(2x+3)^{\frac{1}{2}}$	$f(x) = \ln(2x+3)^{\frac{1}{2}}$
Derivada de Logaritmo neperiano por regla de la cadena	Aplicando propiedad de logaritmo
$f'(x) = \frac{d(\ln(2x+3)^{\frac{1}{2}})}{dx}$	$f(x) = \frac{1}{2} \ln(2x+3)$
Derivada de la potencia por regla de la cadena	Aplicando derivada
$f'(x) = \frac{1}{(2x+3)^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{d((2x+3)^{\frac{1}{2}})}{dx}$	$f'(x) = \frac{d(\frac{1}{2} \ln(2x+3))}{dx}$
Derivada variable y constante	Derivada de Logaritmo neperiano por regla de la cadena
$f'(x) = \frac{1}{(2x+3)^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{2(2x+3)^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{d(2x+3)}{dx}$	$f'(x) = \frac{1}{2} \frac{d(\ln(2x+3))}{dx}$
Resolviendo operaciones y simplificando	Derivada variable y constante
$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2x+3}} \cdot 2$	$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2x+3} \cdot \frac{d(2x+3)}{dx}$
$f'(x) = \frac{2}{2(\sqrt{2x+3})^2}$	Resolviendo operaciones y simplificando
$f'(x) = \frac{1}{2x+3}$	$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2x+3} \cdot 2$
	$f'(x) = \frac{2}{2 \cdot (2x+3)}$
	$f'(x) = \frac{1}{2x+3}$

Otro ejemplo, y no menos importante, con referencia al uso de las propiedades de logaritmo, se observa en la figura 4, donde el cálculo del límite de la función logarítmica no sería posible sin el uso de dichas propiedades.

Figura 4.

Cálculo del límite de una función logarítmica.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} [\ln(4x - 10) - \ln(4x + 3)]$$

Al evaluar el límite se obtiene la forma indeterminada $\infty - \infty$.

Luego, aplicando las propiedades de logaritmo, se tiene:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln\left(\frac{4x - 10}{4x + 3}\right)$$

Aplicando las propiedades de límite:

$$\ln\left(\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x - 10}{4x + 3}\right)$$

Evalutando el nuevo límite, se obtiene la forma indeterminada $\frac{\infty}{\infty}$.

Dividiendo por la variable de mayor orden, se tiene:

$$\ln\left(\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{4x}{x} - \frac{10}{x}}{\frac{4x}{x} + \frac{3}{x}}\right)$$

Simplificando:

$$\ln\left(\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - \frac{10}{x}}{4 + \frac{3}{x}}\right)$$

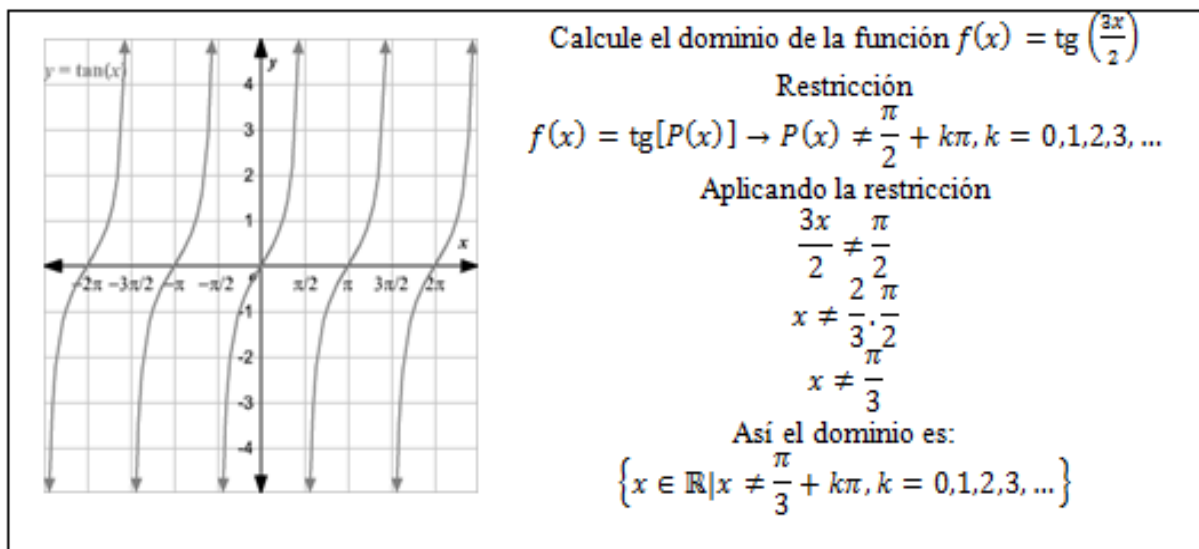
Evalutando nuevamente, se obtiene:

$$\ln(1) = 0$$

Observando las situaciones anteriores y a pesar de que la trigonometría resulta ser un tema bastante extenso, es igual de necesario, desde sus aspectos más básicos hasta los más complejos, para solucionar problemas asociados a dominio de funciones trigonométricas, límites trigonométricos, integrales trigonométricas, integrales por cambio de variable trigonométrico, entre otros. Por ejemplo, si en una integral impropia, la función integrando es la función tangente, se deberá tomar en cuenta el estudio del dominio de tal función como se indica en la figura 5, para establecer la definición correcta de integral impropia con base en los valores que admite determinada función, de no tener en cuenta estos elementos, la solución al problema sería incorrecta, a pesar de dominar las propiedades, reglas y métodos de integración.

Figura 5.

Cálculo del dominio de la una función tangente



Esta situación no es ajena a otras carreras. Aun cuando los cálculos que se requieren realizar en algunas materias no son tan extensos y complejos como los realizados en ingeniería, si es necesario el conocimiento de algunos contenidos básicos que no están considerados dentro del programa.

Los motivos por los cuales se encuentran excluidos son desconocidos, ya que no se tiene la disponibilidad de contactar a los autores del actual diseño curricular.

En cuanto al tiempo de dedicación que se le da al curso de la materia, se estima que es el adecuado, tomando en cuenta que el desarrollo del CINU abarca doce semanas de clase (un trimestre) y los encuentros académicos suman cinco horas semanales, es tiempo suficiente para estudiar y evaluar los contenidos de las tres unidades propuestas.

A pesar de que el programa en su justificación señala la búsqueda de la aplicación de novedosas estrategias de enseñanza con tecnología, no dispone de una lista de ellas que sirvan de referencia para el docente, como tampoco se indican los recursos con los que pueden contar y las estrategias de evaluación propuestas son las mismas que las establecidas en los programas del plan de estudio de la carrera.

Por otra parte, es importante destacar que los programas que conforman el plan de estudio del CINU no forman parte del plan de estudio de la carrera, de hecho, no figura como requisito para cursar alguna de las materias del primer semestre, es decir,

el plan de estudio del CINU solo representa una oportunidad para reforzar los conocimientos básicos y necesarios, y su aprobación es tomada en cuenta solo como requisito para iniciar la formación profesional.

CAPITULO V

EL PROGRAMA DE MATEMÁTICA II

Análisis curricular del programa de la asignatura Matemática II del plan de estudio de ingeniería civil de la Universidad Nacional Experimental Politécnica de la Fuerza Armada Nacional Bolivariana (UNEFA)

En este capítulo se presenta el análisis curricular realizado al programa de Matemática II y el plan de estudios de la carrera de ingeniería civil. Dicho análisis buscaba estudiar el significado de la definición de la integral definida dentro de la ingeniería civil, estableciendo de esta manera las conexiones existentes entre la integral definida estudiada en Matemática II y los contenidos de las asignaturas posteriores a ella, para así denotar la importancia y la pertinencia del mencionado tema dentro del pensum de estudio.

Antes de realizar un análisis de las prácticas docentes, fue necesario hacer una revisión del plan de estudio de la carrera y del programa de la asignatura Matemática II de ingeniería civil de la Universidad Nacional Experimental Politécnica de la Fuerza Armada Nacional Bolivariana (UNEFA), ya que los mismos sirven de punto de partida para que los distintos docentes a cargo de dicho curso, inicien la planeación y desarrollo de su contenido.

Para Stenhouse (1981, p.30), un currículo, mínimo, “ha de proporcionar una base para planificar un curso, estudiarlo empíricamente y considerar los motivos de su justificación”. Dentro de los elementos que Stenhouse considera que debe tener un currículo se mencionan: principios para la selección del contenido, principios para el desarrollo de estrategias de enseñanza, principios acerca de adopción de decisiones relativas a la secuencia, principios con los cuales diagnosticar los puntos débiles y fuertes de los estudiante individualmente considerados, principios a base de los cuales

estudiar y evaluar el progreso de los estudiantes y profesores, información de la variabilidad de efectos en diferentes contextos y sobre diversos alumnos y comprender las causas de la variación, entre otros.

Estos elementos están precisados por Rodríguez, N. (2004, p.115) en dos grupos que describen el análisis curricular: el análisis externo y el análisis interno. En el caso del análisis externo, el mismo comprende tres criterios; el primero de ellos es el contexto histórico social, el cual no se pudo llevar a cabo, pues no se conocen los antecedentes del diseño actual. El segundo de los criterios hace referencia a la resonancia, donde se debe describir el proceso seguido para la elaboración del diseño curricular en vigencia, pero este criterio tampoco pudo ser aplicado porque no se tuvo la disponibilidad de conversar con los autores para determinar la cantidad y la calidad de las consultas realizadas a los distintos actores involucrados (docentes, estudiantes, entre otros). Finalmente, el tercer criterio apunta al análisis general del plan de estudio y los programas de cada una de las materias de interés. Para la aplicación del este último criterio se consideró el plan correspondiente a la carrera de ingeniería civil de la figura 6.

Este análisis general del pensum permitió obtener la primera visión a totalidad del nivel académico de la carrera, pudiendo ubicar, de mejor manera, el programa de la asignatura en el contexto del plan general.

Ahora bien, a simple vista se pudo observar que el diseño tiende hacia un alto grado de estructuración y prescripción, consta de sesenta y dos (62) materias que están distribuidas en ocho (8) semestres y de una pasantía o trabajo de grado presentado en el noveno semestre. El orden de las materias obedece a una estructura jerárquica, la cual es determinada por los propósitos que se persiguen y evidenciada por los requisitos que se exigen para el curso de algunas materias.

Asimismo, estos requisitos dejan entre ver, que existe una integración de contenidos, porque algunas materias dependen de la aprobación de otras, es decir, que los contenidos estudiados durante equis materia previa, son necesarios para el desarrollo de los contenidos de las materias de semestres subsiguientes.

Figura 6.

Plan de estudio de ingeniería civil de la Universidad Nacional Experimental Politécnica de la Fuerza Armada Nacional Bolivariana.

 REPUBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA MINISTERIO DEL PODER POPULAR PARA LA DEFENSA UNIVERSIDAD NACIONAL EXPERIMENTAL POLITÉCNICA DE LA FUERZA ARMADA BOLIVARIANA						
PLAN DE ESTUDIO						
SEMESTRE	CÓDIGO	INGENIERÍA CIVIL ASIGNATURA	RÉGIMEN DIURNO HORAS			VIGENCIA: 2010 REQUISITOS
			T	P	L	
1º	ADG-25132	EDUCACIÓN AMBIENTAL	2	1	0	3
	ADG-25133	HOMBRE, SOCIEDAD, CIENCIA Y TEC.	2	2	0	3
	IDM-24113	INGLÉS I	2	2	0	3
	MAT-21212	DIBUJO	1	3	0	2
	MAT-21215	MATEMÁTICA I	4	2	0	5
	MAT-21594	GEOMETRÍA ANALÍTICA	3	2	0	4
	ADG-25131	SEMINARIO I	1	0	0	1
	DIN-21113	DEFENSA INTEGRAL DE LA NACION I	2	2	0	3
			17	14	0	23 UC
2º	IDM-24125	INGLÉS II	2	2	0	3
	QUP-23014	QUÍMICA GENERAL	2	2	3	4
	QUP-23015	FÍSICA I	4	2	2	5
	MAT-21225	MATEMÁTICA II	4	2	0	5
	MAT-21114	ÁLGEBRA LINEAL	2	4	0	4
	ADG-25141	SEMINARIO II	1	0	0	1
	DIN-21125	DEFENSA INTEGRAL DE LA NACION II	2	2	0	3
			17	14	5	25 UC
3º	QUP-23025	FÍSICA II	4	2	3	5
	MAT-21235	MATEMÁTICA III	4	2	0	5
	MAT-21414	PROBABILIDADES Y ESTADÍSTICA	2	4	0	4
	SYC-21113	PROGRAMACIÓN	2	0	3	3
	MAT-20714	CÁLCULO NUMÉRICO	3	3	0	4
	DIN-21133	DEFENSA INTEGRAL DE LA NACION III	2	2	0	3
			17	13	6	24 UC
4º	MAT-30123	GEOMETRÍA DESCRIPTIVA	2	2	0	3
	CIV-30115	TOPOGRAFÍA	4	2	0	5
	CIV-30123	GEOLOGÍA APLICADA	2	2	0	3
	MEC-30414	MECÁNICA DE LOS FLUIDOS	3	2	0	4
	MEC-31613	ESTÁTICA	4	3	0	5
	MEC-31614	RESISTENCIA DE MATERIALES	3	3	0	4
		ELECTIVA NO TÉCNICA	3	1	0	3
	DIN-31143	DEFENSA INTEGRAL DE LA NACION IV	2	2	0	3
			23	17	0	30 UC
5º	CIV-30314	MATERIALES Y ENSAYOS	3	0	3	4
	MEC-31714	DINÁMICA	3	3	0	4
	CIV-30213	HIDROLOGÍA	2	2	0	3
	CIV-30144	MECÁNICA DE LOS SUELOS	3	0	3	4
	CIV-30615	VÍAS DE COMUNICACIÓN	4	3	0	5
	CIV-31024	INSTALACIONES ELÉCTRICAS	3	3	0	4
	CIV-31713	DIBUJO DE PROYECTOS	2	2	0	3
	DIN-31153	DEFENSA INTEGRAL DE LA NACION V	2	2	0	3
			23	16	6	30 UC
6º	AGG-31113	ADMINISTRACIÓN DE OBRAS	2	2	0	3
	CIV-31115	ACUEDUCTOS Y CLOACAS	4	3	0	5
	CIV-30415	TEORÍA DE ESTRUCTURAS I	4	3	0	5
	CIV-30623	INGENIERÍA DE TRANSITO	2	2	0	3
	AGM-31013	MANTENIMIENTO GENERAL DE OBRAS CIVILES	2	2	0	3
	CIV-30713	ARQUITECTURA Y URBANISMO	3	0	3	4
	CIV-30514	PROYECTOS DE ACERO	3	3	0	4
		ELECTIVA NO TÉCNICA	3	1	0	3
7º	DIN-31163	DEFENSA INTEGRAL DE LA NACION VI	2	2	0	3
			23	18	0	32 UC
	CIV-30615	CONCRETO ARMADO	4	3	0	5
	CIV-30425	TEORÍA DE ESTRUCTURAS II	4	3	0	5
	CIV-31214	DISEÑO DE OBRAS HIDRÁULICAS	3	3	0	4
	ADG-30214	METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	3	2	0	4
	CIV-30653	FERROCARRILES	2	3	0	3
	CIV-30613	PAVIMENTOS	2	2	0	3
8º	AGG-31513	PLANIFICACIÓN Y EVALUACIÓN DE PROYECTOS DE OBRAS CIVILES	2	3	0	3
	DIN-31173	DEFENSA INTEGRAL DE LA NACION VII	2	2	0	3
			22	21	0	30 UC
	CIV-31314	FUNDACIONES Y MUROS	3	3	0	4
	CIV-31714	MARCO LEGAL PARA EL EJERCICIO DE LA INGENIERÍA	4	0	0	4
	CIV-31514	INGENIERÍA SÍSMICA	3	3	0	4
	CIV-31414	PUESTOS	3	2	0	4
	CIV-31414	CONCRETO PRECOMPRESO	3	2	0	4
9º		ELECTIVA TÉCNICA	3	1	0	3
	DIN-31183	DEFENSA INTEGRAL DE LA NACION VIII	2	2	0	3
			24	24	0	23 UC
			0	0	0	23 UC

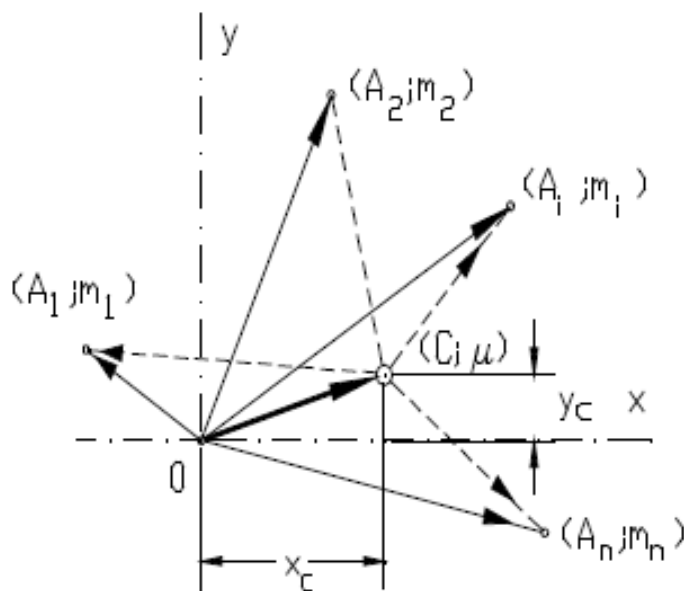
Igualmente se pudo observar que en algunos casos, las materias establecidas como requisitos no necesariamente pertenecen a la misma área de conocimiento, pero comparten ciertas bases teóricas que indican la existencia de interdisciplinariedad,

como por ejemplo Física II que tiene como requisito la aprobación de Física I y Matemática II, ya que para el desarrollo de ciertos contenidos y demostraciones, el estudiante necesita dominar, no solo las definiciones propias de la física, sino también el proceso de integración que es un contenido de Matemática II.

Esto también se percibe de forma indirecta, en materias como Estática, que a pesar de no indicar como requisito la aprobación de Matemática II, indica como requisito la aprobación de Física II, cuyo requisito es la aprobación de Matemática II. Se hace hincapié en este detalle porque para estudiar los contenidos de Estática es necesario dominar el proceso de integración y varias de sus aplicaciones, como se puede evidenciar en el siguiente ejemplo, del libro de “Estatica Aplicada” de la Universidad de Cuyo, que para el estudio de centro de masa en el plano y el momento estático con respecto a un eje, se plantea la siguiente situación generatriz basada en la figura 7.

Figura 7.

Imagen de sistema de puntos ponderados que se ubican en el plano xy de la teoría de centro de masa en el plano y momento estático con respecto a un eje



Nota: tomado del libro de Estática Aplicada de Llano, R. (p.99)

Para esa situación, el autor del libro indica que si el sistema de puntos ponderados es tal que se ubica en el plano xy, la expresión del teorema de Varignon queda expresada como $\mu \overline{OC} = m_1 \overline{OA_1} + m_2 \overline{OA_2} + \dots + m_n \overline{OA_n} = \sum m_i \overline{OA_i}$, pero como la totalidad de los vectores posición están en el plano xy, el centro de masa será coplanar con los puntos del sistema. Luego, como se trata de puntos en el plano, el autor, los expresa en su forma cartesiana, sustituyendo $\overline{OC}$ por $x_c \bar{i} + y_c \bar{j}$ y $\overline{OA_i}$ por $x_i \bar{i} + y_i \bar{j}$ en la ecuación anterior, obteniendo: $\mu x_c \bar{i} + \mu y_c \bar{j} = \bar{i} \sum m_i x_i + \bar{j} \sum m_i y_i = S_0$ que igualando cada una de las componentes de la ecuación, resultan las siguientes expresiones: $\mu x_c = \sum m_i x_i = S_y$ y $\mu y_c = \sum m_i y_i = S_x$ para dar lugar a las ecuaciones con las cuales se calcularían las coordenadas del centro de masa: $x_c = \frac{S_y}{\mu}$ y $y_c = \frac{S_x}{\mu}$. Finalmente, declara que de tratarse de un sistema continuo de puntos, esto se traduciría en una suma infinita de puntos que concluiría en una definición con base en la integral definida como se puede observar en la figura 8.

Figura 8

Imagen correspondiente a las definiciones de momento y centro de masa en el plano con base en la integral definida.

Masa total :	$\mu = \int_{\mu} dm$
Momentos estáticos :	$S_X = \int_{\mu} y dm \quad S_Y = \int_{\mu} x dm$
Coordenadas del centro de masa:	$\mu x_c = S_y \quad \therefore \quad x_c = \frac{S_y}{\mu}$ $\mu y_c = S_x \quad \therefore \quad y_c = \frac{S_x}{\mu}$

Nota: tomado del libro de *Estática Aplicada* de Llano, R. (p. 99)

Así como este ejemplo, se pueden encontrar muchos más, tanto en la materia de *Estática* como en otras materias de semestres avanzados. No obstante, se observó

que la asignatura de Matemática III del tercer semestre de ingeniería no figura como requisito para cursar alguna materia, a pesar de que la comprensión y aprendizaje de sus contenidos repercuten en materias posteriores. Esta realidad aflora inquietudes acerca del desenvolvimiento que puede tener un estudiante que no apruebe el curso de Matemática III y continúe su trayecto cursando materias que dependan del logro de las competencias de la misma, con lo cual se ha podido evidenciar cierta segmentación y fragmentación del conocimiento.

Por otra parte, para finalizar con el análisis externo del plan de estudio se encontró que todos los programas siguen el mismo esquema, de hecho, dentro las sugerencias para las estrategias de evaluación y las estrategias metodológicas generales, se indican las mismas, indistintamente del área de conocimiento a la cual pertenecen las materias.

Luego, para realizar el análisis interno del diseño curricular, se consideraron tres grupos de criterios establecidos por Rodríguez: fundamentación, componentes específicos del programa y eficiencia interna del diseño. También, según Rodríguez, N. (2004, p. 11) este el análisis interno debe centrarse “en el análisis de los programas como documentos base, pero sin perder sus relaciones con el plan de estudio”, por lo que se requirió consultar otros documentos, es decir, el análisis interno que se llevó a cabo no estuvo apoyado solamente en la información que podían suministrar los programas del plan de estudio, sino que también se tomaron en cuenta otras fuentes como la página y reglamento de la universidad para sustentar algunos elementos que no estaban reflejados en los mismos.

En cuanto a la fundamentación de un programa, esta se puede clasificar en pedagógica, psicológica y sociológica. Estos fundamentos pueden estar expresamente escritos en alguna sección del plan de estudios o de los programas, aunque la inexistencia de un apartado sobre alguno de estos, no indicaría la ausencia de fundamentación, porque la misma puede encontrarse subyacente en otros componentes.

De esta manera, para realizar el análisis de la fundamentación pedagógica se tomaron en cuenta tres aspectos planteados por Rodríguez: la teleología, la epistemología y la axiología.

La teleología del plan de estudio en general, se ve reflejada en el perfil de egreso que establece la universidad en su portal, donde manifiesta que el mismo busca formar profesionales capaces de “analizar, planificar, diseñar, construir y gestionar obras de infraestructura, con una visión lo suficientemente flexible como para adaptarse a las exigencias tecnológicas cambiantes a lo largo del tiempo”, esto también se vio evidenciado en el programa de la materia de interés de la presente investigación, Matemática II, que tiene como objetivo general aplicar los fundamentos teóricos y prácticos del cálculo integral de una variable real para resolver problemas de carácter físico y geométrico asociados al área de ingeniería e introducir los conceptos de funciones de varias variables. Al comparar ambas finalidades educativas se hizo notar la relación existente entre los propósitos globales del plan de estudio y los propósitos particulares de dicha materia.

Ahora, en relación al aspecto epistemológico del plan de estudio y cada uno de sus programas, indica (en teoría) dos fuentes o modos de llegar al conocimiento, una hace referencia a las actividades presenciales que incluyen la participación tanto del docente como del estudiante y otra que hace referencia a las actividades de autogestión que deberían llevar a cabo los estudiantes. La descripción no es muy explícita, pero su idea general apunta a situaciones auto estructurales, ya que el desarrollo de los temas no dependen solamente de las actividades del docente, sino también de las actitudes que tengas el estudiante frente a la búsqueda del conocimiento, donde la adquisición del mismo puede lograrse por medio de una participación activa u observando, leyendo y escuchando, así mismo, en el caso particular del programa de Matemática II, su estructura sugiere la experiencia teórica del individuo con hechos y fenómenos (aplicaciones de la integral definida) que deberían permitir construir conocimientos y habilidades que le faciliten llegar a generalizaciones, asociando la teoría con la práctica.

Por su parte, el aspecto axiológico de los planes de estudio de la UNEFA están establecidos de manera general en el reglamento de la misma universidad, donde en su artículo 4° declara que:

Artículo 4°. La Universidad Nacional Experimental Politécnica de la Fuerza Armada Nacional Bolivariana deberá caracterizarse por su

excelencia educativa, orientada a la búsqueda de la verdad y en el afianzamiento de los valores trascendentales del hombre, en función de una sociedad democrática, participativa y protagónica para el desarrollo, soberano e independiente de la Nación. (p. 1)

De hecho, en el mismo portal de la universidad, resaltan los siguientes valores: excelencia, disciplina, honestidad, creatividad, igualdad, justicia, solidaridad, dignidad, patriotismo, humanismo, laboriosidad, entre otros. Estos valores están en consonancia con los que cada uno de los planes, en su estructura, manifiesta de forma implícita y parcial, por ejemplo, en materias como matemática, física, química y otras propias de la carrera, se evidencia el compromiso de una educación científica de calidad que proporcione al futuro profesional, habilidades que le permitan atender las necesidades sociales que se le presenten, por otra parte, materias como educación ambiental; hombre, sociedad, ciencia y tecnología; defensa integral; entre otras, atienden a fines más humanos, propios de la nación y que buscan resaltar los valores y esencia de la universidad.

En el orden psicológico, las teorías de aprendizaje que se manejan en el diseño del plan de estudio, apuntan hacia un modelo constructivista, el cual persigue el aprendizaje significativo, donde la nueva información se conecta con un concepto relevante pre-existente, de hecho, los programas del plan de estudio no solo buscan el aprendizaje de las bases teóricas de ciertas materias, sino que también buscan relacionar los conocimientos y habilidades con situaciones o hechos particulares de la carrera a la cual está dirigida, resaltando la importancia del dominio de equis contenido.

En cuanto a los fundamentos sociológicos, estos no están establecidos en los planes de estudio, pero si se encuentran descritos en el reglamento de la universidad y el código de ética de la misma. Ambos hacen referencia a la conducta que deben practicar todos los integrantes de la comunidad universitaria durante el desarrollo de las actividades inherentes a sus funciones respectivas, para promover el respeto ineludible a la dignidad de la persona, así como el desarrollo corporal, psicológico, intelectual y espiritual, y afianzar los principios para una sólida base moral a través de la presentación de pautas éticas que ayuden a preservar la sana convivencia en armonía, solidaridad, respeto, paz y trabajo creador.

En los artículos 76°, 77° y 78° del reglamento de la universidad, se especifican los deberes y derechos que tienen los estudiantes dentro y fuera del plantel, incluyendo los derechos que se estiman en otras leyes, así como también se señalan los servicios que pueden prestar los mismos dentro de las instalaciones de la casa de estudio. Aunado a esto, el reglamento disciplinario de la UNEFA establece las normas de comportamiento, relatando el ceremonial que se debe cumplir en el aula para cada clase y el papel que desempeñan algunos integrantes del curso para mantener el orden y la buena conducta de la comunidad a su cargo.

Posteriormente, para realizar el análisis de los componentes específicos de los programas, se observó que los mismos no varían en cuanto a estructura para la carrera de ingeniería civil, ya que todos indican: nombre de la asignatura, horas dedicadas a la teoría, horas dedicadas a la práctica, horas dedicadas al laboratorio (en caso de requerirlo), unidades de crédito, vigencia, semestre al cual corresponde la materia, código con el cual la materia se identifica en el sistema, prelación, objetivo general, sinopsis del contenido, estrategias metodológicas generales, estrategias de evaluación, objetivos de aprendizaje, contenidos por extensión y bibliografía sugerida. Incluso, las estrategias metodológicas generales y las estrategias de evaluación sugeridas, son las mismas para cada uno de los programas del plan de estudio (ver figura 9 y figura 10).

De este modo, al realizar el análisis de los componentes del programa de Matemática II se pudo determinar que los objetivos de aprendizaje muestran claridad en el enunciado y son comprensibles, además todos se encuentran en el nivel de aplicación según la taxonomía de Bloom donde el estudiante debe ser capaz de utilizar lo aprendido a nuevas situaciones para resolver problemas.

En relación a los contenidos, estos parecen estar dispuestos de manera tal que el nuevo conocimiento se construye a partir de ideas ya formadas (constructivismo), presentando una secuencia bien establecida tanto desde el punto de vista global como particular de la materia, por ejemplo, desde el punto de vista global, es indudable que las materias de Matemática I y Geometría Analítica deben ubicarse un semestre antes de cursar Matemática II, ya que los contenidos de ambas materias, son la base para el desarrollo de los contenidos de Matemática II.

Figura9.

Estructura que poseen los programas del plan de estudio (parte I)

PROGRAMA DETALLADO				VIGENCIA	TURNO
UNIVERSIDAD NACIONAL EXPERIMENTAL POLITÉCNICA DE LA FUERZA ARMADA				2010	DIURNO
CICLO BÁSICO DE INGENIERÍA				SEMESTRE	
ASIGNATURA				2do.	
MATEMÁTICA II				CÓDIGO	
HORAS				MAT-21225	
TEORÍA	PRÁCTICA	LABORATORIO	UNIDADES DE CRÉDITO	PRELACIÓN	
4	2	0	5	MAT-21215/MAT-21524	
1.- OBJETIVO GENERAL.					
Aplicar los fundamentos teóricos y prácticos del cálculo integral de una variable real para resolver problemas de carácter físico y geométrico asociados al área de ingeniería e introducir los conceptos de funciones de varias variables.					
2.- SINOPSIS DE CONTENIDO					
Los contenidos de esta asignatura le permitirán al alumno aplicar métodos de Integración Definida e Indefinida en la resolución de problemas propios del ingeniero. Estos se han desarrollado en cinco (5) unidades, a saber:					
UNIDAD 1. Métodos de Integración.					
UNIDAD 2. Aplicaciones de la Integral.					
UNIDAD 3. Integrales impropias.					
UNIDAD 4. Series.					
UNIDAD 5. Estudio de Funciones de varias variables.					
3.- ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS GENERALES					
• Diálogo Didáctico Real: Actividades presenciales (comunidades de aprendizaje), tutorías y actividades electrónicas. • Diálogo Didáctico Simulado: Actividades de autogestión académica, estudio independiente y servicios de apoyo al estudiante.					
ESTRATEGIA DE EVALUACIÓN					
La evaluación de los aprendizajes del estudiante y en consecuencia, la aprobación de la asignatura, vendrá dada por la valoración de los elementos de conjunto de elementos, a los cuales se les asignó un valor porcentual de la calificación final de la asignatura. Se sugieren algunos indicadores y portafolios de evaluación que podrá emplear el docente para tal fin.					
• Realización de actividades teórico-prácticas. • Realización de actividades de campo. • Aportes de ideas a la Comunidad (información y difusión). • Experiencias vivenciales en el área profesional • Realización de pruebas escritas cortas y largas, defensas de trabajos, exposiciones, debates, etc. • Actividades de Auto-evaluación / co-evaluación y evaluación del estudiante.					

Figura 10.

Estructura que poseen los programas del plan de estudio (parte II)

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	CONTENIDO	ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN	BIBLIOGRAFÍA
Aplicar los métodos de integración en la solución de problemas propios de la especialidad.	UNIDAD 1. MÉTODOS DE INTEGRACIÓN 1.1 Métodos de Integración: Integración por partes, Integración por sustitución, Integración por fracciones parciales.	Realización de actividades teórico-prácticas. Realización de actividades de campo. Aportes de ideas a la Comunidad (información y difusión). Experiencias vivenciales en el área profesional Realización de pruebas escritas cortas y largas, defensas de trabajos, exposiciones, debates, etc. Actividades de Auto-evaluación / co-evaluación y evaluación del estudiante.	• Edwards C.H., Penney D. Cálculo y Geometría Analítica. Prentice Hall. México. 1987. • Larson, Hosteler. Cálculo con Geometría Analítica. Mc Graw Hill. • Leithold, Louis. El Cálculo con Geometría Analítica. HARLA. México. 1987.
Utilizar la integral definida para el cálculo de área de regiones planas, volumen de sólidos de revolución, la longitud de una curva, el trabajo realizado por una fuerza, el centro de masa de una región plana, el centroide de un sólido de revolución, la presión que ejerce un líquido.	UNIDAD 2. APLICACIONES DE LA INTEGRAL 2.1 Aplicaciones de la Integral Definida: Área de una región plana. Volumen de un sólido de revolución. Método de capas, método de los discos, método de las arandelas, método de los cascarones. Cálculo de longitud de una curva. Área de una superficie de revolución. Trabajo mecánico. Presión de líquidos. Centro de masa. Centroide de un sólido de revolución. Teorema de Pappus. 2.2 Aplicaciones en coordenadas polares. El ángulo entre el radio vectorial y la línea tangente. Áreas planas y coordenadas polares. Volumen de un sólido de revolución. Centroide de una región plana. Centroide de un sólido de revolución.	Realización de actividades teórico-prácticas. Realización de actividades de campo. Aportes de ideas a la Comunidad (información y difusión). Experiencias vivenciales en el área profesional Realización de pruebas escritas cortas y largas, defensas de trabajos, exposiciones, debates, etc. Actividades de Auto-evaluación / co-evaluación y evaluación del estudiante.	• Demidovich, B. Problema y Ejercicios de Análisis Matemático. Editorial Paraninfo. • Edwards C.H., Penney D. Cálculo y Geometría Analítica. Prentice Hall. México. 1987. • Larson, Hosteler. Cálculo con Geometría Analítica. Mc Graw Hill. • Leithold, Louis. El Cálculo con Geometría Analítica. HARLA. México. 1987. • Marsden, Thomas, A.J. Cálculo Vectorial. Editorial Addison - Wesley Iberoamericana, S.A. año 1991. • Purcell E., Varberg D., RIGDON S. CÁLCULO Pearson Educación. Novena Edición. México 2007. • Simmons George F. Cálculo y Geometría Analítica. McGraw Hill. España. 2002. • Stewart J. Cálculo Multivariable. Editorial Thomson. • THOMAS G., FINNEY R. Cálculo con Geometría Analítica. Volumen I y II. Addison-Wesley Iberoamericana, S.A. México. 1987.

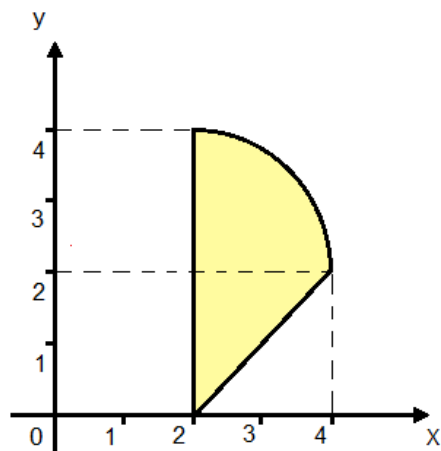
Lo anterior queda ejemplificado cuando se toman como referencia contenidos de Matemática I, como, dominio, límite, continuidad y derivadas de una función de una variable, que son necesarios en Matemática II para: comprender el concepto de antiderivada, dominar el método de integración por cambio de variable, determinar qué definición de integral impropia utilizar para equis función integrando, resolver series numéricas, construir series de Taylor, entre otros.

Asimismo sucede con los contenidos de Geometría Analítica, estos son utilizados en Matemática II para realizar cambios de coordenadas rectangulares a polares y poder facilitar el proceso de integración, como también son de gran utilidad al momento de elaborar las representaciones gráficas correspondientes al cálculo del área, volumen, longitud de arco y superficie, tanto en coordenadas rectangulares como en coordenada polares. Adicionalmente, los mismos contenidos estudiados durante el curso de Geometría Analítica pueden ser de provecho en tareas inversas (figura 11), donde se le facilite al estudiante la representación gráfica y a partir de ella deba calcular las ecuaciones de las curvas para poder realizar el procedimiento analítico del cálculo, ya sea para determinar el área encerrada por las curvas u otra aplicación indicada en el enunciado del problema.

Figura 11.

Ejemplo de tarea inversa donde el estudiante debe valerse de sus conocimientos de Geometría Analítica para calcular el área de la región encerrada por curvas de ecuación desconocida.

Calcule el área de la siguiente región, haciendo uso de la integral definida



Con respecto a la secuencia particular de los contenidos en cada una de las materias del área de matemática, estas también siguen un orden lógico en función a las necesidades cognitivas de los contenidos subsiguientes. Por ejemplo, para Matemática II, que es la materia de interés de este estudio, la UNIDAD 1 se refiere a los distintos métodos de integración que luego serán necesarios para el desarrollo de las aplicaciones geométricas y físicas establecidas en la UNIDAD 2 y el desarrollo de la teoría de integrales impropias de la UNIDAD 3, como también en el desarrollo de algunos aspectos de series en la UNIDAD 4.

En cuanto a los contenidos de la UNIDAD 5, referentes a funciones de varias variables, a pesar de no depender del dominio de los contenidos de las unidades 1, 2, 3 y 4 si dependen del dominio de los contenidos estudiados en Matemática I, como por ejemplo, las restricciones para determinar el dominio de ciertas funciones de una variable, son las mismas restricciones que se aplican para calcular el campo de existencia de una función de varias variables, de igual manera sucede con los temas de límite y derivada que básicamente utilizan los mismos principios. Además el contenido de la UNIDAD 5 es introductorio para los contenidos de Matemática III, donde se estudiarán más a fondo los temas asociados a varias variables y ecuaciones diferenciales.

Cabe destacar que todos los contenidos expuestos en el programa de Matemática II serán de gran utilidad para los estudiantes de ingeniería civil en semestres posteriores, no solo en su desenvolvimientos en las materias correspondientes al ciclo básico, sino también en el estudio de las materias propias de la carrera, ya que el proceso de integración y sus aplicaciones es mencionado en materias como Estática, Topografía, Dinámica, Hidrología, Vías de comunicación, entre otras.

En lo que se refiere a la cantidad de contenidos que deben ser abarcados y tomando en consideración el número de encuentros y el tiempo que duran estos encuentros, es posible llevarlos a cabo, a pesar de lo extenso de los mismos, pero eso dependerá de las bases cognitivas que posea el estudiante, el conocimiento del docente, el estilo de enseñanza y de evaluación del profesor y de los imprevistos que se puedan presentar.

Ahora bien, evaluando cada uno de los contenidos de Matemática II, considerando la complejidad y la extensión de los mismos, son contenidos a los cuales se les debe dedicar mucho tiempo si se quiere establecer un aprendizaje significativo. Para ello, es conveniente el análisis de las definiciones de forma demostrativa o argumentativa, el análisis o práctica de las propiedades en un ensayo y error para verificar su veracidad, la práctica de ejercicios que ayuden a desarrollar capacidades y que permitan utilizar la teoría para resolver problemas propios de su especialidad, practicas relacionadas a situaciones reales que muestren la utilidad y razón de ser de determinado contenido en el plan de estudio, entre otros.

Atendiendo a lo anterior, podría ser conveniente reubicar algunas unidades temáticas como la UNIDAD 4 de Matemática I y la UNIDAD 5 de Matemática II, cuyas finalidades poseen mayor relación con las materias subsiguientes que con las materias en las cuales se encuentran ubicadas y de esta manera posiblemente se obtendría un mejor uso de los recursos.

En cuanto a las actividades o estrategias, todos los programas del plan de estudio las denominan: “estrategias metodológicas generales” y las dividen en dos grupo: “dialogo didáctico real” que comprende las actividades esenciales, tutorías y actividades electrónicas, y “dialogo didáctico simulado” que son las actividades de autogestión académica y estudio independiente, así como los servicios de apoyo al estudiante. Se asumen que están expresas de manera general por el nivel académico al cual va dirigido el plan de estudio, ya que el docente, a nivel universitario, goza de autonomía en su materia y dependerá de la visión del mismo el diseño de las actividades y estrategias para desarrollar los contenidos correspondientes.

Los recursos con los que se puede disponer no son establecidos en el plan de estudio, pero tanto docentes como estudiantes tienen acceso a los recursos básicos, como aulas de clases techadas, con alumbrado y ventilación, servicio de biblioteca, entre otros,

Todos los programas del plan de estudio sugieren el mismo tipo de estrategias de evaluación, indistintamente, del área o asignatura. Las estrategias sugeridas son: realización de actividades teórico-prácticas, realización de actividades de campo, aporte de ideas a la comunidad (información y difusión), experiencias vivenciales en el

área profesional, realización de pruebas escritas cortas y largas, defensas de trabajo, exposiciones, debates, actividades de auto-evaluación/co-evaluación y evaluación del estudiante.

La lista de opciones es bastante variada y proporciona libertad para practicar estrategias distintas a las tradicionales, con las cuales se podrían evaluar no solo los conocimientos del estudiante, sino también las habilidades que ha alcanzado durante el desarrollo de los contenidos, tales como, el trabajo en equipo, capacidad de analizar y proponer soluciones, etc.; además de valorar su creatividad, iniciativa, motivación e inventiva. Esto dependerá de la visión y estilo de enseñanza del docente y de la disposición que tenga el estudiante a su propuesta.

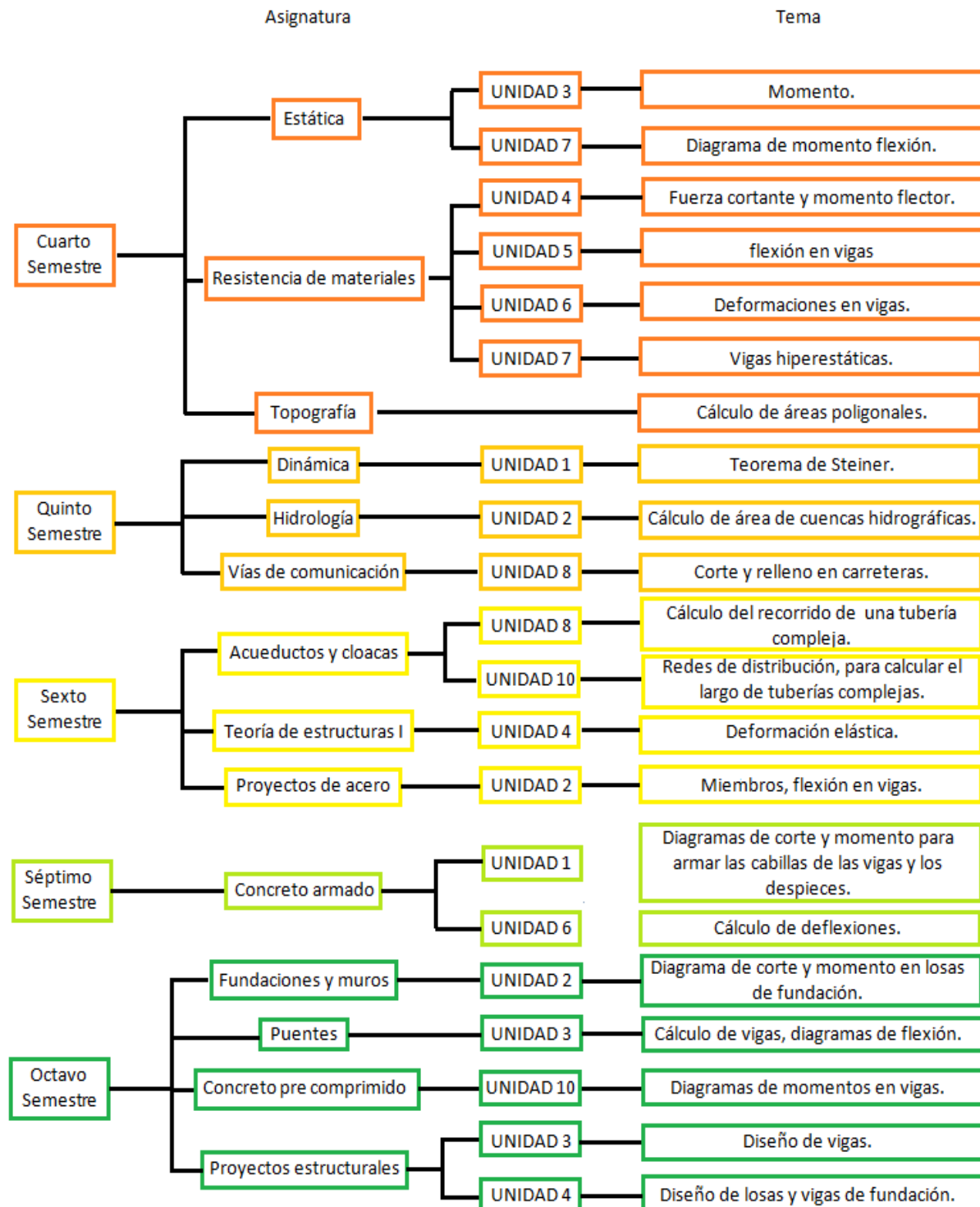
En líneas generales, el diseño curricular del plan de estudio de ingeniería civil está bien estructurado; los objetivos generales y específicos de los distintos programas están relacionados de manera coherente, tomando en cuenta los conocimientos previos que debe obtener cada estudiante para cursar el siguiente grupo de materias según los requerimientos de las mismas. Los contenidos son acordes al nivel de estudio correspondiente (semestre), exceptuando algunos detalles de extensión y condicionamiento de algunas materias, que podrían ser tomados en cuenta para potenciar la eficiencia del plan y mejorar el desenvolvimiento del estudiante en la medida que curse las materias subsiguientes.

En cuanto al tipo de actividades y estrategias de evaluación propuestas, el plan proporciona una lista que pretende garantizar la autonomía del docente en el aula, dejando a cargo del mismo la elección de actividades según su visión y conocimiento de la materia, sin dejar de lado el modelo constructivista que evidencia el plan de estudio en cada uno de sus programas.

Finalmente, en el esquema de la figura 12, se muestra el resultado del análisis realizado, asignatura por asignatura, con la ayuda de un experto en ingeniería civil, para identificar las unidades temáticas en las que se hace uso de la integral definida y sus aplicaciones, especialmente el cálculo de área, momentos y centro de masa, dejando a la vista la importancia de dicho tema para el desarrollo del estudiante durante su formación profesional.

Figura 12.

Unidades temáticas donde es utilizada la integral definida y sus aplicaciones.



CAPITULO VI

LOS LIBROS

Organización Matemática y Organización Didáctica de los libros de textos

Con el estudio de las Organizaciones Matemáticas y Didácticas de los libros, se buscaba corroborar que la estructura de la Unidad II (aplicaciones de la integral definida) del programa de Matemática II estaba estructurada de manera tal que su secuenciación respondiera a la naturaleza constructivista que se describe en el plan de estudio, así como también identificar los aspectos que podrían ser considerados por los docentes en la elaboración de sus planificaciones como lo son, los tipos de tareas en función a los propósitos, ideas de estrategias didácticas adaptables a las condiciones de cada situación, los conocimientos requeridos (que podrían ser indicadores de posibles dificultades), recursos a utilizar, entre otros.

Los libros de textos son por naturaleza, un recurso didáctico que sirve de apoyo en el diseño de estrategias metodológicas, porque ofrecen situaciones didácticas que favorecen la introducción, aceptación y comprensión de un tema en particular; proponen una secuencia de actividades que obedecen a un orden constructivista de la teoría y estimulan el pensamiento crítico a través de situaciones reales que enriquecen los procesos de enseñanza y aprendizaje, cuando ayudan a reconocer la aplicabilidad del contenido. De hecho, Partido, M. (2007) expresa que:

Los libros de texto de los alumnos, junto con los libros del maestro, han desempeñado un doble papel: han servido como programas cotidianos para desarrollar el trabajo docente y como fuente principal, y en muchas ocasiones única, de información, de actuación y de superación académica de bastantes profesores (p.2)

Es por ello que antes de realizar el análisis de las prácticas docentes, se llevó a cabo un estudio de las Organizaciones Matemáticas y Didácticas presentes en los libros de texto más utilizados entre los profesores que han dictado Matemática II. Para dicho estudio se realizó el análisis entorno a la integral definida, considerando una aplicación geométrica (área entre curvas) y una aplicación física (centro de masa de una figura plana), tomando en cuenta los contenidos presentados por los autores y contrastándolos con las necesidades actuales de los estudiantes de ingeniería civil de la Universidad Nacional Politécnica de la Fuerza Armada Nacional Bolivariana de Maracay, como se muestra en las siguientes tablas.

Revisión de la Organización Matemática del libro de texto “Cálculo con Geometría Analítica” de Protter, M. y Morrey, C. utilizado por el profesor de matemática

Para la comprensión de la tabla, se debe tener presente que R hace referencia a las representaciones que existen de cada tipo de tareas, mientras E es el número de tareas correspondientes a los ejemplos de la parte teórica del libro y P es el número de tareas correspondiente a los problemas propuestos por el autor.

Tabla 2

Descripción de Organización Matemática del tema de área entre curvas y centro de masa del libro de texto: Cálculo con Geometría Analítica, de Protter, M. y Morrey, C

Tema	Subtema	Tipo de tarea	Técnica (s)	R	
				E	P
Integral definida y la antiderivada	Área de polígonos	Deducir la fórmula del área del triángulo a partir de la fórmula del rectángulo.	Construcción Geométrica.	1	
		Hallar el área de otras figuras geométricas a partir del triángulo.	Construcción geométrica e interpretación.	1	
		Hallar el área del círculo utilizando el área del triángulo.	Construcción geométrica (inscripción y circunscripción). Método de exhaustión. Interpretación.	1	

Tabla 2 (cont.)

	Área de una región plana	Determinar aproximación del área de una región plana. (deducción de la integral definida)	Método de exhaustión. Noción de suma infinita. Noción de límite.	1	
		Demostrar que $F'(x) = f(x)$	Construcción geométrica. Derivada por definición.	1	
	Antiderivada	Hallar la antiderivada de una función Polinómica.	Método intuitivo.	3	6
		Hallar el valor de la constante C, conocida la función antiderivada y su valor evaluada en $x = a$	Sistema de ecuaciones. Método analítico de sustitución para resolver sistema de ecuaciones.	1	
		Hallar la solución a problemas físicos relacionados con aceleración, velocidad y distancia.	Análisis e interpretación de datos. Antiderivada. Despeje.	1	6
		Hallar el valor aproximado del área bajo la curva desde a hasta b y su valor exacto. Comparar.	Representación gráfica. Construcción geométrica. Suma de n rectángulos. Antiderivada. Valor numérico de una función. Interpretación de resultados.	1	15
Área	Área de una región en el plano.	Hallar el área de una región de forma irregular.	Cuadrícula.	1	
	Sumatoria.	Determinar la suma de una notación sigma	Definición de notación sigma: $\sum_{i=1}^n a_i = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ Propiedades: $\sum_{k=1}^n c \cdot a_k = c \sum_{k=1}^n a_k$ $\sum_{k=1}^n (a_k \pm b_k) = \sum_{k=1}^n a_k \pm \sum_{k=1}^n b_k$	3	11

Tabla 2 (cont.)

Integral definida.	Construir la integral definida.	Definición de sumatoria. Definición de norma. Definición de límite.	1	
Condiciones de integrabilidad.	Determinar condiciones que debe cumplir f para que sea integrable.	Definición de límite. Sumatoria. Teorema de valores extremos.	1	17
Propiedades de la integral definida.	Estudie la función en el intervalo dado y aplique el teorema 6 para obtener una cota inferior y superior de la integral	Teorema 6. Si $f(x)$ es integrable en un intervalo $[a, b]$ y si m y M son números tales que $m \leq f(x) \leq M$ para $a \leq x \leq b$, entonces $m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$	0	15
	Demostrar teoremas de integración	Definición de límite. Definición de integral definida.	4	6
Teorema fundamental del cálculo Primera forma.	Calcular el valor numérico de una integral definida.	Propiedades de la integral definida. Antiderivada de una función polinómica. Teorema fundamental del cálculo.	3	12
Regla del punto medio.	Calcular el valor aproximado de la integral.	Construcción. Sumatoria. Regla del punto medio.	1	16
Teorema del valor intermedio.	Dada una función f en $[a, b]$, seleccionar un valor c entre a y b de acuerdo al teorema del valor intermedio y verificar la validez del resultado.	Representación gráfica. Teorema del valor intermedio. Valor numérico de una función. Análisis e interpretación de resultados.	1	8

Tabla 2 (cont.)

	Teorema del valor medio.	Encontrar el valor de ξ tal que $\int_a^b f(x)dx = f(\xi)(b - a)$	Teorema del valor medio. Propiedades de la integral definida. Antiderivadas.	1	7
	Teorema fundamental del cálculo. Segunda forma.	Usar el teorema fundamental del cálculo para evaluar $\int_a^b f(x)dx$	Propiedades de la integral definida. Antiderivadas. Teorema fundamental del cálculo.	0	7
	Cambio de variable para integrales definidas.	Calcular la integral definida por derivación.	Cambio de variable. Propiedades de la integral definida. Antiderivada. Teorema fundamental del cálculo.	4	29
Área entre curvas.	Área entre curvas.	Encontrar el área de la región acotada por dos curvas horizontales que no se intersectan y dos curvas verticales que representan los límites de integración.	Representación gráfica. Definición área para secciones verticales $A = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$ o definición de área para secciones horizontales $A = \int_c^d [f(y) - g(y)]dy.$ Propiedades de integral definida. Antiderivadas. Teorema fundamental del cálculo.	1	15
		Calcular el área limitada por dos curvas que se intersectan.	Sistema de ecuaciones implícito. Representación gráfica. Definición de área para secciones verticales $A = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$ o definición de área para secciones horizontales $A = \int_c^d [f(y) - g(y)]dy.$ Propiedades de integral	3	11

Tabla 2 (cont.)

			definida. Antiderivadas. Teorema fundamental del cálculo.		
		Calcular área de figura poligonal, conocidos los pares ordenados de sus vértices.	Representación gráfica. Ecuaciones de las curvas. Definición de área para secciones verticales $A = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$ o definición de área para secciones horizontales $A = \int_c^d [f(y) - g(y)]dy$. Antiderivadas. Teorema fundamental del cálculo.	0	4
Centro de masa	Centro de masa de un sistema lineal.	Hallar el centro de masa de un sistema lineal, dadas sus masas y coordenadas	Definición $\bar{x} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$	1	5
	Centro de masa de un sistema planar.	Hallar el centro de masa de un sistema plano, dadas sus masas y coordenadas.	Definiciones $\bar{x} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$ $\bar{y} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$	1	4
	Centro de masa de una región compuesta.	Hallar centro de masa de una región compuesta, dadas las coordenadas del centro de masa de cada figura y sus masas totales.	Definiciones $\bar{x} = \frac{[m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3]\rho}{[m_1 + m_2 + m_3]\rho}$ $\bar{y} = \frac{[m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3]\rho}{[m_1 + m_2 + m_3]\rho}$	1	6
	Centro de masa de una región plana.	Encontrar el centro de masa de una región limitada por dos rectas verticales, el eje x ($y = 0$) y la función positiva $y = f(x)$	Definiciones de la coordenadas del centro de masa $\bar{x} = \frac{\int_a^b xf(x)dx}{A}$ $\bar{y} = \frac{\int_a^b [f(x)]^2 dx}{A}$	1	6

Tabla 2 (cont.)

	Hallar el centro de masa de una región R limitada por dos curvas.	Sistema de ecuaciones de forma implícita. Definiciones de la coordenadas del centro de masa $\bar{x} = \frac{\int_a^b x[f(x) - g(x)]dx}{A}$ $\bar{y} = \frac{\int_a^b [f(x) - g(x)][f(x) + g(x)]dx}{A}$	1	5
	Hallar el centro de masa de una figura Polinómica, conocidos sus vértices.	Construcción geométrica. Proporcionalidad. Definición de área de rectángulos. Sumatoria. Noción de límite. Integral definida. Teorema fundamental del cálculo.	1	4
Centro de masa de un sólido de revolución.	Hallar el centro de masa de un sólido, conocidos sus límites laterales.	Definición $\bar{x} = \frac{\int_a^b xf(x)dx}{\int_a^b f(x)dx}$	1	20
Centro de masa de alambres.	Hallar el centro de masa del arco de una curva.	Definiciones $\bar{x} = \frac{\int_a^b xds}{\int_a^b ds}$ $\bar{y} = \frac{\int_a^b f(x)ds}{\int_a^b ds}$	2	8
Centro de masa de superficies de sólidos de revolución.	Hallar el centro de masa de una superficie.	$\bar{x} = \frac{2\pi \int_a^b xf(x)ds}{2\pi \int_a^b f(x)ds}$	2	10

Con el análisis anterior, se logró establecer las distintas tareas y las respectivas técnicas planteadas por los autores en el libro de texto, posteriormente, para continuar

con el análisis de la obra, se decidió evaluar la organización matemática descrita bajo los criterios de completitud de la Teoría Antropológica de lo Didáctico. A fin de comprender la evaluación realizada a la organización matemática, se deja a continuación, una explicación breve de los indicadores de completitud y el significado que poseen las letras E y P dentro de la estructura de la tabla:

- a) Indicador de completitud 1: Los tipos de tareas que conforman la OM están relacionados entre ellos y existen tareas relativas al cuestionamiento tecnológico dentro de la propia OM.
- b) Indicador de completitud 2: Existencia de diferentes técnicas para cada tipo de tareas y es posible discernir criterios para elegir entre ellas.
- c) Indicador de completitud 3: Los ostensivos (palabras, expresiones, escritura, notaciones, etc.) que constituyen la “materia primaria” de los elementos de la OM son suficientemente ricos y variados como para permitir diferentes representaciones de la actividad matemática.
- d) Indicador de completitud 4: Existencia de tareas y de técnicas inversas.
- e) Indicador de completitud 5: Posibilidades de interpretar el funcionamiento y el resultado de las aplicaciones de la técnica.
- f) Indicador de completitud 6: Carácter poco estereotipado de los tipos de tarea de la OM y existencia de tareas matemáticas abiertas.
- g) Indicador de completitud 7: Necesidad de construir técnicas nuevas capaces de ampliar los tipos de tareas inicialmente consideradas.
- h) Indicador de completitud 8: debe existir la posibilidad de modificar la situación inicial, considerando hipótesis más débiles que permitan la emergencia de nuevas técnicas que completen y amplíen la OM en cuestión.

Ahora bien, en el caso de la letra E se refiere a la parte teórica del libro, donde los autores definen, ejemplifican y explican algunas de las situaciones planteadas mientras que la letra P hace alusión a la parte práctica del libro donde se encuentran planteados problemas relacionados con lo explicado en la parte teórica.

Tabla 3.

Indicadores de completitud que se cumplen dentro del tema de área entre curvas y centro de masa del libro de texto: Cálculo con Geometría Analítica, de Protter, M. y Morrey, C

Tipos de tarea	Criterios de completitud									
	2		3		4		5		6	
	E	P	E	P	E	P	E	P	E	P
Deducir la fórmula del área del triángulo a partir de la fórmula del rectángulo.									X	
Hallar el área de otras figuras geométricas a partir del triángulo.									X	
Hallar el área del círculo utilizando el área del triángulo.									X	
Determinar aproximación del área de una región plana. (deducción de la integral definida)	X		X		X		X		X	
Demostrar que $F'(x) = f(x)$							X		X	
Hallar la antiderivada de una función Polinómica.							X	X	X	X
Hallar el valor de la constante C, conocida la función antiderivada y su valor evaluada en $x = a$							X		X	
Hallar la solución a problemas físicos relacionados con aceleración, velocidad y distancia.							X	X	X	X
Hallar el valor aproximado del área bajo la curva desde a hasta b y su valor exacto. Comparar resultados.	X						X	X	X	X
Hallar el área de una región de forma irregular.			X				X		X	
Determinar la suma de una notación sigma.			X							
Construir la integral definida.							X		X	
Determinar condiciones que debe cumplir f para que sea integrable.							X	X	X	X
Estudie la función en el intervalo dado y aplique el teorema 6 para obtener una cota inferior y superior de la integral.								X		X
Demostrar teoremas de integración.							X	X	X	X

Tabla 3 (cont.)

Calcular el valor numérico de una integral definida.	X				
Calcular el valor aproximado de la integral.		X	X	X	X
Dada una función f en $[a, b]$, seleccionar un valor c entre a y b de acuerdo al teorema del valor intermedio y verificar la validez del resultado.		X	X	X	X
Encontrar el valor de ξ tal que $\int_a^b f(x)dx = f(\xi)(b - a)$		X	X		
Usar el teorema fundamental del cálculo para evaluar $\int_a^b f(x)dx$			X		X
Calcular la integral definida por derivación.		X	X		
Encontrar el área de la región acotada por dos curvas horizontales que no se intersectan y dos curvas verticales que representan los límites de integración.	X		X		
Calcular el área limitada por dos curvas que se intersectan.	X	X	X	X	
Calcular área de figura poligonal, conocidos los pares ordenados de sus vértices.			X		X
Hallar el centro de masa de un sistema lineal, dadas sus masas y coordenadas					
Hallar el centro de masa de un sistema plano, dadas sus masas y coordenadas.			X		X
Hallar centro de masa de una región compuesta, dadas las coordenadas del centro de masa de cada figura y sus masas totales.	X		X		X
Encontrar el centro de masa de una región limitada por dos rectas verticales, el eje x ($y = 0$) y la función positiva $y = f(x)$			X	X	X
Hallar el centro de masa de una región R limitada por dos curvas.			X	X	
Hallar el centro de masa de una figura Polinómica, conocidos sus vértices.	X	X	X	X	X

Tabla 3 (cont.)

Hallar el centro de masa de un sólido, conocidos sus límites laterales.	X	X	X
Hallar el centro de masa del arco de una curva.	X	X	X
Hallar el centro de masa de una superficie.	X	X	X

En la tabla no se tomaron en cuenta los indicadores 1, 7 y 8 debido a que son bastante complejos como para limitarlos a una clasificación dentro del mismo. En el caso del primer indicador, los tipos de tareas vinculados con el cálculo del área bajo la curva, están relacionados entre sí, aunque no se encuentren en una secuencia aparentemente lógica, ya que los autores del libro presentan el problema del área bajo la curva en dos oportunidades con distinta intencionalidad. La primera aparición del problema se evidencia al final del capítulo 6 para introducir el tema de antiderivada que no es trabajado en capítulos anteriores y que es necesario para poder utilizar el proceso de integración en la resolución de problemas relacionados con sus aplicaciones. Todas las situaciones guían de forma coherente al lector hasta la obtención de la definición de la integral definida y su posterior interpretación como proceso inverso de la derivada. Luego, para cerrar el capítulo 6, los autores muestran un ejemplo de una aplicación física que puede tener la antiderivada y culmina con un problema donde compara el cálculo del área bajo la curva por suma de rectángulos con el cálculo del área bajo la curva por antiderivada, percibiendo una pequeña fragmentación en el engrane entre estos dos últimos tipos de tareas.

Posteriormente, al principio del capítulo 7 del libro, los autores vuelven a plantear el problema del cálculo del área bajo la curva y a pesar de darle un tratamiento parecido al anterior, intentan estudiar la situación desde otra perspectiva, para más adelante retomar el estudio por el método de la suma de rectángulos de una manera más formal en cuanto a las definiciones de sumatoria y límite se refieren, hasta llegar a la definición de integral definida nuevamente. Para esta segunda oportunidad, los tipos de tareas también cuentan con un orden justificado en la relación existente entre ellos, pero al llegar al tema de área entre curvas, los autores no establecen relación directa entre los tipos de tareas anteriores con la tarea inicial de dicho tema, de hecho, no se

evidencia un cuestionamiento tecnológico que argumente el cambio de forma de la definición.

En cuanto a la sección destinada al estudio del cálculo de centro de masa en el capítulo 15 del libro, las tareas propuestas guardan relación entre ellas y hasta algunas de sus deducciones están ligadas al proceso que se llevó a cabo para el cálculo del área bajo la curva.

Ahora bien, con respecto al séptimo indicador, tanto al final del capítulo 6, como al inicio del capítulo 7 del libro, en algunos tipos de tarea se hace notar de forma explícita la necesidad de construir técnicas nuevas para ampliar los tipos de tareas iniciales, excepto en el momento en que se da a conocer la definición de área entre curvas, a la cual, los autores, no la introducen con alguna situación problema como en temas anteriores, ni argumentan la necesidad de construir la nueva técnica.

Para el tema de cálculo del centro de masa, el séptimo indicador de completitud no se manifiesta en la mayoría de los casos, los autores simplemente presentan la construcción de nuevas técnicas que permitan solucionar problemáticas particulares en función a las condiciones de las situaciones planteadas.

Con respecto al octavo indicador, este se cumple de manera implícita para todas las tareas planteadas en el cálculo del área bajo la curva, donde los autores presentan hipótesis que permiten la emergencia de nuevas técnicas. Para gran parte de las tareas relacionadas con las condiciones, propiedades y otros aspectos de la integral definida, se observa la misma situación; las condiciones iniciales, su análisis e interpretación dejan al descubierto la necesidad de evaluar las circunstancias, de manera que se genere la búsqueda de una técnica que sea efectiva y abarque el mayor número de casos posibles. Con relación al cálculo del área entre curvas, no hay evidencia de hipótesis que ayuden a ampliar la Organización Matemática, la técnica se presenta y ya, aun así, los autores logran mejorar la técnica presentada al plantear la posibilidad de calcular el área entre curvas utilizando secciones horizontales en lugar de secciones verticales.

Ya para finalizar la evaluación con los indicadores de completitud, se pudo establecer que el tema de cálculo de centro de masa tampoco cumple con el octavo

indicador, pese a que los autores realizan la construcción de las técnicas para la mayoría de los casos, estos no cuestionan la necesidad de generar las mismas.

Así, según los resultados obtenidos, la Organización Matemática del libro “Cálculo con Geometría Analítica” de Protter, M. y Morrey, C., se clasificó como puntual, debido a que el mismo no posee una variedad de tareas y técnicas para el desarrollo de los contenidos de área entre curvas y centro de masa, es decir, en la mayoría de los casos el libro presenta un solo procedimiento para dar solución a un tipo de tarea, lo cual puede influir en que las experiencias de enseñanza y aprendizaje sean significativas o no.

Revisión de la Organización Didáctica del libro de texto “Cálculo con Geometría Analítica” de Protter, M. y Morrey, C. utilizado por el profesor de matemática

En cuanto a la Organización Didáctica, como bien se ha explicado, esta se encuentra constituida por los momentos didácticos, los cuales se evidenciaron de la siguiente manera en el libro de texto utilizado por el profesor de matemática.

En el caso del tema de área bajo la curva, el momento del primer encuentro parecía darse en varias ocasiones, en algunas ocasiones de forma narrativa y en otras de forma gráfica. Por ejemplo, cuando los autores introdujeron el tema de antiderivada y el tema de área bajo la curva, plantearon como problema inicial, la posibilidad de calcular el área del círculo sin el uso de la definición que actualmente se conoce; ellos explicaron de forma verbal que al conocer la definición del área del triángulo y al poder descomponer el área de cualquier polígono regular en triángulos, este problema podría tener solución inscribiendo y circunscribiendo polígonos regulares, cuyo número de lados podría ir aumentando haciendo que el área del polígono se aproxime más y más a la del círculo, llegando a la conclusión que el área del círculo está representada por el límite de las áreas de estos polígonos. No obstante, los autores no presentan hipótesis iniciales que justifiquen de manera explícita la razón de ser de dicho contenido para iniciar la construcción de los conceptos de antiderivada y área bajo la curva.

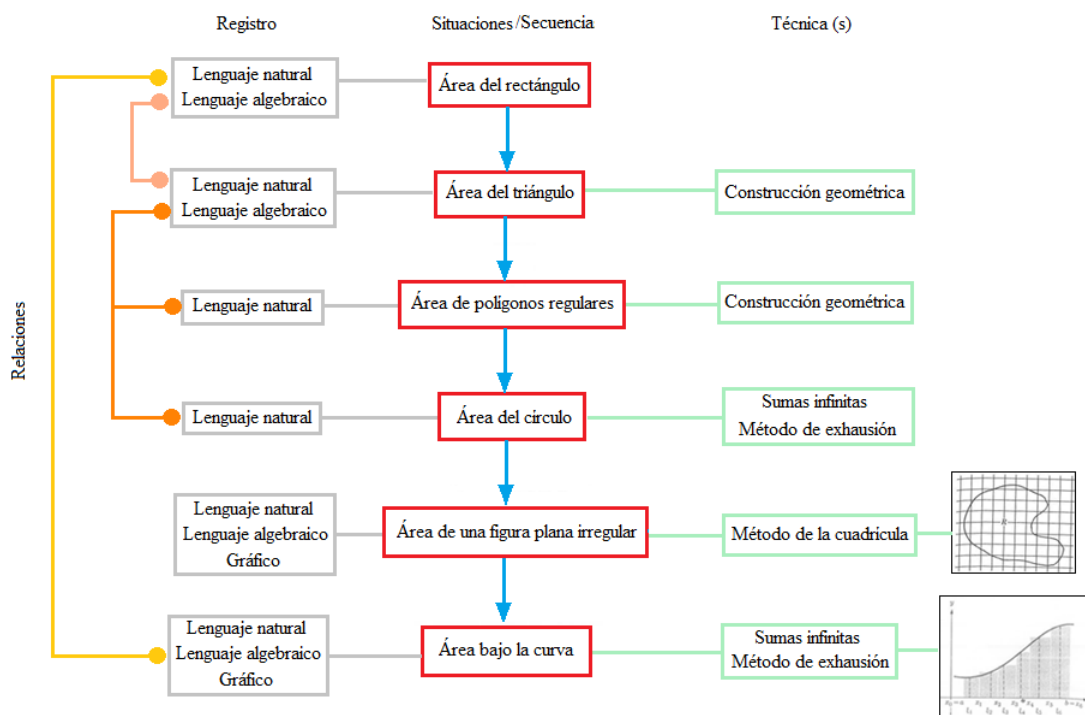
Para los temas de área entre curvas y centro de masa, el primer momento no se hizo presente, ya que los autores iniciaron cada una de las secciones correspondientes

con el aspecto tecnológico – teórico, sin plantear hipótesis que cuestionaran las situaciones iniciales y la necesidad de construir la técnica.

El momento de exploración o segundo momento se observó a lo largo de los temas de antiderivada y área bajo la curva, desde el instante en que los autores propusieron como problema inicial calcular el valor del área de una figura irregular y se dispusieron a construir la técnica para dar solución a dicha cuestión, introduciendo el método de exhaustión (sin darle esa denominación) que más adelante sería de gran ayuda para analizar, describir y construir la definición.

Figura 13

Recorrido o exploración realizada por los autores para la construcción de la definición de área bajo la curva.



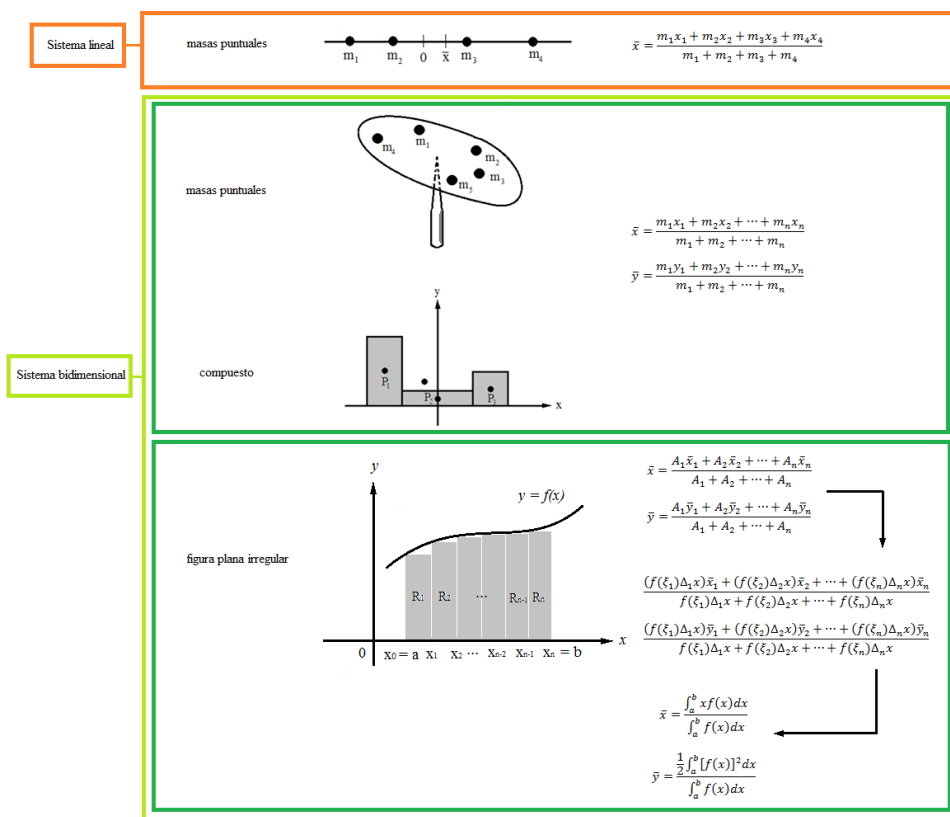
Así, para llevar a cabo este recorrido, los autores partieron de la posibilidad de describir el área de otros polígonos regulares dividiéndola en triángulos, para luego usar esta descripción como base en el análisis del problema del cálculo del área del círculo sin el uso de la definición actual ($A = \pi \cdot r^2$). De esta manera, los autores establecieron los cimientos que permitieron darle solución al problema inicial, ya que al igual que en el problema del círculo, el área bajo la curva también podía ser calculada

por el mismo método de exhaustión, solo que en lugar de dividir el área bajo la curva en triángulos, esta se dividió en rectángulos, por ser la más apropiada para describir un patrón de comportamiento que se pudiera generalizar en términos matemáticos (aunque no lo exponen de forma explícita) y cuya suma, al incrementar el número de divisiones, tiende al infinito, emulando la noción de límite y concluyendo en la definición de área. (Ver figura 13).

Para el tema de área entre curvas, los autores no presentan alguna situación problema con la que se pueda analizar y determinar la necesidad de mejorar la técnica inicial obtenida en el estudio del área bajo la curva, es decir, el momento exploratorio no tiene lugar para este tema dentro de la estructura del texto, simplemente presentan la técnica y sus condiciones de uso.

Figura 14

Recorrido establecido por los autores para la construcción de la técnica para el cálculo del centro de masa de una figura plana.



En el caso del cálculo del centro de masa de una región plana, se evidenció que los autores realizaron un proceso de exploración que comenzó con la presentación del cálculo del centro de masa en sistemas lineales, pasando por el estudio del cálculo del centro de masas puntuales en un sistema bidimensional, hasta llegar al cálculo de centro de masas de figuras planas compuestas conocidas sus masas y las coordenadas de sus centros de masa. Este análisis previo resultó de gran utilidad en la búsqueda de la técnica que permitiría el cálculo del centro de masa de una figura plana irregular, cuya construcción fue similar a la construcción de la técnica para el cálculo de área bajo la curva (ver figura 14). Para dicha construcción, los autores se apoyaron en tres hechos: la definición de centro de masa para figuras compuestas (trabajada en una situación previa), consideración de una densidad constante, igual a uno, para que así la masa total de la región sea numéricamente igual a su área y el método de exhaustión aplicado en el cálculo del área bajo la curva.

Aunque las actividades estaban bien secuenciadas y se logró percibir la intencionalidad de los autores con los recorridos propuestos, en ninguno de los casos se observó la existencia de preguntas que llevaran al lector a reflexionar y justificar la escogencia de los procedimientos expuestos, lo cual podría ser un traspié para aquellos lectores que no posean las herramientas tecnológicas – teóricas para comprender la exploración realizada.

El tercer momento se hizo notar cada vez que los autores se apoyaban en entornos tecnológicos – teóricos ya elaborados para dar respuesta a la situación problema de interés o cuando la solución encontrada (la técnica) podía ser sometida a mejoras o ampliaciones, o utilizada como punto de partida para elaborar otras técnicas, como se observó en los problemas de centro de masa.

El cuarto momento o el momento del trabajo de la técnica fue precisado en los tres temas que han sido mencionados. Luego de obtener la técnica para el cálculo del área bajo la curva, los autores procuraron mejorarla y volverla más eficaz, estudiando las condiciones para las cuales se cumple dicha definición, y estableciendo además, las propiedades y teoremas que podrían ser de utilidad si la técnica inicial no llegase a ser suficiente para dar solución a determinada situación.

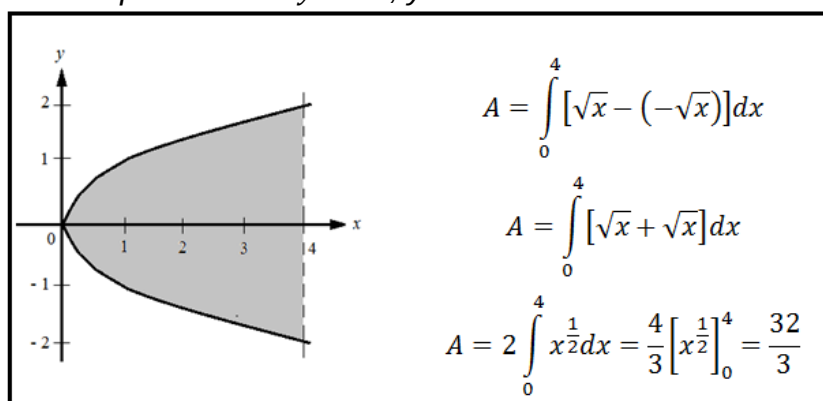
Además, a cada tipo de tarea correspondió un grupo de problemas que permitirían afianzar lo aprendido y en algunos casos, otro grupo con la intención de desarrollar habilidades que fueran de provecho en el análisis de situaciones atípicas relacionadas con los temas estudiados.

En el caso del trabajo de la técnica para determinar el valor del área entre curvas, la misma presentó una mejora cuando los autores señalan la posibilidad de calcular el área no solo con cortes verticales, sino también haciendo cortes horizontales. Asimismo, señalaron que dependiendo de las circunstancias del problema, este podía ser resuelto en más de una forma.

Por ejemplo, al presentar el problema “Calcular el área limitada por la curva $y^2 = x$, y la recta $x = 4$ ” los autores ofrecieron cuatro posibles soluciones. La primera solución consistía en hacer uso de la definición de área entre curvas para secciones verticales, tomando en cuenta que la función es positiva y negativa para los mismos valores de x , como se muestra en el figura 15.

Figura 15

Primera propuesta de los autores para dar solución al problema del cálculo del área limitada por la curva $y^2 = x$, y la recta $x = 4$.

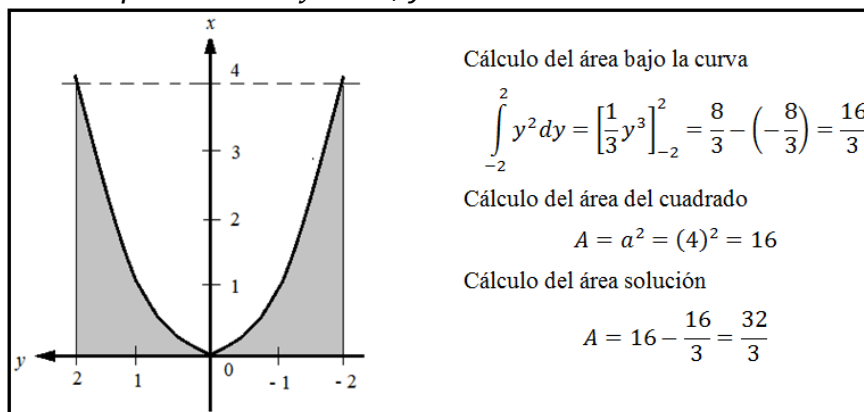


Luego, los autores ofrecieron otra visión del problema un poco más compleja, donde indicaban que al girar la representación gráfica se podía obtener otra perspectiva de la situación, en la cual era factible utilizar la definición de área bajo la curva; el único inconveniente con esto fue que el resultado de ese cálculo no era equivalente al valor del área que el problema pedía hallar. Tomando en cuenta lo anterior, los autores resaltaron un aspecto de la representación gráfica que favorecía el

nuevo planteamiento, la región solución se encontraba dentro de un cuadrado de cuatro por cuatro, cuya área se podía calcular, para posteriormente sustraer el área bajo la curva del área del cuadrado y obtener el área solución como se muestra en el figura 16.

Figura 16

Segunda propuesta de los autores para dar solución al problema del cálculo del área limitada por la curva $y^2 = x$, y la recta $x = 4$.

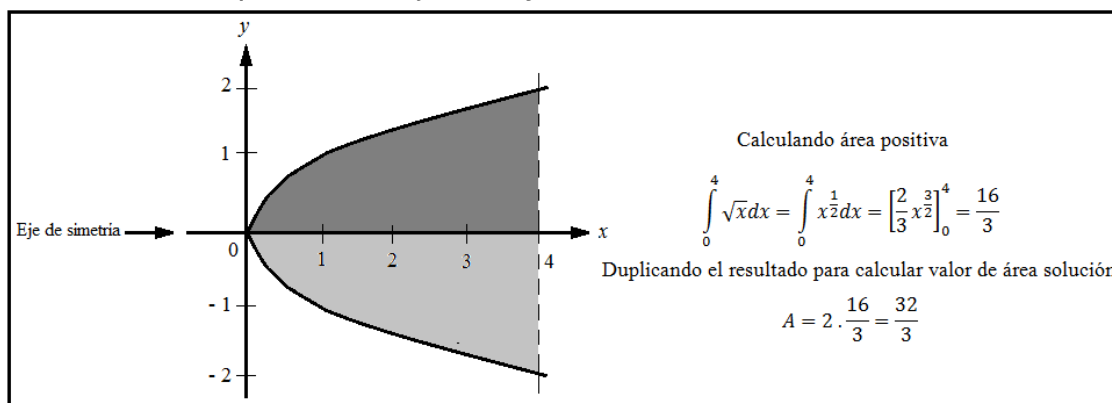


Como tercera opción, los autores explicaban que el área también podía haber sido calculada utilizando la definición de área entre curvas en su otra forma según el eje, es decir, utilizando secciones horizontales y aplicando los mismos principios de la definición para secciones verticales (identificación de límites de la integral, elección de función minuyendo y sustraendo, etc.), obteniendo el mismo resultado que en las dos situaciones anteriores:

$$\int_{-2}^2 (4 - y^2) dy = \left[4y - \frac{1}{3} y^3 \right]_{-2}^2 = \left(8 - \frac{8}{3} \right) - \left(-8 + \frac{8}{3} \right) = \frac{32}{3}$$

Por último, los autores brindaron una cuarta perspectiva, donde resaltaban el hecho de que la región era simétrica con respecto al eje x, es decir, podía ser dividida exactamente en dos partes iguales y que por ello el cálculo sería mucho más sencillo efectuando la integral $\int_0^4 \sqrt{x} dx$ y duplicando su resultado, para obtener el mismo valor que en los análisis anteriores, ver figura 17.

Figura 17 Cuarta propuesta de los autores para dar solución al problema del cálculo del área limitada por la curva $y^2 = x$, y la recta $x = 4$.



Con esto, los autores verificaron la efectividad de las distintas técnicas puestas en práctica y dejaron en evidencia que siempre y cuando el análisis esté bien argumentado matemáticamente, el problema planteado puede resolverse haciendo uso de cualquiera de ellas.

De igual manera, los autores propusieron un grupo de problemas para trabajar en función a situaciones similares a las expuestas en el entorno tecnológico – teórico y adicionaron otro tipo de problemas donde el practicante deberá accionar su capacidad de análisis y utilizar conocimientos adquiridos con anterioridad en otras áreas de la matemática.

Con respecto al trabajo de la técnica en el tema de cálculo de centro de masa, los autores solo incluyeron para ello un grupo de ejercicios donde el practicante solo deberá aplicar la definición correspondiente.

Por otra parte, en el desarrollo de los temas del cálculo del área bajo la curva y cálculo del centro de masa de una figura plana, es tangible de manera implícita el momento de institucionalización, cuando los autores incorporaron elementos que sirvieron de apoyo en la construcción de las técnicas respectivas, y a pesar de que algunos de esos procedimientos fueron considerados en el grupo de ejercicios de cálculo del área bajo la curva para verificar la efectividad de la técnica, estos no fueron integrados de manera definitiva en el cálculo del área entre curvas (tema de interés), de hecho, el grupo de ejercicios relacionados con el cálculo de área entre curvas, fueron diseñados de tal manera que el practicante solo necesitará manejar la definición de

área entre curvas y algunos aspectos de la geometría que en ese punto debería dominar.

En el caso del tema del cálculo del centro de masa, se presentó una situación similar a la anterior, luego de construida la técnica, dicho procedimiento no formó parte del trabajo posterior a ella, evidenciando en los problemas planteados el protagonismo que se le da a la aplicación de la definición.

Por último, el momento de evaluación no se presentó de manera directa en ninguno de los temas de interés, pero se podría decir que se observó en ocasiones, cuando los autores propusieron ejercicios comparativos con los cuales se evidenció la efectividad y veracidad de algunas técnicas.

Revisión de la Organización Matemática del libro de texto “Cálculo integral. Matemática 2” de Larson, R; Hostetler, R; y Edwards, B. también utilizado por el profesor de matemáticas

Antes de iniciar con los hallazgos encontrados, es importante aclarar que los temas de interés estaban repartidos en dos unidades contiguas, la unidad 3 dedicada al estudio del área bajo la curva y la unidad 4 donde los autores desarrollaron los temas relacionados con las aplicaciones geométricas y físicas de la integral definida. La unidad 3 fue estudiada completamente, mientras que para la unidad 4 se realizó un estudio parcial, priorizando las aplicaciones de interés (área entre curvas y centro de masa).

Tabla 4.

Descripción de Organización Matemática del tema de área entre curvas y centro de masa del libro de texto: Cálculo integral. Matemática 2, de Larson, R; Hostetler, R; y Edwards, B.

Tema	Subtema	Tipo de tarea	Técnica (s)	R	
				E	P
Área	Notación sigma	Determinar la suma de una notación sigma.	Definición de notación sigma $\sum_{i=1}^n a_i = a_1 + a_2 + \dots + a_n$	5	14

Tabla 4 (cont.)

	Evaluar una suma, dado el o los valores de n.	Definición de notación sigma $\sum_{i=1}^n a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ Propiedades $\sum_{i=1}^n k a_i = k \sum_{i=1}^n a_i$ $\sum_{i=1}^n (a_i \pm b_i) = \sum_{i=1}^n a_i \pm \sum_{i=1}^n b_i$ Fórmulas de sigma $\sum_{i=1}^n c = cn$ $\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$ $\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ $\sum_{i=1}^n i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ Tabulación.	1	12
Área de polígonos	Deducir la fórmula del área del triángulo a partir de la fórmula del rectángulo.	Construcción geométrica.	1	
	Hallar el área de otras figuras geométricas a partir del triángulo.	Construcción geométrica. Observación.	3	
	Hallar el área del círculo a partir del triángulo	Construcción geométrica. (Inscripción y circunscripción). Método de exhaustión. Observación.	1	
Área de una región plana	Determinar aproximaciones del área de una región plana.	Método de exhaustión. Notación sigma (para expresar el área total como la suma de los rectángulos que la conforman).	1	4

Tabla 4 (cont.)

	Hallar la suma superior e inferior de una región.	Método de exhaustión. Fórmulas. $\Delta_x = \frac{b-a}{n} \text{ Base}$ $m_i = a + (i-1)\Delta_x \text{ Altura}$ Si el vértice que toca la curva es el izquierdo $M_i = a + i\Delta_x \text{ Altura}$ Si el vértice que toca la curva es el derecho $\sum_{i=1}^n \text{Base} \cdot \text{Altura}$ Propiedades y fórmulas de sigma. Límite al infinito.	1	6
	Hallar el área mediante la definición de límite.	Definición de área. $A = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(C_i)\Delta_x$ Propiedades y fórmulas de sigma.	3	16
Suma de Riemann	Hallar el límite (área) con sub-intervalos de anchos desiguales.	Fórmula Δ_x $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(C_i)\Delta_{xi}$	1	2
	Evaluar integral definida como límite.	$\Delta_x = \frac{b-a}{n}$ $c_i = a + i(\Delta_x) \text{ derecha}$ $c_i = a + (i-1)(\Delta_x) \text{ izquierda}$ $\int_a^b f(x)dx = \lim_{\ \Delta\ \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(C_i)\Delta_{xi}$	1	10
Integral definida	Hallar el área (de figuras geométricas comunes).	Representación gráfica. Fórmulas geométricas.	3	27

Tabla 4 (cont.)

	Calcular integrales definidas.	Propiedades de la integral definida. Propiedades de la integral. Reglas de la integral. Teorema fundamental del cálculo (no lo expresan como tal).	4	29
Teorema Fundamental del Calculo	Evaluar la integral definida.	Propiedades de la integral definida. Reglas de la integral. Teorema fundamental del cálculo. $\int_a^b f(x)dx = F(x) _a^b = F(b) - F(a)$	32	
Teorema del valor medio	Determinar el valor medio de una función.	Teorema del valor medio $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx$ Propiedades de la integral definida. Teorema fundamental del cálculo.	1	8
Aplicaciones del teorema del valor medio	Determinar la velocidad del sonido.	Integral definida. Teorema del valor medio.	1	8
Integral definida como función	Calcular la función.	Integral definida. Teorema fundamental del cálculo. Evaluación. Graficación.	1	16
Segundo teorema fundamental del cálculo.	Encontrar la derivada de $F(x)$.	Teorema fundamental de cálculo. Segundo teorema fundamental del cálculo.	1	12
Cambio de variable para integrales definidas	Calcular integral definida.	Cambio de variable. Método y reglas de integración. Teorema fundamental del cálculo.	3	

Tabla 4 (cont.)

Integración de funciones pares e impares	Calcular una integral definida.	Teorema de integración de funciones pares e impares Sea f integrable en el intervalo cerrado $[-a, a]$: 1. Si f es una función par: $\int_{-a}^a f(x)dx = 2 \int_0^a f(x)dx$ 2. si f es una función impar: $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$ Teorema Fundamental del Cálculo.	0	0
Regla de los Trapecios	Calcular la aproximación del área.	$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{2n} [f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)]$	1	29
Regla de Simpson	Calcular la aproximación del área.	$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{3n} [f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + \dots + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)]$	1	34
Errores en la regla del trapecio	Determinar un valor de n tal que la regla de lo trapecios se aproxima al valor de $\int_a^b f(x)dx$ con un error menor que 0.01	$E \leq \frac{(b-a)^3}{12n^2} [\max f''(x)]$	1	16
Errores en la regla de Simpson	Determinar un valor de n tal que la regla de Simpson se aproxima al valor de $\int_a^b f(x)dx$ con un error menor que 0.01	$E \leq \frac{(b-a)^5}{180n^4} [\max f^{(4)}(x)]$		16

Tabla 4 (cont.)

Área entre curvas	Área entre curvas	Extender la aplicación de las integrales definidas para el área de una región bajo la curva al área de una región entre dos curvas.	Construcción geométrica. Definición de área bajo la curva. Sustracción entre áreas. Método de exhaustión. Sumatoria. Noción de límite.	1
		Encontrar el área de la región acotada por dos curvas que no se intersectan (dados los límites).	Representación gráfica. $A = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$ Integral definida. Teorema Fundamental del cálculo.	1
		Encontrar el área entre dos curvas que se intersectan en dos puntos.	Representación gráfica. Sistema de ecuaciones (método de igualación). $A = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$ Integral definida. Teorema Fundamental del cálculo.	2 17
		Encontrar el área entre dos o más curvas que se intersectan en más de dos puntos.	Representación gráfica. Sistema de ecuaciones (método de igualación). $A = \int_a^c [f(x) - g(x)]dx + \int_c^b [g(x) - f(x)]dx$ Esto, si $f(x) \geq g(x)$ en el intervalo $[a, c]$ y si $g(x) \geq f(x)$ en el intervalo $[c, b]$. Integral definida. Teorema Fundamental del cálculo.	1 2

Tabla 4 (cont.)

Encontrar el área de la región acotada por dos o más curvas utilizando rectángulos horizontales o verticales (casos).	Representación gráfica. Sistema de ecuaciones (método de igualación). Para rectángulos verticales (secciones verticales) cuando las funciones que dependen de x. $A = \int_a^b [(curva\ de\ arriba) - (curva\ de\ abajo)]dx$ También expresado como $A = \int_{x_1}^{x_2} [f(x) - g(x)]dx$ Para rectángulos horizontales (secciones horizontales) cuando las funciones que dependen de y $A = \int_a^b [(curva\ derecha) - (curva\ izquierda)]dx$ También expresado como: $A = \int_{y_1}^{y_2} [f(y) - g(y)]dy$ Integral definida. Teorema Fundamental del Cálculo.	1 23
Encontrar el área de la región acotada. Describir la integración como un proceso de acumulación.	Representación gráfica. Propiedades de la integral definida. Fórmula de área. Integral definida. Teorema fundamental del cálculo.	1
Encontrar la función de acumulación y evaluar cada valor de la variable independiente.	Integración. Teorema Fundamental del Cálculo. Sustitución o evaluación de un valor.	4

Tabla 4 (cont.)

		Formular y evaluar la integral definida que da el área de la región acotada por la gráfica de la función y la recta tangente para la gráfica en el punto dado.	Aplicaciones de la derivada (recta tangente). Representación gráfica. Sistema de ecuaciones. Integral definida. Teorema Fundamental del Cálculo.	4
Momentos, centro de masa y centroide.	Masa	Encontrar la masa en slug de un objeto cuyo peso al nivel del mar es 1 libra.	Tabla de sistema de medidas. Definición de fuerza. Despeje.	1
	Momento y centro de masa de un sistema unidimensional	Demostración del concepto de momento.	Modelación. Definición de momento lineal. Sistema de ecuaciones implícito.	1
		Definición de centro de masa.	Definición de momento. Despeje. Sumatoria.	1
		Encontrar el centro de masa un sistema lineal.	Definición de momento. $M_0 = m_1x_1 + \dots + m_nx_n$ Definición de centro de masa. $\bar{x} = \frac{M_0}{m}$	10
	Momento y centro de masa de un sistema bidimensional	Encontrar el centro de masa de un sistema de masas puntuales ubicadas en el plano.	Definición de momento en x $M_x = m_1x_1 + \dots + m_nx_n$ Definición de momento en y. $M_y = m_1y_1 + \dots + m_ny_n$ Definición de centro de masa. $\bar{x} = \frac{M_y}{m}$ $\bar{y} = \frac{M_x}{m}$	1 4

Tabla 4 (cont.)

	Encontrar el centro de masa de una región plana simple compuesta.	Definición de área del rectángulo. 1 29 Principio $A = m$, con densidad uniforme $\rho = 1$. Definición de momento en x. $M_x = m_1x_1 + \dots + m_nx_n$ Definición de momento en y. $M_y = m_1y_1 + \dots + m_ny_n$ Definición de centro de masa. $\bar{x} = \frac{M_y}{m}$ $\bar{y} = \frac{M_x}{m}$
Momento y centro de masa de una lámina plana.	Encontrar el centro de masa de una lámina de densidad uniforme ρ acotada por las gráficas de dos funciones.	Definición de masa. 2 31 $m = \rho \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ Definición de momento en x. $M_x = \rho \int_a^b \left[\frac{f(x) - g(x)}{2} \right] [f(x) - g(x)] dx$ Definición de momento en y. $M_y = \rho \int_a^b x [f(x) - g(x)] dx$ Definición de centro de masa. $\bar{x} = \frac{M_y}{m}$ $\bar{y} = \frac{M_x}{m}$

Para evaluar la organización matemática descrita bajo los indicadores de completitud de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, se utilizará el mismo cuadro aplicado para la evaluación de los temas del libro anterior.

Tabla 5.

Indicadores de completitud que se cumplen dentro del tema de área entre curvas y centro de masa del texto: Cálculo integral. Matemática 2, de Larson, R; Hostetler, R; y Edwards, B.

Tipos de tarea	Criterios de completitud									
	2		3		4		5		6	
	E	P	E	P	E	P	E	P	E	P
Determinar la suma de una notación sigma			X	X		X	X			
Evaluar una suma, dado el o los valores de n.							X			
Deducir la fórmula del área del triángulo a partir de la fórmula del rectángulo.							X		X	
Hallar el área de otras figuras geométricas a partir del triángulo.							X		X	
Hallar el área del círculo a partir del triángulo.							X		X	
Determinar aproximaciones del área de una región plana.							X			
Hallar la suma superior e inferior de una región.							X			
Hallar el área mediante la definición de límite.										
Hallar el límite (área) con sub-intervalos de anchos desiguales.							X			
Evaluar integral definida como límite.						X	X			
Hallar el área (de figuras geométricas comunes).						X				
Calcular integrales definidas.							X			
Evaluar la integral definida.							X			
Calcular la función							X			
Encontrar la derivada de $F(x)$.							X			
Calcular integral definida con cambio de variable.							X			
Calcular una integral definida de funciones pares e impares.							X			
Calcular la aproximación del área.							X			
Determinar un valor de n tal que la regla de lo trapecios se aproxima al valor de $\int_a^b f(x)dx$ con un error menor que 0.01							X			

Tabla 5 (cont.)

Determinar un valor de n tal que la regla de Simpson se aproxima al valor de $\int_a^b f(x)dx$ con un error menor que 0.01					X	
Extender la aplicación de las integrales definidas para el área de una región bajo la curva al área de una región entre dos curvas.	X	X			X	X
Encontrar el área de la región acotada por dos curvas que no se intersecan (dados los límites).					X	
Encontrar el área entre dos curvas que se intersecan en dos puntos.					X	X
Encontrar el área entre dos o más curvas que se intersectan en más de dos puntos.					X	
Encontrar el área de la región acotada por dos o más curvas utilizando rectángulos horizontales o verticales (casos).		X	X		X	X
Encontrar el área de la región acotada. Describir la integración como un proceso de acumulación.					X	
Encontrar la función de acumulación y evaluar cada valor de la variable independiente.						
Formular y evaluar la integral definida que da el área de la región acotada por la gráfica de la función y la recta tangente para la gráfica en el punto dado.						
Encontrar la masa en slug de un objeto cuyo peso al nivel del mar es 1 libra.						
Demostración del concepto de momento.		X			X	X X
Definición de centro de masa.					X	
Encontrar el centro de masa un sistema lineal.					X	X
Encontrar el centro de masa de un sistema de masas puntuales ubicadas en el plano.						
Encontrar el centro de masa de una región plana simple compuesta.					X	
Encontrar el centro de masa de una lámina de densidad uniforme ρ acotada por las gráficas de dos funciones.					X	X X

Al igual que para el libro de texto anterior, los indicadores de completitud 1, 7 y 8 se trabajaron fuera del cuadro tomando en cuenta su extensión y complejidad. Para el primer indicador, podría afirmarse que en la unidad 3, dedicada al estudio del problema del área bajo la curva, existe una estrecha relación entre cada uno de los temas planteados, de hecho, los autores la establecen al inicio de cada contenido. Lo único es que no aportan elementos que lleven al lector a cuestionar la situación inicial y la posibilidad de mejorar o ampliar dicha situación, esto simplemente se encuentra implícito y sobreentendido para aquellos que sepan interpretar el paso de una situación a otra.

Ahora bien, con respecto al séptimo indicador, al igual que en el indicador anterior, la necesidad de construir técnicas nuevas para ampliar los tipos de tareas está sobreentendida en la unidad 3, las técnicas van emergiendo en la medida que se va avanzando en las situaciones planteadas por los autores. Finalmente, el octavo indicador de completitud, se observó en algunos casos, específicamente al inicio de la unidad 3, donde la situación inicial va evolucionando en la medida que el problema va cambiando de forma, a pesar de que los autores, no presentaron hipótesis que permitieran, de forma explícita, la emergencia de las nuevas técnicas que completarían y ampliarían la Organización Matemática.

Con base en lo anterior, se puede decir que la unidad 3, fue construida de manera minuciosa y tratando de hacer un recorrido por los distintos procedimientos que se presentaron a lo largo de la historia para llegar al concepto de integral definida y su relación con el cálculo del área bajo la curva.

Mientras que en la unidad 4, una de las más importantes para la investigación que se realizó, no cumplió a totalidad con los tres indicadores anteriores. Por ejemplo, el primer indicador de completitud se vio cumplido cuando los autores utilizaron la definición de área bajo la curva para interpretar geométricamente la ampliación de la técnica, de esta manera no solo explicaron parcialmente la emergencia de la nueva definición sino que también establecieron relación entre ambos temas (área bajo la curva y área entre curvas). Otro punto que indicó el cumplimiento del primer criterio al

inicio de la unidad 4, es el uso de métodos y técnicas utilizadas en la unidad anterior para verificar lo obtenido en la interpretación geométrica mencionada.

De igual manera ocurrió con las tareas expuestas para el cálculo del centro de masa, donde cada una de las tareas sucesoras heredaba algún elemento de sus antecesoras hasta llegar a la construcción definitiva de la técnica.

Por otra parte, el séptimo y octavo indicador no se cumplieron de forma directa en los temas de cálculo de área entre curvas y cálculo de centro de masa, es decir, se presentaron técnicas nuevas capaces de ampliar los tipos de tareas iniciales, pero no fueron acompañadas por hipótesis que expusieran la necesidad de la emergencia de esas nuevas técnicas.

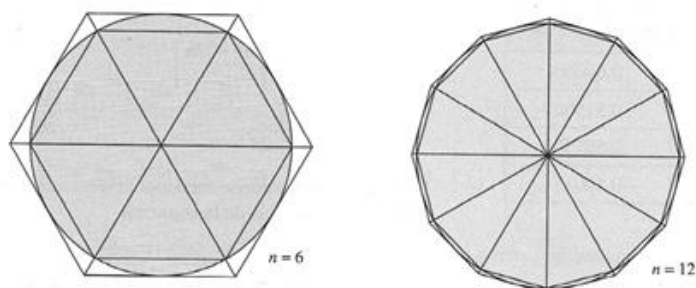
Obtenidos los resultados anteriores, la Organización matemática del libro “Cálculo integral. Matemática 2” de Larson, R; Hostetler, R; y Edwards, B., se clasificó como puntual, debido a que el mismo tampoco posee una variedad de tareas y técnicas para el desarrollo de los contenidos de interés, generalmente se pudo observar que para un tipo de tarea solo le correspondía una técnica para su solución lo que podría tener repercusión en la diversidad que el docente puede ofrecer al momento de estudiar los temas en el aula.

Revisión de la Organización Didáctica del libro de texto “Cálculo integral. Matemática 2” de Larson, R; Hostetler, R; y Edwards, B. también utilizado por el profesor de matemáticas

En el caso de la unidad tres, en varias oportunidades, se evidenciaron situaciones que podrían ser consideradas como el momento del primer encuentro, por ejemplo, al principio los autores plantearon el cálculo del área de un círculo por medio de la inscripción y circunscripción de polígonos regulares, figura 18, que a su vez se podían descomponer en otros polígonos (triángulos), pero no acompañaron la tarea con alguna hipótesis inicial cuya respuesta pudiera justificar el por qué los autores presentaron dicha situación y el por qué requirieron que la resolución se realizara de determinada manera y con determinadas técnicas.

Figura 18

Inscripción y circunscripción de polígonos regulares

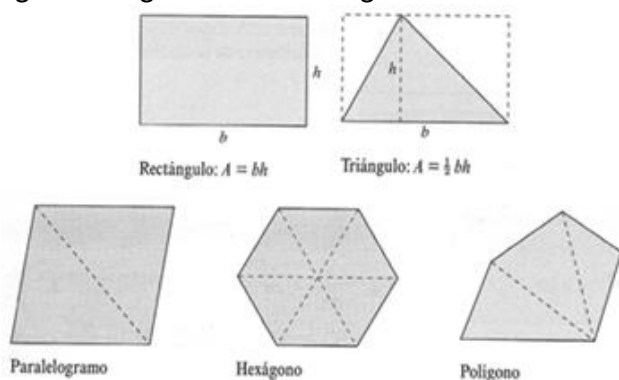


Nota: tomado del libro de “Cálculo Integral. Matemática 2” Larson, R; Hostetler, R; y Edwars, B. (p.86)

Aunque previo a esta tarea, los autores establecieron la relación que existe entre las definiciones de área del rectángulo y del triángulo, con la intención de mostrar que otros polígonos regulares podían ser descritos por medio de triángulos (ver figura 19) y así establecer de una manera implícita que el cálculo del área, utilizando el proceso de inscripción y circunscripción de polígonos, podía ser descrito de la misma manera.

Figura 19.

Definiciones de área del rectángulo y del triángulo; y descomposición de otros polígonos regulares en triángulos.



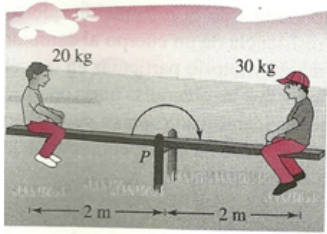
Nota: tomado de cálculo integral «Cálculo Integral. Matemática 2» por Larson, R; Hostetler, R; y Edwars, B. (p.86)

Para el tema de cálculo del área entre curvas, no fue claramente precisado el momento del primer encuentro, ya que no se planteó una situación generatriz que diera lugar a la ampliación de la técnica para el cálculo de área bajo la curva. Los autores inician la sección correspondiente discutiendo la construcción de la definición de área entre curvas e invitando al lector a verificar la veracidad de la misma mediante el uso de métodos anteriores.

En el caso del tema de centro de masa, se pudo evidenciar el momento del primer encuentro cuando los autores a través del ejemplo de una situación real (no abstracta), trataron de explicar el significado de momento y centro de masa, deduciendo ciertos elementos que fueron de utilidad en la construcción de las técnicas subsiguientes (figura 20).

Figura 20

Resumen de la situación real planteada por los autores para introducir el tema de centro de masa.



- Momento de cada niño

$$M = m \cdot x$$

Momento del niño de la izquierda = $(20 \text{ Kg})(2 \text{ m}) = 40 \text{ Kg} \cdot \text{m}$

Momento del niño de la derecha = $(30 \text{ Kg})(2 \text{ m}) = 60 \text{ Kg} \cdot \text{m}$

- Si se quiere equilibrar el sube y baja, los momentos deben ser iguales, por lo que se puede hacer lo siguiente

Momento del niño de la derecha = $m \cdot x$

$$40 \text{ Kg} \cdot \text{m} = 30 \text{ Kg} \cdot x \longrightarrow x = \frac{40 \text{ Kg} \cdot \text{m}}{30 \text{ Kg}} = \frac{4}{3} \text{ m}$$

- El niño de la derecha se debe ubicar a $\frac{4}{3} \text{ m}$ para que haya equilibrio

Nota: tomado de cálculo integral «Cálculo Integral. Matemática 2» por Larson, R; Hostetler, R: y Edwards, B

El segundo momento o momento de la exploración, fue descrito de una forma implícita en la unidad 3, debido a que los autores realizaron una exploración, aparentemente arbitraria, de las tareas implicadas y elaboraron la técnica para dichas tareas. Se dice que la exploración fue aparentemente arbitraria, ya que no orientaron al lector, a través del uso de preguntas, hacia las situaciones posteriores que expusieron; por ejemplo, cuando en la primera actividad, donde se calculaba una aproximación del área del círculo, pasaron al problema del cálculo del área bajo la curva. En el paso de una situación a otra, hicieron mención del hecho histórico con el cual tiene relación la situación planteada, pero no mostraron la necesidad del estudio de dicha situación.

En los temas de área entre curvas y centro de masa de la cuarta unidad del libro, se hace presente de igual manera el momento exploratorio. Para ambas aplicaciones de la integral, los autores presentan una serie de situaciones donde

explican las diferentes versiones de la técnica que se van generando según las condiciones de dichas situaciones. Este recorrido fue también establecido de manera implícita, pues como se ha dicho en otras oportunidades, no se percibieron elementos que cuestionaran la situación inicial para darle paso a una ampliación.

En la tercera y cuarta unidad, desde el primer encuentro con el tipo de tareas, los autores establecieron, implícita o explícitamente, relación con el entorno tecnológico – teórico anteriormente elaborado, que precisa en un nexo con la técnica; tal es el caso cuando expusieron la idea inicial, donde establecían el vínculo entre la fórmula y la figura que representa el área del triángulo y la fórmula y la figura del rectángulo; para luego de manera similar establecer el vínculo de otras figuras con la del triángulo. Esta situación les permitió llegar al cálculo del área del círculo haciendo uso de la inscripción y la circunscripción de polígonos, descomponiendo el polígono regular en triángulos, lo cual dio paso a la aproximación del área de una región plana, seguidamente de la sumas de Riemann, para más tarde establecer la definición de la integral definida hasta llegar a la definición de área bajo la curva en el cálculo integral.

También, en la unidad tres, fue tangible el cuarto y quinto momento, donde los autores facilitaron un conjunto de tareas adecuadas tanto a nivel analítico como práctico para reforzar y consolidar lo aprendido. Además, durante el análisis realizado a la tercera unidad, se determinó que el lector, luego de haber terminado dicha unidad, podría distinguir claramente los elementos que han ayudado a la construcción de la técnica y a la resolución del problema, pudiendo de esta manera diferenciar cuales de dichos elementos se han incluido o no en el producto final.

Asimismo, en la cuarta unidad, el momento del trabajo de la técnica se hizo presente en los distintos grupos de ejemplos y problemas planteados, aunque los mismos, no permitían mejorar la técnica para hacerla más fiable. En algunos casos, se observó que la técnica pudo haber sido generalizada y tratar dichos casos como un solo tipo de tareas, lo cual no fue aclarado en el texto, por lo que el momento de institucionalización no fue precisado del todo.

En cuanto al cálculo del centro de masa, al inspeccionar los problemas propuestos, se observó que aún después de establecer los fundamentos tecnológicos –

teóricos, estos invitaban al lector a realizar análisis de situaciones atípicas con base en lo aprendido.

El sexto momento o momento de evaluación fue poco apreciado; la intensidad de reflexionar y valorar lo aprendido es más visible en los problemas propuestos que dentro del mismo proceso de estudio y construcción de las técnicas respectivas.

Revisión de la Organización Matemática del libro de texto “Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas” de Stewart, J. utilizado por el ingeniero con componente docente

Para el estudio de la organización matemática del libro “Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas” se consideraron las unidades 5 (integrales), 6 (aplicaciones de la integración) y 8 (aplicaciones adicionales de la integración), ya que los temas de interés se encontraban ubicados en dichas unidades temáticas.

Tabla 6.

Descripción de Organización Matemática del tema de área entre curvas, momentos y centro de masa del libro de texto: “Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas” de Stewart, J.

Tema	Subtema	Tipo de tarea	Técnica (s)	R	
				E	P
Área	Área bajo la curva	Definir área	Gráficos. Definición de área del rectángulo, triángulo y Polígonos	1	
		Determinar una aproximación del área bajo la curva f , desde $x = a$ hasta $x = b$.	Representación gráfica. Método de exhaustión (con rectángulos). Comparación de valores. Análisis.	1	12

Tabla 6 (cont.)

Demostrar que la suma de las áreas de los rectángulos tiende a un número dado (valor real del área).	Representación gráfica. Definición de área de un rectángulo. Suma infinita de los n rectángulos. Generalización de la suma. Definición de límites, propiedades y métodos de resolución. Análisis gráfico.	1 8
Construir definición de área bajo la curva.	Representación gráfica. Definición de área de un rectángulo. Suma infinita de los n rectángulos. Definición de límites, propiedades y métodos de resolución.	1
Determinar el área bajo la curva f , desde $x = a$ hasta $x = b$.	Representación gráfica. Definición de área por sumas infinitas de rectángulos con los puntos extremos de la derecha y puntos medios.	1
Calcular la distancia recorrida en un intervalo de tiempo.	Definición de distancia $x = v \cdot t$. Suma de las distancias generadas por la tabla. Análisis matemático y gráfico. Generalización de la suma en función al límite.	1 6

Tabla 6 (cont.)

Integral definida.	Expresar el límite de una suma infinita como una integral definida en un intervalo dado.	Definición de la integral $\int_a^b f(x)dx =$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x.$	1	6
	Evaluar las sumas de Riemann para f en $[a, b]$ y evaluar $\int_a^b f(x) \cdot dx$ por sumas infinitas.	Sumas de Riemann. Definición de la integral $\int_a^b f(x)dx =$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x.$ Propiedades de sigma.	1	18
	Expresar las integrales definidas como el límite de una suma infinita.	Definición de la integral $\int_a^b f(x)dx =$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x.$ Definición de área por sumas infinitas de rectángulos. Propiedades de sigma. Limite, propiedades y métodos de resolución.	1	7
	Evaluar las integrales interpretando en términos de área.	Estudio analítico y gráfico de la función según las condiciones propuestas.	2	14
	Use la regla del punto medio para hallar una aproximación de la integral definida.	Regla del punto medio $\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^n f(\bar{x}_i) \Delta x$ Donde: $\Delta x = \frac{b-a}{n}$ y $\bar{x}_i =$ $\frac{1}{2}(x_{i-1} + x_i)$ para $[x_i, x_{i+1}]$.	1	4
	Utilice las propiedades de las integrales para evaluar la integral definida.	Propiedades de la integral definida. Valores de integrales anteriores.	3	25

Tabla 6 (cont.)

Teorema fundamental del cálculo.	Encontrar los valores de $F(x)$ dada la función de f y trace la gráfica aproximada de s .	Definiciones de área conocidas (rectángulo, triángulo, etc.) Propiedades de la integral.	1	4
	Encuentre la derivada de la función $g(x) = \int_a^b f(x)dt$	Teorema fundamental del cálculo parte 1: Si f es continua en $[a, b]$ entonces $g(x) = \int_a^x f(x)dx$, $a \leq x \leq b$, continua en $[a, b]$, derivable en (a, b) y $g'(x) = f(x)$. Derivadas.	3	35
	Evalúe la integral definida.	Teorema fundamental del cálculo parte 2: Si f es continua en $[a, b]$, entonces $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ donde F es una antiderivada de f , es decir, $F' = f$.	5	36
Integrales indefinidas.	Resolver integrales indefinidas.	Propiedades de la integral. Tabla de integrales.	2	16
Integral definida	Evaluar integrales definidas.	Propiedades de la integral. Tabla de integrales. Teorema fundamental del cálculo parte 2.	3	26
	Aplicaciones sencillas de la integral definida (concentración, rapidez, masa, costo, etc.)	Teorema del cambio neto: La integral de una razón de cambio es el cambio neto $\int_a^b F'(x)dx = F(b) - F(a)$	2	26

Tabla 6 (cont.)

	Regla de sustitución.	Resolver la integral indefinida por sustitución.	Derivada. Cambio de variable. Propiedades de la integral Tabla de integrales.	6	52
		Resolver integral definida por sustitución.	Derivada. Cambio de variable. Propiedades de la integral Tabla de integrales. Teorema fundamental del cálculo.	3	40
	Simetría.	Determinar si la función integrando es par o impar y resolver por simetría.	Integrales de funciones simétricas: Suponga que f es continua en $[-a, a]$, si f es par $\int_{-a}^a f(x)dx = 2 \int_0^a f(x)dx$ y si f es impar $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$	2	1
Área entre curvas.	Área entre curvas.	Determine el área de la región acotada por dos curvas en el intervalo $[a, b]$. Secciones verticales.	Representación gráfica. Definición de área entre curvas (secciones verticales). Propiedades y tabla de integrales.	2	9
		Determine el área de la región acotada por dos curvas en el intervalo $[a, b]$. Secciones horizontales.	Representación gráfica. Definición de área entre curvas (secciones horizontales). Propiedades y tabla de integrales.	1	

Tabla 6 (cont.)

		Determine el área entre dos curvas no conocidos los límites laterales. Secciones verticales.	Sistema de ecuaciones. Representación gráfica. Definición de área entre curvas (secciones verticales). Propiedades y tabla de integrales.	2	41
		Determine el área entre dos curvas no conocidos los límites laterales. Secciones horizontales.	Sistema de ecuaciones. Representación gráfica. Definición de área entre curvas (secciones horizontales). Propiedades y tabla de integrales.	1	7
Momento y centro de masa.	Momento y centro de masa de sistemas lineales.	Encontrar el momento y centro de masa de un sistema lineal.	Definición de momento: $M = \sum_{i=1}^n m_i x_i$ Definición de centro de masa $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$	0	2
	Momentos y centro de masa de objetos ubicados en un plano.	Encontrar los momentos y centro de masa de un sistema de objetos ubicados en un plano, conocidas sus masas y pares ordenados.	Definición de momento en x: $M_x = \sum_{i=1}^n m_i y_i$ Definición de momento en y: $M_y = \sum_{i=1}^n m_i x_i$ Definición de centro de masa $\bar{x} = \frac{M_y}{m}$ $\bar{y} = \frac{M_x}{m}$	1	2

Tabla 6 (cont.)

Momentos y centro de masa de una placa.	Encontrar el centro de masa de una placa.	Definición de momentos cuando el área de la placa se describe como un área bajo la curva:	3 19
		$M_x = \rho \int_a^b \frac{1}{2} [f(x)]^2 dx$ $M_y = \rho \int_a^b x f(x) dx$	
		Definición de masa cuando el área de la placa se describe como un área bajo la curva:	
		$m = \rho A = \rho \int_a^b f(x) dx$	
		Definición de momentos cuando el área de la placa se describe como un área entre curvas:	
		$M_x = \rho \int_a^b \frac{1}{2} \{ [f(x)]^2 - [g(x)]^2 \} dx$ $M_y = \rho \int_a^b x [f(x) - g(x)] dx$	
		Definición de masa cuando el área de la placa se describe como un área entre curvas:	
		$m = \rho A = \rho \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$	
		Definición de centro de masa	
		$\bar{x} = \frac{M_y}{m}$ $\bar{y} = \frac{M_x}{m}$	

Para evaluar la organización matemática descrita en la tabla anterior, se manejará la misma tabla con indicadores de completitud de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, utilizado en los libros anteriores.

Tabla 7.

Indicadores de completitud que se cumplen dentro del tema de área entre curvas y centro de masa en el libro de texto: “Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas” de Stewart, J.

Tipos de tarea	Criterios de completitud									
	2		3		4		5		6	
	E	P	E	P	E	P	E	P	E	P
Definir área.										
Determinar una aproximación del área bajo la curva f , desde $x = a$ hasta $x = b$.							X	X		
Demostrar que la suma de las áreas de los rectángulos tiende a un número dado (valor real del área).							X	X	X	X
Construir definición de área bajo la curva.							X	X		
Determinar el área bajo la curva f , desde $x = a$ hasta $x = b$.							X	X	X	X
Calcular la distancia recorrida en un intervalo de tiempo.							X	X		X
Expresar el límite de una suma infinita como una integral definida en un intervalo dado.					X	X	X	X	X	X
Evaluar las sumas de Riemann para f en $[a, b]$ y evaluar $\int_a^b f(x) \cdot dx$ por sumas infinitas.	X	X					X	X	X	X
Expresar las integrales definidas como el límite de una suma infinita.					X	X	X	X	X	X
Evaluar las integrales interpretando en términos de área.	X	X					X	X	X	X
Use la regla del punto medio para hallar una aproximación de la integral definida.							X	X		
Utilice las propiedades de las integrales para evaluar la integral definida.					X	X	X	X	X	X

Tabla 7 (cont.)

Encontrar los valores de $F(x)$ dada la función de f y trace la gráfica aproximada de s .			X	X	X	X
Encuentre la derivada de la función $g(x) = \int_a^b f(x)dt$			X	X	X	X
Evalúe la integral definida.			X	X		
Resolver integrales indefinidas.			X	X		
Evaluar integrales definidas.	X	X	X	X		
Aplicaciones sencillas de la integral definida (concentración, rapidez, masa, costo, etc.)	X	X	X	X	X	X
Resolver la integral indefinida por sustitución			X	X		
Resolver integral definida por sustitución.			X	X		
Determinar si la función integrando es par o impar y resolver por simetría.			X	X		
Determine el área de la región acotada por dos curvas en el intervalo $[a, b]$. Secciones verticales.			X	X		
Determine el área de la región acotada por dos curvas en el intervalo $[a, b]$. Secciones horizontales.			X	X		
Determine el área entre dos curvas no conocidos los límites laterales. Secciones verticales.			X	X		
Determine el área entre dos curvas no conocidos los límites laterales. Secciones horizontales.			X	X		
Encontrar el momento y centro de masa de un sistema lineal.						
Encontrar los momentos y centro de masa de un sistema de objetos ubicados en un plano, conocidas sus masas y pares ordenados.			X	X		
Encontrar el centro de masa de una placa.			X	X		

Con relación al primer indicador de completitud, los tipos de tarea asociados con la construcción de la técnica (integral definida) tienen una estrecha relación, las actividades ayudan al lector a razonar sobre cada una de las situaciones planteadas, permitiéndole visualizar elementos que tal vez con la tarea anterior no era posible.

De igual manera ocurre con las tareas correspondientes al cálculo de momentos y centro de masa, que a pesar de ser un poco escasas, las bases teóricas de sus definiciones las conectan. Por el contrario, en el caso de las tareas vinculadas al cálculo de área entre curvas, el indicador se cumple de manera parcial, ya que no se dispone de variedad de tareas, las tareas en existencia apuntan a la posibilidad de generalizarlas en un solo tipo de tareas.

A pesar de que el libro de texto presenta varios tipos de tareas que a consideración del investigador son bastante enriquecedoras para el desarrollo de habilidades de análisis, creatividad e inventiva, el séptimo y octavo indicador de completitud no se cumplen a cabalidad, pues, en la mayoría de los casos, no se evidencia de manera explícita la necesidad de mejorar o construir nuevas técnicas, en lugar de ello, en ocasiones, se deja entre ver comentarios que dirigen al lector hacia la necesidad de trabajar en la comprensión y solución de determinadas tareas porque las condiciones de la tarea cambiaron o porque dicho conocimiento será necesario para temas posteriores.

Finalmente, según los resultados obtenidos, la Organización Matemática del libro “Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas” de Stewart, J., también se clasificó como puntual, a pesar de la existencia de cierto número de tareas y técnicas para la solución del problema del área bajo la curva, no sucede lo mismo con los temas de interés para la investigación (cálculo de área entre curvas y cálculo de momentos y centro de masa), para los que solo se presenta un tipo de tareas y técnicas para el desarrollo de los contenidos.

Revisión de la Organización Didáctica de los temas de área entre curvas y momentos y centro de masa de una figura plana en el libro de texto: “Cálculo de

una variable. Trascendentes tempranas” de Stewart, J. utilizado por el ingeniero con componente docente

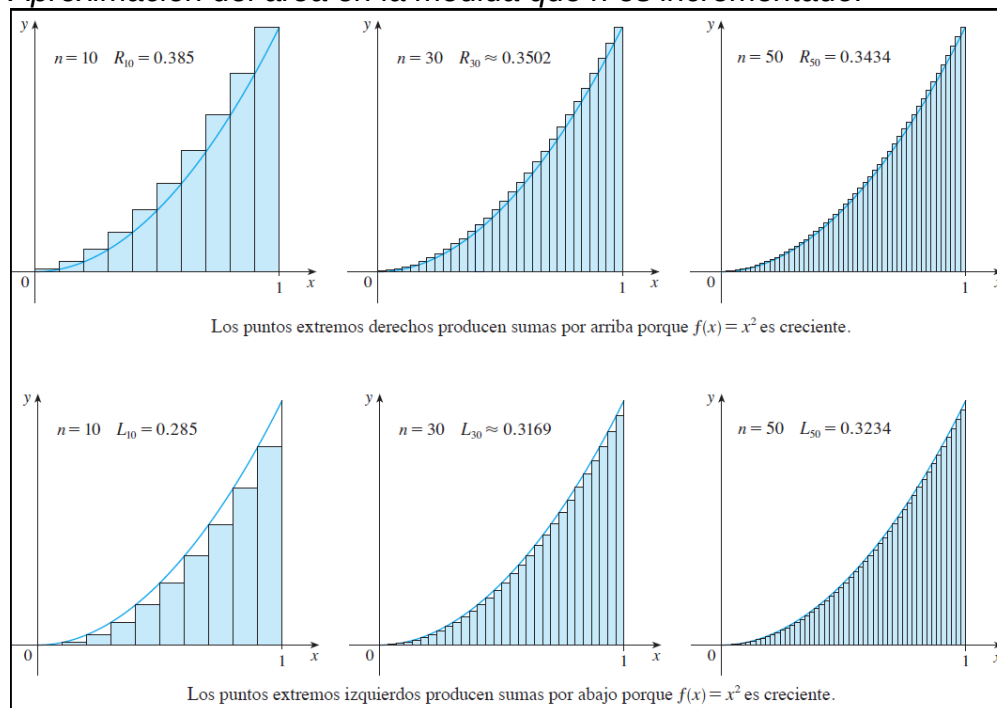
En la unidad cinco, dedicada a la construcción de la integral definida, el autor parte desde algunas situaciones relacionadas al cálculo del área, cuyas cuestiones y análisis fueron consideradas como el momento del primer encuentro. Inicialmente el autor cuestiona el significado de la palabra área y describe muy rápidamente las características de algunas figuras planas y la facilidad de calcular su superficie, sin dejar de un lado que lo mismo no ocurría con el cálculo de figuras curvas donde habría que precisar una definición exacta que permitiera su cálculo.

Inmediatamente, luego de establecer los aspectos anteriores, el autor presentó un problema de área bajo la curva, con el cual inició la construcción de la técnica y donde se pudo evidenciar un esfuerzo mayor para que el lector comprendiera lo que se trataba de lograr. Ciertamente, al comienzo, el número de rectángulos en que se divide el área es muy pequeño, tal vez porque la intención del primer ejemplo era hacer notar que el valor real del área se encontraba comprendido entre las dos aproximaciones realizadas (superior e inferior). Pero ya para el segundo ejemplo, el autor trató de acercarse a la idea de sumas infinitas, insertando la noción de límite y analizando gráficamente lo que estaba ocurriendo.

Lo anterior se explica en la figura 21, donde luego de tratar el cálculo del área por suma de rectángulos de una manera más general (suma de los n ésimos términos) y evaluarla utilizando la definición, propiedades y métodos de resolución de límites, el autor muestra varias representaciones gráficas donde se evidencia el hecho de que al ir aumentando el número de rectángulos para ambos tipos de aproximaciones, los valores de R se acercan más y más al valor real del área, justificando el uso del límite por el incremento de n y su tendencia a infinito.

Figura 21

Aproximación del área en la medida que n es incrementado.

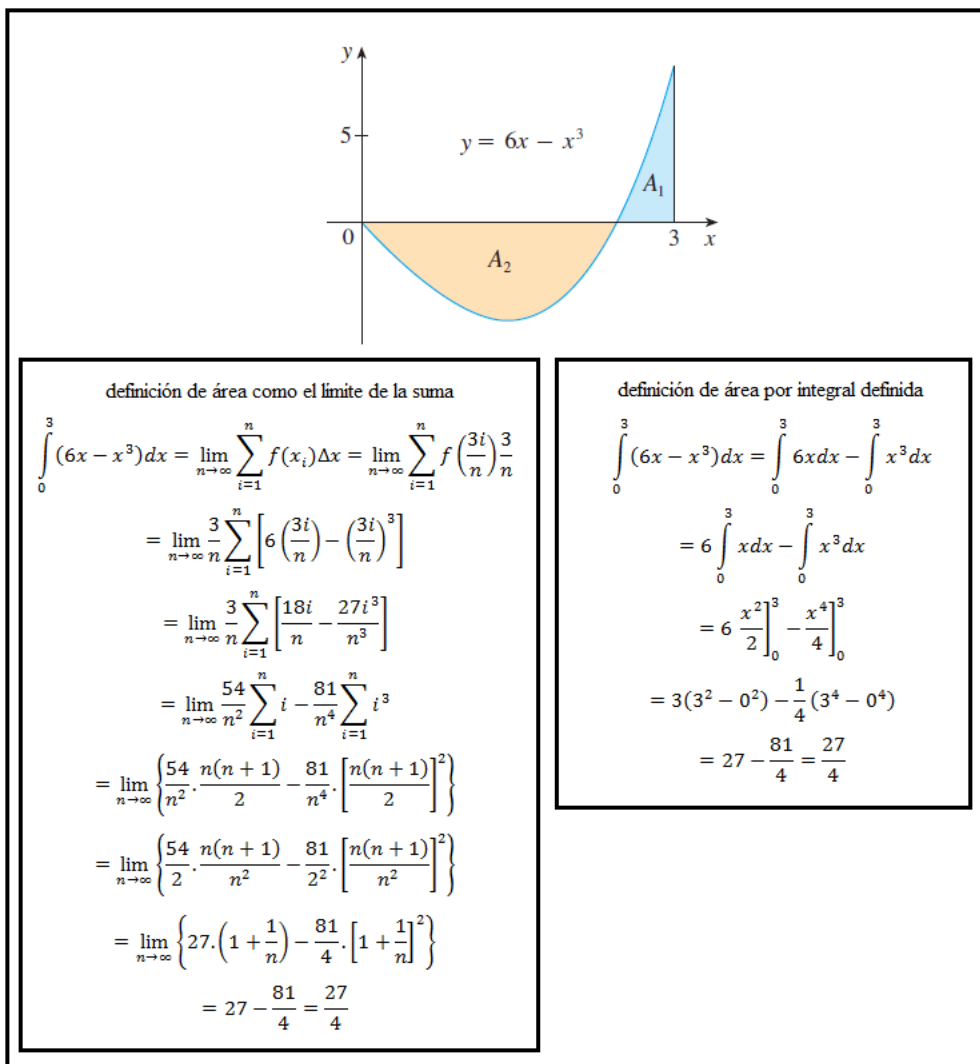


Así, en la medida que los ejemplos relacionados con dicha técnica fueron aflorando otros elementos importantes para la definición de área bajo la curva, los mismos permitieron dar lugar a la conformación del entorno tecnológico – teórico que se avistaba desde unidades anteriores (cuando se trabajó la idea de antiderivada y la aproximación de la recta tangente) y cuyos procesos sirvieron de apoyo en el desarrollo de la integral definida (técnica), sin dejar de lado la tímida cuestión que dio a conocer la necesidad de construir la misma.

El cuarto momento o el momento del trabajo de la técnica, se hizo presente en el grupo de tareas que pretendían hacer de la integral definida una herramienta más eficaz, como por ejemplo, cuando el autor planteó las propiedades de la integral definida (explicadas desde la definición y propiedades de sumatoria), la tabla de integrales (producto del proceso inverso de derivación) y el teorema fundamental del cálculo, con el fin de facilitar y agilizar algunos cálculos, que en tareas anteriores, eran algo engorrosos porque no se disponía de estos elementos, como se muestra en la figura 22.

Figura 22

Ejemplo comparativo de la integral definida desarrollada como el límite de la suma (utilizando definición y propiedades de sumatoria y límite) y como el resultado de una serie de propiedades, tablas y teoremas de la integral.



El quinto y sexto momento, se vieron representados durante todo el recorrido que realizó el autor para la construcción de la técnica. Cada vez que el autor avanzaba hacia un nuevo tipo de tarea, algunos elementos iban quedando atrás, para dar cabida a otras propiedades y mecanismos que resultaron más eficientes luego de un análisis y valoración de lo obtenido.

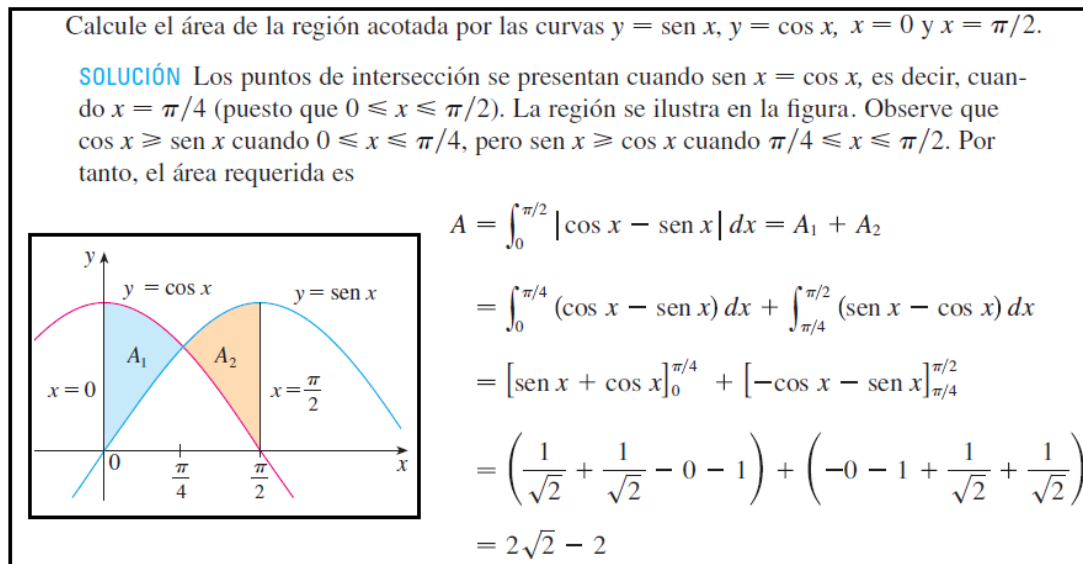
Con respecto a los momentos didácticos para el tema de área entre curvas, el momento del primer encuentro no se hizo presente de manera notoria, pues al principio de la unidad 6, el autor comentó que en dicha unidad, la técnica a utilizar sería la

integral definida. Inmediatamente al comentario anterior, el autor explicó que para trabajar el área entre curvas se procedería como en el caso del área bajo la curva, lo único que difería entre ambos procesos, era que la altura no correspondía a la distancia de la imagen de x con respecto a un eje, sino que la altura para esta nueva situación (área entre curvas) sería la diferencia entre las imágenes de x de cada función. A pesar de toda la descripción, no se mostró una cuestión generatriz que imprimiera la necesidad de la emergencia de una nueva técnica o que permitiera deducir que dicha situación podía ser solucionada de forma similar a la anterior.

El momento exploratorio y el momento de la constitución del entorno tecnológico – teórico, fue algo similar al presentado para el área bajo la curva, solo que no fue tan extenso y minucioso, de hecho, fue bastante puntual, se trabajó en función a un entorno tecnológico – teórico ya elaborado, rescatando algunos aspectos que serían necesarios aclarar y para asegurar la validez y eficiencia de la técnica.

Figura 23

Ejemplo donde se evidencia modificación de la técnica inicial.



Nota: tomado del libro “Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas” de Stewart, J. (p.425)

El trabajo de la técnica se evidenció en tareas donde se debía calcular el área entre curvas, cuyo comportamiento no era el mismo durante todo el intervalo de integración o tareas donde era mejor considerar a x como una función de y . Por

ejemplo, se presentaron tareas donde la función $f(x)$ era mayor que $g(x)$ en un subintervalo del $[a, b]$ y en el otro subintervalo del mismo intervalo, $f(x)$ era menor que $g(x)$. Para resolver una integral definida de dicha naturaleza, el autor presentó una mejora a la técnica, cuya efectividad fue evidenciada en la figura 23.

El momento de institucionalización se hizo visible en el grupo de ejercicios propuestos, donde se observó el predominio de cierto tipo de tareas y se dedujo la permanencia de las mejoras o modificaciones realizadas a la técnica según las condiciones presentadas por cada tipo de tarea.

Mientras que en el paso de una situación a otra, durante el recorrido en el proceso del cálculo del área entre curva, el autor realizó análisis en cuanto a lo alcanzado en cada una de las situaciones para examinar y valorar lo aprendido, evidenciando de esta manera, la existencia de momentos de evaluación.

Con respecto al cálculo de centro de masa, el momento del primer encuentro se dio cuando el autor colocó de ejemplo la situación de una varilla de masa insignificante, con dos masas a en sus extremos, ubicadas a diferentes distancias de un fulcro, de manera que para estar equilibradas debía cumplir con la ley de la palanca (hecho experimental descubierto por Arquímedes). Luego de ello, al tratar de encontrar la ubicación del centro de masa, emergió la técnica a utilizar para un sistema lineal de masas.

Seguidamente, se pudo percibir un breve momento exploratorio para mejorar y modificar la técnica de acuerdo a las circunstancias planteadas, en el caso de objetos ubicados en un plano, se manejó básicamente las mismas definiciones de momentos y centro de masa para sistemas lineales de masas, solo que las definiciones se duplicaron por tratarse del plano, es decir, se establecieron dos definiciones para momentos (M_x y M_y) y el centro de masa pasó a tener dos coordenada en lugar de una $(\bar{x}, \bar{y})$. En cambio, en el momento exploratorio para la construcción de la técnica para el cálculo de momentos y centros de masa de una placa, el autor se apoyó, no solo en la definición inicial de centro de masa, sino que también hizo referencia del método de exhaustión aplicado en el problema de cálculo de área bajo la curva, la descripción fue bastante breve y más narrativa que gráfica y algebraica. Con esto último, no solo se evidenció el segundo momento didáctico, sino que también se pudo constatar la

constitución del entorno tecnológico – teórico fundamentado en entornos ya elaborados.

En el trabajo de la técnica para el tema de cálculo de centro de masa, el autor solo propuso para ello, un grupo de ejercicios donde el lector solo debía aplicar la definición correspondiente o encontrar las ecuaciones de las funciones que limitaban la placa para poder realizar los cálculos oportunos.

El momento de institucionalización para el tema de momentos y centro de masa, al igual que en el cálculo de área entre curvas, fue identificado a través del grupo de tareas propuestas, ya que de acuerdo a las características de las mismas se puede deducir las técnicas y elementos que quedaran de manera definitiva en la organización matemática.

De igual manera, el momento de evaluación para el tema de momentos y centro de masa, se observó de manera implícita cuando el autor reflexionaba sobre los procedimientos descritos en los procesos de construcción (técnicas, resultados obtenidos y significado).

Elementos comparativos entre los textos

Este análisis adicional, se hizo necesario para tener en cuenta, ciertos aspectos que podrían marcar una diferencia entre las secuencias, estilos y formas de guiar y/o desarrollar los temas de los docentes consultados. Ya que los libros de texto, como bien lo expresaba Choppin citado por González y Sierra (2004), son para el docente, además de un apoyo, una guía que permite dar una estructura o secuencia al proceso de enseñanza, claro está, tomando en cuenta la jerarquía que presentan los contenido en los libro de texto y los criterios que maneja el docente para planificar su clase.

Los libros de textos estudiados poseen elementos en común, con sus diferencias. En el caso del libro de texto de “Cálculo con geometría analítica”, se presentó en forma narrativa el planteamiento del cálculo del área del círculo por el método de exhaustión, mientras que en el libro de texto “Cálculo integral. Matemática 2” los autores lo hicieron de forma combinada, alternando narrativa con gráficas y lenguaje algebraico. Y en el libro de “Cálculo de una variable. Trascendentes

tempranas”, el autor hizo mención a ciertas definiciones previas a las sumas infinitas, pero ninguna de ellas contemplaba el problema del cálculo del área del círculo.

En cuanto a las denominaciones de las técnicas, se percibió un poco más de formalidad en los textos de “Cálculo integral. Matemática 2” y “Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas”, que en el texto de “Cálculo con geometría analítica”, por ejemplo, en este último texto mencionado, el método de exhaustión no fue denominado como tal y a pesar de estudiar el área bajo de la curva por sumas de Riemann, tampoco se hizo mención de ello.

Por otra parte, los autores del libro de texto “Cálculo con geometría analítica” plantearon la idea de calcular el área de una figura plana irregular por el método de la cuadrícula (método gráfico), lo cual no fue observado en el otro texto.

La construcción de la técnica para el cálculo de área entre curvas, se dio de manera parcial en los libros “Cálculo integral. Matemática 2” y “Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas”, mientras que en el texto de “Cálculo con geometría analítica” la construcción y argumentación de la misma fue casi nula.

En el caso de la resolución de un problema de cálculo de área entre curvas, utilizando varias de versiones de la técnica, se observó más completa y enriquecedora en el libro “Cálculo con geometría analítica” donde los autores utilizaron: definición de área entre curvas para secciones verticales, definición de área entre curvas para secciones horizontales, definición de área bajo la curva con definiciones básicas de polígonos regulares, y definición de área bajo la curva con principios de simetría. Mientras que en los textos de “Cálculo integral. Matemática 2” y “Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas” los autores presentaron un problema similar, pero solucionándolo con el uso de la definición de área entre curvas para secciones verticales y definición de área entre curvas para secciones horizontales.

En cuanto al cálculo del centro de masa, los autores de los libros de “Cálculo integral. Matemática 2” y “Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas” hicieron el esfuerzo por contextualizar un poco el problema y darle una idea introductoria al lector con respecto al tema, por el contrario, en el libro de texto “Cálculo con geometría analítica” el tema inicia con la técnica para calcular el centro de masa de sistemas lineales sin analizar sus elementos y forma.

La secuencia de tareas para el cálculo del centro de masa en el libro “Cálculo con geometría analítica” y “Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas” fueron más apropiada que la secuencia propuesta en el otro texto, ya que el cálculo de centro de masa de una región plana simple compuesta debe ubicarse antes del centro de masa de una figura plana. Aunado a esto, el libro “Cálculo con geometría analítica” posee tres ampliaciones adicionales de la técnica (centro de masa de sólidos de revolución, centro de masa de un alambre y centro de masa de una superficie de sólido de revolución), con las cuales se acrecienta el entorno tecnológico – teórico del tema.

El libro de texto “Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas”, en algunos casos, presenta una variedad de tareas poco estereotipadas que no fueron observadas en el repertorio de problemas de los otros dos libros.

Finalmente, con todo este análisis, se logró determinar las fortalezas y debilidades de cada una de las secuencias y las posibles tareas y técnicas que los profesores a cargo de la materia podrían adoptar, dejando entre ver la posible influencia que pueden ejercer estos materiales de apoyo durante las prácticas docentes.

CAPITULO VII

EL DOCENTE

Con el análisis de las prácticas docentes se quería conocer los estilos de enseñanza adoptados por los profesores a cargo del curso de Matemática II, los elementos que fueron tomados en cuenta en los procesos de construcción de sus secuencias didácticas y los resultados obtenidos por cada uno en función a sus propósitos iniciales, para identificar los elementos en las que confluyen o difieren y poder caracterizarlas.

Las prácticas docentes a nivel universitario son un factor fundamental en el desarrollo de las actividades académicas y en la formación del estudiante como futuro profesional, porque a través de ellas, los docentes no solo pretenden hacer llegar el conocimiento, sino que también tienen la oportunidad de motivar de forma positiva a los estudiantes, desarrollando inquietud por aprender y conocer nuevos aspectos de la disciplina.

Estas prácticas docentes están conformadas por una serie de acciones o actividades premeditadas que se encuentran plasmadas en una planificación, cuya organización responde a una intencionalidad y al conocimiento y perspectiva del docente, fijando un curso de acción con el propósito de alcanzar determinados objetivos, mediante el uso adecuado de los recursos.

En Palabras Egg, A.:

Planificar es la acción consistente en utilizar un conjunto de procedimientos mediante los cuales se introduce una mayor racionalidad y organización en un conjunto de actividades y acciones articuladas entre sí que, previstas anticipadamente tienen el propósito de influir en el curso de determinados acontecimientos, con el fin de alcanzar una situación elegida como deseable, mediante el uso eficiente de medios y recursos escasos y limitados. (p.25).

En matemáticas, una buena planificación permite al docente verificar si los problemas planteados son los más indicados para iniciar y desarrollar un tema en específico, además de permitir predecir qué dificultades didácticas podrían presentarse y las limitaciones que podrían tener docente y/o estudiantes en función a un diagnóstico previo o anteriores experiencias.

Guiones de clase

Para llevar a cabo el análisis de las prácticas docentes, se les solicitó a dos profesores que han estado a cargo del curso de Matemática II, elaborar un guión de clases referente a dos aplicaciones de la integral definida, área entre curvas y centro de masa. Uno de los docentes convocados para la actividad era ingeniero con componente docente y el otro docente, profesor de matemática. La elaboración del mismo debía estar dirigida a estudiantes de ingeniería civil, describiendo de forma detallada la estructura de clase, de manera que se evidenciara: (a) su inicio, desarrollo y cierre, (b) las estrategias aplicadas en cada una de las etapas, (c) actuación del profesor y estudiante (d) conceptos, ejemplos y ejercicios propuestos, según el orden dado, justificando el porqué de la secuencia establecida, (e) recursos, (f) criterios utilizados para evaluar la efectividad de la secuencia de actividades, tipo de evaluación e instrumento de evaluación y (g) fuente de consulta que utilizó para construir la micro clase.

En el caso del guión de clases presentado por el ingeniero con componente docente, se pudo observar dentro de su estructura la existencia de actividades de inicio, desarrollo y cierre. Las estrategias aplicadas, básicamente estaban conformadas por repasos de contenidos anteriores (necesarios para el desarrollo del tema de interés), teoría de las aplicaciones correspondientes, ejemplos y ejercicios propuestos para el hogar. La actuación del profesor y estudiante no estaban diferenciadas de manera explícita, pero la forma en que estaban dispuestas las actividades, daba a entender que los repasos, teorías y ejemplos eran labor del docente y los ejercicios propuestos, tareas para el estudiante. La secuencia de actividades no estaba justificada de manera escrita, es decir, no se argumentó el porqué de la elección de

esas actividades en específico y el orden dado, así como tampoco se evidenció los recursos a utilizar, ni los criterios, tipos e instrumentos de evaluación. Además, se pudo notar que el ingeniero se apoyó en algunas partes teóricas del texto, utilizó algunos ejemplos descritos en el libro consultado por su persona e hizo uso parcial del discurso del autor del libro para el desarrollo de los temas, es decir, hubo un proceso de selección, ya que no consideró todos los ejemplos descritos, ni las construcciones establecidas en el texto.

Por otra parte, en el guión de clases elaborado por el profesor de matemática, se observó que en su estructura solo se presentaron actividades de desarrollo del tema de interés, no se encontraron actividades de repaso, ni propuestas para la práctica. Las acciones descritas parecían corresponder solo a la labor docente. La secuencia de actividades tampoco estaba argumentada de manera escrita y el orden en que se presentaron los ejemplos no indicaba si la estructura respondía a una jerarquía determinada por la dificultad u otro criterio. Al igual que en el guión de clases del ingeniero, no se manifestó de manera escrita el uso de algún recurso en específico o algún criterio de evaluación o instrumento en particular. Al comparar los ejemplos descritos, se pudo percibir una marcada influencia de uno de los libros de textos consultados por el docente, pues tanto la parte explicativa (el discurso) como la algebraica del guión, eran las mismas que las del texto, lo cual no revelaba un proceso de selección.

Entrevistas a profesores de Matemática II

En vista de que los guiones de clases no cumplieron completamente con lo solicitado, se decidió llevar a cabo dos entrevistas semi-estructuradas, de manera que se pudieran conocer los elementos que no se vieron reflejados en las planificaciones anteriormente descritas.

Las entrevistas inicialmente constaban de un grupo de preguntas bases para ambos informantes, pero en la medida que las conversaciones fueron avanzando, en cada uno de los casos, emergieron preguntas adicionales para indagar en cuanto

elementos de interés que fueron manifestados por los participantes y/o por ambigüedades en las respuestas obtenidas.

Tabla 8.

Entrevista semi – estructurada a informante clave correspondiente a ingeniero con componente docente que ha estado a cargo del curso de Matemática II.

código	Investigador	Entrevistado	Subcategoría	Categoría
D1	Estamos iniciando la	Gracias.		
D2	entrevista dirigida a			
D3	ingeniero con			
D4	componente docente que			
D5	se ha estado a cargo del			
D6	curso de Matemática II.			
D7				
D8	¿Cuánto tiempo estuvo a	Di tres semestres		
D9	cargo del curso de	aproximadamente, la		
D10	Matemática II?	asignatura.		
D11				
D12	¿Ha notado alguna	<u>Los temas siguen siendo</u>	Programas	Enseñanza de
D13	evolución en cuanto al	<u>los mismos</u> , desde la		las matemáticas
D14	tratamiento de los temas?	primera vez, que		aplicadas.
D15	Es decir, ¿Existe alguna	comencé a dar la		
D16	diferencia entre sus	asignatura. Los		
D17	primeras planificaciones y	programas ya están		
D18	las actuales? ¿Cuáles	establecidos y		
D19	serían esas diferencias?	estandarizados, a nivel		
D20		nacional, desde hace ya		
D21		varios años, cuando hubo		
D22		el último cambio de		
D23		pensum, cuando se		
D24		insertaron nuevas		
D25		carreras en la institución.		
D26		(No recuerdo		
D27		exactamente, el tiempo).		
D28		<u>Las planificaciones</u>	Planificación	Enseñanza de
D29		<u>también están</u>		las matemáticas
D30		<u>estandarizadas, por</u>		aplicadas.

Tabla 8 (cont.)

D31		<u>Coordinación de</u>		
D32		<u>asignatura, es decir ciertos</u>		
D33		<u>objetivos por</u>		
D34		<u>estrategia evaluativa.</u>		
D35		Sólo hubo cambios en esta		
D36		época de pandemia, que		
D37		las evaluaciones son a		
D38		distancia.		
D39				
D40	La pregunta en realidad se	<u>Lo que voy insertando de</u>	Planificación	Enseñanza de
D41	refiere a su manera de	<u>nuevo, son más ejercicios</u>		las matemáticas
D42	planificar para esos temas,	<u>aplicativos al área de</u>		aplicadas.
D43	si siempre lo ha planificado	<u>Ingeniería Civil. La teoría</u>		
D44	de esa manera o si en la	<u>es la misma</u> , sólo adiciono,		
D45	medida que ha tomado	más ejercicios.		
D46	experiencia en el curso, ha			
D47	hecho modificaciones a			
D48	raíz de aspectos que le			
D49	funcionaron o no.			
D50				
D51	Ahora bien, ¿Qué	<u>Se repasó teorema</u>	Planificación	Enseñanza de
D52	conceptos, criterios y/o	<u>fundamental de cálculo.</u>		las matemáticas
D53	aspectos tomó en cuenta	<u>integrales definidas</u> y se		aplicadas.
D54	para la planificación de los	dictaron <u>conceptos sobre</u>		
D55	temas de área entre	<u>centro de masa y</u>		
D56	curvas y centro de masa?	<u>momento.</u>		
D57	¿Tomó en cuenta	Los <u>elementos de la</u>		
D58	elementos propios de la	<u>carrera, fueron ejercicios</u>		
D59	carrera? ¿Cuáles?	<u>aplicados a Ingeniería</u>		
D60	En caso de serle difícil,	<u>Civil</u> , específicamente.		
D61	realice un ejercicio,			
D62	imaginé que por primera			
D63	vez está planificando este			
D64	contenido, describa de			
D65	manera detallada el			

Tabla 8 (cont.)

D66	proceso que seguiría para	<u>Lo organizo</u> de esa forma,	Planificación.	Enseñanza de
D67	desarrollar los temas.	<u>con repaso</u> previo, <u>porque</u>		las matemáticas
D68	La pregunta, es más	<u>son</u> los <u>temas básicos</u>		aplicadas.
D69	reflexiva, allí necesito	<u>que me dan las</u>		
D70	saber es el por qué lo	<u>herramientas para los</u>		
D71	organizó de esa manera,	<u>objetivos que se darán.</u>		
D72	qué criterios tomó en			
D73	cuenta para organizar los			
D74	temas de esa forma.			
D75				
D76	Y ¿Qué dificultades	La dificultad siempre en	Planificación.	Enseñanza de
D77	presentó al momento de	<u>este tema</u> , es <u>que es muy</u>		las matemáticas
D78	desarrollar los temas	<u>largo para darlo en una</u>		aplicadas.
D79	descritos en la	<u>clase</u> , siempre se		
D80	planificación? ¿Qué se le	extiende a dos clases o		
D81	hizo más difícil?	tres. Y <u>sintetizar la teoría</u>		
D82		de cómo calcular centro		
D83		de masa y momento, <u>de</u>		
D84		<u>manera que se entienda y</u>		
D85		<u>que no quede puntos</u>		
D86		<u>relevantes sin explicar, es</u>		
D87		<u>difícil.</u>		
D88				
D89	¿Qué limitaciones o	Actualmente todavía <u>se</u>	Recursos.	Enseñanza de
D90	dificultades consideró que	<u>explican las clases en</u>		las matemáticas
D91	podrían presentarse?	<u>pizarra</u> , porque <u>no hay</u>		aplicadas.
D92	¿Cómo cree que dichas	<u>muchos recursos</u>		
D93	limitaciones o deficiencias	<u>tecnológicos</u> que apoyen		
D94	pueden incidir en el	a dar clases más		
D95	desarrollo de los temas?	dinámicas e innovadoras,		
D96		<u>que faciliten comunicar el</u>		
D97		<u>propósito del tema. Y así</u>		
D98		<u>poder dar más detalles,</u>		
D99		<u>en menos tiempo del</u>		
D100		<u>usado.</u>		
D101				

Tabla 8 (cont.)

D102	¿Qué materiales o	<u>Los recursos que utilizaría</u>	Recursos.	Enseñanza de
D103	recurso utilizaría? ¿Por	<u>sería que cada estudiante</u>		las matemáticas
D104	qué?	<u>tenga su computadora, y</u>		aplicadas.
D105		<u>el docente también, con</u>		
D106		<u>software que ayuden a</u>		
D107		<u>desarrollar y dictar las</u>		
D108		<u>clases</u> , de manera		
D109		didáctica y		
D110		computarizada.		
D111				
D112	¿Qué tipo de diagnóstico	<u>El diagnóstico se hace</u>	Estrategia de	Enseñanza de
D113	aplica para conocer las	<u>con guías que el</u>	evaluación.	las matemáticas
D114	limitaciones o dificultades	<u>estudiante traiga</u>		aplicadas.
D115	de los estudiantes?	<u>desarrolladas</u> a clase y		
D116		<u>con preguntas que</u>		
D117		<u>generen participación en</u>		
D118		<u>el aula.</u>		
D119				
D120	¿Cuál cree que es la	El propósito de <u>este tema</u> ,	Utilidad.	Enseñanza de
D121	finalidad o el propósito de	es que es un objetivo muy		la matemática
D122	este contenido dentro de	específico de la carrera,		aplicada.
D123	la ingeniería civil?	<u>es básico para el</u>		
D124		<u>conocimiento del</u>		
D125		<u>Ingeniero Civil</u> , y que será		
D126		a su vez, <u>clave en</u>		
D127		<u>próximas asignaturas</u> ,		
D128		<u>que verá este estudiante</u>		
D129		<u>en el transcurso de su</u>		
D130		<u>carrera. Le servirá de</u>		
D131		<u>herramienta fundamental</u> ,		
D132		<u>para otras materias</u> ,		
D133		donde deban calcular		
D134		centro de masa y		
D135		momento. Ejemplo:		
D136		Resistencia de		
D137		materiales, entre otras.		

Tabla 8 (cont.)

D138	¿Cómo cree usted que	<u>El estudiante usará esta</u>	Utilidad.	Enseñanza de
D139	pueden los estudiantes	<u>clase, para calcular el</u>		las matemáticas
D140	utilizar este aprendizaje	<u>centro de masa y los</u>		aplicadas.
D141	en materias futuras?	<u>momentos, en los</u>		
D142		<u>ejercicios que sean</u>		
D143		<u>requeridos en otras</u>		
D144		<u>asignaturas</u> , como por		
D145		ejemplo: en las		
D146		asignaturas, de		
D147		resistencia de materiales		
D148		y estructuras.		
D149				
D150	Ok. Desde su	<u>Como Ingenieros ya</u>	Capacidades	Enseñanza de
D151	perspectiva, conocimiento	<u>formados, deben</u> recurrir	laborales.	la matemática
D152	y creatividad ¿Cómo cree	a <u>diagnosticar, investigar</u>		aplicada.
D153	que dicho conocimiento	<u>y extraer los datos que</u>		
D154	se utilizaría para calcular	<u>necesiten para realizar</u>		
D155	el área o centro de masa	<u>dichos cálculos. En el</u>		
D156	en una situación real, si	<u>trabajo de campo, deben</u>		
D157	los estudiantes no	<u>generar datos, como</u>		
D158	disponen de los datos	<u>distancias, masas, áreas,</u>		
D159	suministrados como	<u>entre otras</u> , pero en este		
D160	normalmente se	caso, <u>ya pueden usar</u>		
D161	presentan en un	<u>también, programas</u>		
D162	problema?	<u>computacionales, que les</u>		
D163		<u>ayuden a realizar esos</u>		
D164		<u>cálculos y poder a su vez,</u>		
D165		<u>realizar comparaciones.</u>		
D166				
D167	Al aplicar dicha	<u>Al aplicar las</u>	Estrategias de	Enseñanza de
D168	planificación ¿Cómo	<u>evaluaciones escritas y al</u>	evaluación.	las
D169	podría describir el	<u>promover la participación</u>		matemáticas.
D170	desempeño de los	<u>en clase, se puede notar,</u>		
D171	estudiantes?	<u>que hay variedad de</u>		
D172	¿Presentaron algún	<u>desempeño en los</u>		
D173	problema o dificultad?	<u>estudiantes</u> . Hay algunos		

Tabla 8 (cont.)

D174		que son muy dedicados:		
D175		estudian, tienen		
D176		seguimiento de los		
D177		objetivos y salen bien en		
D178		las evaluaciones; pero		
D179		existe un porcentaje de		
D180		estudiante, mayor que el		
D181		anterior, que no tiene		
D182		buenos hábitos de		
D183		estudio, o traen mala		
D184		base de bachillerato y		
D185		semestres anteriores, que		
D186		no salen bien en las		
D187		evaluaciones.		
D188				
D189	Tomando en cuenta lo	<u>La efectividad de la</u>	Planificación.	Enseñanza de
D190	descrito ¿Cómo evalúa o	<u>planificación, está</u>		las
D191	califica la efectividad de la	<u>diseñada de manera muy</u>		matemáticas.
D192	planificación planteada?	<u>equitativa, en</u>		
D193	¿Qué criterios utiliza para	<u>concordancia con el</u>		
D194	ello?	<u>programa, y sus</u>		
D195		<u>evaluaciones</u> están		
D196		divididas en pruebas		
D197		largas de 25% cada una.		
D198		Sin embargo, <u>si hubiese</u>		
D199		<u>más tiempo por período</u>		
D200		<u>académico, sería mejor,</u>		
D201		<u>aplicar más cantidad de</u>		
D202		<u>evaluaciones de menos</u>		
D203		<u>porcentajes,</u> siguiendo la		
D204		distribución equitativa en		
D205		la totalidad de las que se		
D206		generen, <u>para asegurar</u>		
D207		<u>que se dé todo el</u>		
D208		<u>contenido programático y</u>		
D209		<u>que el estudiante vaya</u>		

Tabla 8 (cont.)

D210		<u>asimilando más a corto</u>		
D211		<u>plazo</u> , cada grupo de		
D212		objetivos.		
D213				
D214	Pero ¿Qué expectativas	Creo que <u>sería más</u>	Recursos.	Enseñanza de
D215	tenía con la planificación	<u>efectiva, si se incluyeran</u>		las
D216	sugerida? o ¿Qué cree	<u>recursos tecnológicos con</u>		matemáticas.
D217	que podía haber logrado	<u>software, para que en</u>		
D218	con las actividades	<u>cada clase, el estudiante</u>		
D219	propuestas?	<u>pueda ir de manera más</u>		
D220		<u>rápida, e innovadora.</u>		
D221		<u>entendiendo y</u>		
D222		<u>desarrollando cada tema</u>		
D223		dado.		
D224				
D225	Pero ¿Qué expectativas	Si <u>se alcanza un</u>	Condiciones del	Aprendizaje de
D226	se alcanzaron? ¿Son	<u>aprendizaje significativo,</u>	aprendizaje.	las matemáticas
D227	suficientes para el logro	<u>dependiendo también del</u>		aplicadas.
D228	de un aprendizaje	<u>interés y tiempo de</u>		
D229	significativo? ¿Por qué?	<u>dedicación que le coloque</u>		
D230	O por el contrario	<u>cada estudiante.</u>		
D231	¿Superaron las			
D232	expectativas?			
D233				
D234	Ahora bien, desde su	<u>Me gustaría que en todo</u>	Programa.	Enseñanza de
D235	perspectiva, ¿Cómo se	<u>el programa de la carrera,</u>	Planificación.	las
D236	podría facilitar el	<u>se excluyeran asignaturas</u>	Recursos.	matemáticas.
D237	aprendizaje? ¿Qué	<u>que no tienen tanta</u>		
D238	incluiría, modificaría,	<u>relevancia en la carrera, e</u>		
D239	recomendaría o sugeriría	insertaría más tiempo		
D240	para hacer más	para las matemáticas, por		
D241	productiva la experiencia	ejemplo, en el caso de		
D242	tanto para el docente	matemáticas II, se podría		
D243	como para el estudiante?	dar en más de un		
D244		semestre. <u>Se distribuiría</u>		
D245		<u>mejor los objetivos dentro</u>		

Tabla 8 (cont.)

D246		<u>de la planificación, porque</u>
D247		<u>ahora tendrían más</u>
D248		<u>tiempo para ser mejor</u>
D249		<u>desarrollados.</u> Así el
D250		estudiante, tendría más
D251		tiempo para entender,
D252		practicar y asimilar más
D253		cada objetivo. Aunado al
D254		<u>recurso tecnológico, que</u>
D255		<u>debería haber en cada</u>
D256		<u>aula de clase.</u>
D257		
D258	De verdad, muchas	Un placer, siempre que se
D259	gracias por dedicar una	pueda, estamos a la
D260	parte de su tiempo para	orden.
D261	colaborar con la	
D262	investigación.	

Tabla 9

Entrevista a informante clave correspondiente a profesor de matemática que ha estado a cargo del curso de Matemática II en ingeniería civil.

código	Investigador	Entrevistado	Subcategoría	Categoría
D263	Buen día, bienvenido. En	Bien, gracias.		
D264	este momento daremos			
D265	inicio a la entrevista al			
D266	informante clave,			
D267	correspondiente a			
D268	profesor de matemática			
D269	que ha estado a cargo del			
D270	curso de Matemática II en			
D271	ingeniería civil en la			
D272	UNEFA, núcleo Maracay.			
D273	¿Cómo está?			
D274				
D275	Lo primero que me	Bueno, tomando en	Planificación.	Enseñanza de
D276	gustaría saber es	cuenta la primera		las matemáticas
D277	¿Cuánto tiempo ha	pregunta, de cuánto		aplicadas.

Tabla 9 (cont.)

D278	estado a cargo del curso	tiempo he estado a cargo		
D279	de Matemática II?	del curso de Matemática		
D280		II, en mi caso, <u>desde el</u>		
D281		<u>año 2018 he estado a</u>		
D282		<u>cargo de este curso de</u>		
D283		<u>Matemática II,</u>		
D284		<u>impartiéndola en distintas</u>		
D285		<u>áreas del departamento,</u>		
D286		<u>en particular de la</u>		
D287		<u>ingeniería civil, sin</u>		
D288		embargo considero <u>que</u>		
D289		<u>antes de la pandemia la</u>		
D290		<u>situación era un poco</u>		
D291		<u>diferente a la actual y el</u>		
D292		<u>planteamiento del curso</u>		
D293		<u>de Matemática II para</u>		
D294		<u>desarrollar todos su</u>		
D295		<u>temas ha sido muy</u>		
D296		<u>variado,</u> o sea, se han		
D297		presentado muchas		
D298		dificultades, muchos		
D299		obstáculos, pero mi		
D300		experiencia realmente en		
D301		el área, desarrollando el		
D302		tema como tal, objetivo		
D303		por objetivo, hasta la		
D304		fecha han sido <u>alrededor</u>		
D305		<u>de casi tres años.</u>		
D306				
D307	¿Ha notado alguna	Si, si he notado alguna	Planificación.	Enseñanza de
D308	evolución en cuanto al	evolución en cuanto al		las
D309	tratamiento de los temas?	tratamiento de los temas,		matemáticas.
D310	Es decir, ¿Existe alguna	porque <u>durante mis</u>		
D311	diferencia entre las	<u>primeras planificaciones</u>		
D312	primeras planificaciones	<u>de esta Matemática II en</u>		
D313	que realizó al hacerse	distintos departamentos,		

Tabla 9 (cont.)

D314	cargo del curso por	no se... <u>No la acentuaba</u>
D315	primera vez y las	<u>con el mismo rigor que la</u>
D316	planificaciones que	<u>llevaba a cabo en un área</u>
D317	actualmente desarrolla?	<u>de ingeniería, eh...</u>
D318		Recuerdo que una vez
D319		que planifiqué Matemática
D320		II, <u>cuando me tocó con</u>
D321		<u>ingeniería civil, este... Me</u>
D322		<u>esmeré pues, en realizar</u>
D323		<u>todo el contenido sobre</u>
D324		<u>las integrales indefinidas,</u>
D325		<u>definidas, el cálculo de las</u>
D326		<u>áreas bajo la curva, la</u>
D327		<u>integrales dobles, pero...</u>
D328		<u>por mencionarle algo,</u>
D329		<u>pero me di cuenta que</u>
D330		<u>alguno de los temas que</u>
D331		<u>desarrollaba, muy</u>
D332		<u>particular, observaba la</u>
D333		<u>deficiencia pues, por</u>
D334		<u>parte del alumno, en los</u>
D335		contenidos... el nivel de
D336		comprensión... Carecían
D337		de detalles de recursos
D338		matemáticos que no los
D339		dominaban a precisión y
D340		bueno, por supuesto, <u>esto</u>
D341		<u>me obligaba a replanificar</u>
D342		<u>y entonces atrasaba el</u>
D343		<u>tiempo de la planificación</u>
D344		<u>y por ende no lograba</u>
D345		<u>desarrollar la asignatura</u>
D346		<u>como tal con todo su</u>
D347		<u>objetivo planificado, sin</u>
D348		embargo <u>con el tiempo,</u>
D349		<u>me di cuenta que si podía</u>

Tabla 9 (cont.)

D350		<u>lograrlo precisando los</u>
D351		<u>ejercicios propuestos en</u>
D352		<u>particular, ya previamente</u>
D353		<u>elaborados y dando</u>
D354		<u>menor grupo de ejercicios</u>
D355		<u>asignados para que los</u>
D356		<u>estudiantes pudiesen</u>
D357		<u>practicar e interactuar</u>
D358		<u>con... Dentro del aula...</u>
D359		Esas son las diferencias
D360		que he notado, digamos,
D361		hasta la fecha.
D362		
D363	Ahora bien, ¿Qué	Ok, déjame pensar cómo
D364	conceptos, criterios y/o	responder.
D365	aspectos tomó en cuenta	
D366	para la planificación de	
D367	los temas de área entre	
D368	curvas y centro de masa?	
D369	¿Tomó elementos propios	
D370	de la carrera? ¿Cuáles?	
D371	En caso de serle difícil,	
D372	puede realizar un	
D373	ejercicio, imagine que por	
D374	primera vez está	
D375	planificando este	
D376	contenido y describa de	
D377	manera detallada el	
D378	proceso que seguiría para	
D379	desarrollar los temas.	
D380		
D381	Tranquilo, recuerde que	No está entendible.
D382	no hay respuesta	
D383	perfecta, ¿o necesita que	
D384	le aclare algún aspecto de	
D385	la pregunta?	

Tabla 9 (cont.)

D386	Ok no hay problema,	Bueno, mire, con respecto	Estrategias de	Enseñanza de
D387	vamos a ver si me puedo	a esta interrogante,	evaluación.	las matemáticas
D388	hacer entender, cuando	cuando vamos a	Programa.	aplicadas.
D389	uno como docente realiza	desarrollar el tema de	Planificación.	
D390	una planificación,	área entre curvas y centro		
D391	normalmente se hace un	de masa... <u>En el caso del</u>	Contexto	del Currículo.
D392	análisis de ciertos	<u>área entre curvas,</u>	estudiante	
D393	elementos, o sea, lo que	<u>normalmente uno hace un</u>		
D394	necesito saber es cómo	<u>proceso exploratorio con</u>		
D395	hizo ese análisis, qué	<u>respecto a... Si el alumno</u>		
D396	tomó en cuenta, me	<u>sabe graficar o no los</u>		
D397	gustaría saber, si tomó en	<u>diferentes tipos de</u>		
D398	cuenta a la población a la	<u>funciones</u> , sin embargo,		
D399	cual va dirigida la	uno supone que este		
D400	planificación y de qué	conocimiento es conocido		
D401	manera la tomó en	previamente por el		
D402	cuenta, o sea, qué	alumno, pero al momento		
D403	elementos son los que le	de empezar a aplicar,		
D404	indican que esa	digamos a desarrollar el		
D405	planificación va destinada	tema como tal, nos		
D406	para estudiantes de	damos cuenta que		
D407	ingeniería civil, por qué	alumno carece de cierto		
D408	propuso esas actividades	grado de instrucción, pero		
D409	específicamente, cuál era	muy independientemente		
D410	la intencionalidad de cada	de eso, este... <u>yo me</u>		
D411	una... A fin de cuentas,	<u>ubico en el sentido de que</u>		
D412	cómo hizo ese análisis	<u>le estoy explicando a un</u>		
D413	para estructurar su	<u>estudiante de ingeniería</u>		
D414	planificación.	<u>civil y que su contexto</u>		
D415		<u>siempre va a ser el hecho</u>		
D416		<u>de desarrollar planos y</u>		
D417		<u>ejecutar obras y va a</u>		
D418		<u>trabajar siempre sobre</u>		
D419		<u>superficies que van a</u>		
D420		<u>tener distintos tipos de</u>		

Tabla 9 (cont.)

D421	<u>relieve y de los cuales él</u>
D422	<u>pondrá en práctica</u>
D423	<u>algunos de los conceptos</u>
D424	<u>o algunas de las nociones</u>
D425	<u>básicas</u> en lo que ayuda
D426	esta... esta parte <u>de las</u>
D427	<u>integrales o esta parte de</u>
D428	<u>las aplicaciones</u> y por
D429	supuesto el área
D430	encerrada entre un
D431	terreno con equis
D432	altiplanicie. En el caso del
D433	área entre curvas, bueno,
D434	como muy bien es sabido,
D435	este... se supone que se
D436	le dice al alumno que
D437	tienen dos funciones
D438	continuas, las cuales uno
D439	las define en un intervalo
D440	estrictamente cerrado y
D441	además uno le hace ver
D442	que una de las dos
D443	funciones, una es mayor
D444	que la otra en equis
D445	situación y que para llevar
D446	a cabo el cálculo del área
D447	de esta región, por
D448	supuesto va a aplicar el
D449	concepto, va a aplicar el
D450	teorema fundamental del
D451	cálculo, tomando en
D452	cuenta la integral definida
D453	con su límite superior, con
D454	su límite inferior y va a
D455	estrictamente la función
D456	que está por encima y la

Tabla 9 (cont.)

D457	que está por debajo en
D458	una diferencia de las dos
D459	y va a proceder al cálculo
D460	de esta área de esta
D461	integral definida en ese
D462	intervalo cerrado. Lo
D463	interesante, acerca de
D464	esta fórmula es que...
D465	Como muy bien es sabido
D466	en el desarrollo del tema,
D467	ella es válida
D468	independientemente de
D469	las curvas que estén por
D470	encima o por debajo del
D471	eje x en particular y
D472	pueden haber otras
D473	situaciones donde el
D474	cálculo de una región
D475	limitada este dado por
D476	una curva, una recta o
D477	este descrita por una
D478	superficie que tenga
D479	forma de un trapezoide o
D480	que la región esté limitada
D481	por algún, cómo le digo
D482	yo, por algún límite y que
D483	bueno, en base a esto se
D484	pueden tomar esos
D485	puntos límites como los
D486	vértices de la región
D487	delimitada de un terreno
D488	en particular y en base a
D489	eso se procede a integrar
D490	sobre ese terreno. En
D491	este sentido, eh... Podría
D492	decir que el cálculo del

Tabla 9 (cont.)

D493	área bajo una curva
D494	resulta menos complicada
D495	que en el caso del cálculo
D496	de un centro de masa.
D497	Ahora bien, cuando
D498	vamos a hablar del centro
D499	de masa, que tiene que
D500	ver con otra de las
D501	aplicaciones importantes
D502	de la integración y que en
D503	dicho concepto de masa,
D504	el alumno, uno supone
D505	que tiene un concepto
D506	previo del bachillerato,
D507	una noción de lo que más
D508	o menos le comentan,
D509	qué significa la masa, o
D510	sea, desde un punto de
D511	vista físico y por supuesto
D512	se le hace ver en este
D513	nivel desde la Matemática
D514	II como una medida de
D515	resistencia de un cuerpo,
D516	la cual cambia su estado
D517	de movimiento y tiene
D518	mucho que ver con el
D519	sistema gravitatorio en
D520	particular, donde el
D521	cuerpo se encuentre. Con
D522	esto quiero decir que
D523	existen muchas
D524	aplicaciones que
D525	involucran el concepto de
D526	masa sobre la superficie
D527	de la tierra, pero para un
D528	estudiante de ingeniería

Tabla 9 (cont.)

D529	esto es de vital
D530	importancia ya que la
D531	masa puede ser
D532	considerada como un
D533	objeto que a veces puede
D534	ser identificada, por
D535	supuesto por su peso y
D536	digamos que esto no es
D537	técnicamente correcto,
D538	pero es el concepto que
D539	habría que entender de
D540	acuerdo a la situación que
D541	se le presente digamos al
D542	ingeniero en su contexto
D543	o en el momento de su
D544	labor y bueno, por
D545	supuesto el peso tiene
D546	que ver con un tipo de
D547	fuerza que se va a
D548	emplear sobre esa masa
D549	y la cual bueno va a
D550	depender de lo que
D551	conocemos como
D552	gravedad y bueno por
D553	ende, la fuerza y la masa
D554	van a estar relacionadas
D555	en la ecuación básica que
D556	nosotros conocemos de,
D557	de física que la fuerza es
D558	igual a la masa por la
D559	aceleración. En este
D560	sentido, eh... Se le pide al
D561	alumno, bueno que...
D562	Que se encuentre la
D563	masa expresada en el
D564	sistema de medida, bien

Tabla 9 (cont.)

D565	sea el internacional, bien
D566	sea, en este caso el
D567	internacional tiene que
D568	ver con el kilogramo, el
D569	newton, y este a su vez
D570	con los metros sobre
D571	segundos cuadrados,
D572	digamos que estos son
D573	los primeros conceptos
D574	que al principio se le hace
D575	ver al alumno, sin
D576	embargo el sistema de
D577	masa tiene mucho que
D578	ver, cuando uno se ubica
D579	en que sistema estamos
D580	trabajando, si es el
D581	unidimensional, si es el
D582	bidimensional, si es el
D583	tridimensional y en este
D584	sentido habría que
D585	equilibrar esta masa o
D586	este peso en cierto
D587	momento determinado,
D588	por esa razón es que
D589	existen los diferentes
D590	tipos de momento de una
D591	masa con respecto a la
D592	ubicación pues, al punto
D593	donde se encuentre o con
D594	respecto a la superficie
D595	para la cual se pueda
D596	calcular, eh... a veces
D597	para hablar sobre el
D598	concepto de momento, el
D599	concepto de centro de
D600	masa y esto que tiene

Tabla 9 (cont.)

D601		que ver con los		
D602		centroides, uno se lo hace		
D603		ver en un sistema		
D604		unidimensional y en un		
D605		sistema bidimensional y		
D606		bueno, en base a esto se		
D607		tomará en cuenta o se le		
D608		explicara al alumno cómo		
D609		se calcula el centro de		
D610		masa de una lámina		
D611		plana, de una región		
D612		simple, incluso hasta,		
D613		hasta cuando		
D614		hablábamos de la longitud		
D615		del arco tomando en		
D616		cuenta un concepto muy		
D617		básico que tiene que ver		
D618		con la densidad.		
D619		Recordemos que dicha		
D620		densidad es la unidad de		
D621		medida de masa por una		
D622		unidad de volumen o lo		
D623		que conocemos como		
D624		gramos sobre centímetros		
D625		cúbicos, estos serían		
D626		algunas de las		
D627		consideraciones que yo		
D628		tomaría en cuenta para		
D629		describir o dar inicio a		
D630		estos aspecto de		
D631		momentos y centro de		
D632		masa.		
D633				
D634	Esta parte teórica y todos	Bueno, fíjese bien	Planificación.	Enseñanza de
D635	estos elementos a los que	compañera, en... cuando	Estrategias de	las matemáticas
D636	me está haciendo	uno o en mi experiencia	enseñanza.	aplicadas

Tabla 9 (cont.)

D637	referencia no aparecen en	pues, <u>cuando yo</u>	Ejercicios de
D638	el guión de clases	<u>desarrollo el tema del</u>	aplicación en los
D639	presentado, y me parece	<u>cálculo del área y en</u>	libros de texto.
D640	bien saber que los toma	<u>particular del centro de</u>	Selección de
D641	en consideración, pero en	<u>masa, yo me doy cuenta</u>	ejercicios.
D642	realidad me gustaría	<u>que el alumno no sabe,</u>	
D643	conocer más sobre el	<u>por decirte así, graficar</u>	
D644	proceso de planificación,	<u>una función, entonces</u>	
D645	qué elementos o aspectos	<u>cuando el alumno no</u>	
D646	toma en cuenta para	<u>sabe graficar una función,</u>	
D647	hacer la planificación, por	<u>tiene carencias en el</u>	
D648	ejemplo, me acaba de	<u>cálculo de una integral</u>	
D649	decir que a veces hace un	<u>definida y uno se da</u>	
D650	diagnóstico, eh... no sé	<u>cuenta que carece</u>	
D651	de qué manera lo realiza,	<u>también de unos</u>	
D652	eh... para saber si el	<u>conocimientos de física,</u>	
D653	estudiante sabe graficar,	por decirte algo, saber	
D654	identifica las funciones,...	ciertas formulas, <u>uno lo</u>	
D655	ajá, pero cómo hace este	<u>que hace es refrescar la</u>	
D656	diagnóstico, para que	<u>idea haciendo referencia</u>	
D657	utiliza ese diagnóstico,	<u>a todos esos detalles,</u>	
D658	que hace con respecto a	<u>digamos de la gráfica,</u>	
D659	los supuestos obstáculos	<u>minuciosamente, para</u>	
D660	que los muchachos	<u>que el alumno pueda</u>	
D661	pueden presentar... o	<u>tener como quien dice</u>	
D662	sea, usted por ejemplo	<u>una mejor comprensión</u>	
D663	realizó una planificación	<u>cuando uno va a</u>	
D664	(guión) y en ella planteó	<u>desarrollar cuando aplica</u>	
D665	una serie de actividades,	<u>el cálculo del área,</u>	
D666	¿Por qué eligió esas	<u>cuando toma en cuenta la</u>	
D667	actividades? ¿Qué tomó	<u>gráfica de la función, por</u>	
D668	en cuenta para elegir	<u>qué razón va una por</u>	
D669	esas actividades y no	<u>encima y por qué razón</u>	
D670	otras? ¿Qué razón o qué	<u>va una por debajo, por</u>	
D671	motivo le hizo decidirse	<u>qué los límites van de tal</u>	
D672	por esas actividades?	<u>número a tal número,</u>	

Tabla 9 (cont.)

D673	¿Qué análisis previo	<u>cosas que a veces el</u>
D674	hizo? Porque al planificar	<u>alumno no ve y... por ahí</u>
D675	una clase, uno hace un	<u>un poquito más</u>
D676	análisis de contenido, un	<u>avanzado, cuando estas</u>
D677	análisis curricular	<u>en una integral doble, en</u>
D678		<u>una integral triple, por</u>
D679		<u>supuesto <u>te das cuenta</u></u>
D680		<u>que lo que desarrollas en</u>
D681		<u>la integral doble para el</u>
D682		<u>cálculo del centro de</u>
D683		<u>masa es similar a lo que</u>
D684		<u>haces de la integral triple,</u>
D685		<u>pero va a depender del</u>
D686		<u>ejercicio que se le plantee</u>
D687		<u>en el momento y por</u>
D688		<u>supuesto, cuando tú le</u>
D689		<u>planteas el ejercicio en el</u>
D690		<u>momento, la función</u>
D691		<u>implícita o incluida allí, a</u>
D692		<u>veces <u>el alumno carece</u></u>
D693		<u>de la base fundamental</u>
D694		<u>de la graficación y no ve</u>
D695		<u>pues, que es lo que uno</u>
D696		<u>hace realmente, no ve los</u>
D697		<u>puntos de corte,</u>
D698		<u>entonces, por ende que</u>
D699		<u>es lo que uno hace, uno</u>
D700		<u>desarrolla</u>
D701		<u>minuciosamente, como si</u>
D702		<u>fuese un estudiante de</u>
D703		<u>bachillerato de tercer año</u>
D704		<u>y lo traslada de ese nivel</u>
D705		<u>al otro nivel, yo por</u>
D706		<u>ejemplo lo hago, yo</u>
D707		<u>agarro y hago mis puntos</u>
D708		<u>críticos, mis puntos de</u>

Tabla 9 (cont.)

D709	corte, los defino bien, los
D710	evalúo, los sustituyo en
D711	las función para que el
D712	alumno, no sé, lo
D713	visualice y tenga una
D714	mejor comprensión de por
D715	qué se calculó el área de
D716	esa manera, y bueno, por
D717	supuesto, cuando le vas a
D718	explicar un ejercicio de
D719	aplicación, <u>cuando revisa</u>
D720	<u>los textos, uno se</u>
D721	<u>consigue que no hay</u>
D722	<u>muchos ejercicios de</u>
D723	<u>aplicación</u> , pero dentro de
D724	la interrogante que tu
D725	planteas, tú me dices que
D726	uno suponga o se
D727	imagine una situación en
D728	particular, bueno, un
D729	ejemplo clásico sería si
D730	hay una superficie o un
D731	terreno desocupado y se
D732	quiere construir una
D733	cancha, cómo un
D734	ingeniero civil llevaría a
D735	cabo el cálculo de una
D736	cancha, bien sea de
D737	basquetbol o de voleibol,
D738	de equis deporte que se
D739	vaya a practicar allí, cómo
D740	tomaría en cuenta el
D741	cálculo de esa área y
D742	tomando en cuenta
D743	previamente a eso,
D744	previamente a ella

Tabla 9 (cont.)

D745		eso, cómo está de		
D746		definida la superficie de		
D747		terreno y mira son una		
D748		serie de aspectos		
D749		matemáticos que el		
D750		alumno tiene que		
D751		considerar allí, por eso es		
D752		que es importante que el		
D753		alumno sepa graficar una		
D754		función por muy sencilla		
D755		que sea y definir sus		
D756		puntos, entonces en este		
D757		sentido uno procede a		
D758		clarificar las cosas con		
D759		todos los lujos y detalles.		
D760				
D761	Ajá, me está planteando	Bueno mi profe, mire, es	Estrategias de	Enseñanza de
D762	esa situación de la vida	de esta manera, <u>cuando</u>	enseñanza.	las matemáticas
D763	real que es bastante	<u>yo voy a desarrollar el</u>		aplicadas.
D764	aceptable y bastante	<u>tema, yo realmente</u>		
D765	viabile, le pregunto eso se	<u>pienso en una situación</u>		
D766	lo ha planteado a los	<u>en particular o un ejemplo</u>	Contexto social.	Currículo.
D767	muchachos como un	<u>específico que tenga que</u>		
D768	problema o simplemente	<u>ver con el contexto social</u>		
D769	es una situación que	<u>o con el contexto en el</u>		
D770	usted toma en cuenta	<u>cual ellos se vayan a</u>		
D771	para considerar los	<u>desenvolver como</u>		
D772	elementos o definiciones	<u>profesionales</u> y bueno,		
D773	que va a desarrollar en la	este... Uno de los		
D774	clase, es decir, esa	ejemplos más idóneos es		
D775	situación la plantea como	suponer una construcción		
D776	un ejemplo a los	de una cancha, en equis		
D777	muchachos para que ellos	región, tomando en		
D778	sepan donde podrán	cuenta, este... La		
D779	aplicar ese tipo de teorías	superficie del terreno,		
D780	o lo coloca como un	previamente está, se		

Tabla 9 (cont.)

D781	ejercicio formal o lo toma	toma este ejemplo
D782	en cuenta nada más para	hipotético por la
D783	saber cuáles son las	aplicabilidad de lo que el
D784	definiciones que en	ingeniero civil como tal
D785	realidad va a darle	debe llevar a cabo. Yo
D786	importancia dentro de la	particularmente, este...
D787	planificación.	desarrollo en el momento
D788		de la clase un ejemplo
D789		como este, de igual forma
D790		puedo pensar o suponer
D791		otra situación que se...
D792		Que suscite en el
D793		momento de acuerdo a lo
D794		que uno comparta con el
D795		grupo y bueno este... <u>La</u>
D796		<u>experiencia misma de</u>
D797		<u>haber desarrollado el</u>
D798		<u>tema te permite a veces</u>
D799		<u>ver una analogía</u> entre
D800		una cosa y la otra y de
D801		qué manera se puede
D802		llevar a cabo el cálculo de
D803		un área o el cálculo de un
D804		volumen en equis cuerpo
D805		o de un sólido en equis
D806		situación, si está a equis
D807		altura, equis, o sea, <u>son</u>
D808		<u>muchos los aspectos que</u>
D809		<u>uno considera al</u>
D810		<u>momento de desarrollar el</u>
D811		<u>tema, por supuesto uno</u>
D812		<u>establece un orden de</u>
D813		<u>ideas, de acuerdo al</u>
D814		<u>contenido que va a</u>
D815		<u>desarrollar y por supuesto</u>
D816		<u>en un grado de</u>

Tabla 9 (cont.)

D817		<u>comprensión de... en el</u>		
D818		<u>sentido de que un</u>		
D819		<u>concepto implica el</u>		
D820		<u>conocimiento previo al</u>		
D821		<u>otro y más en esta parte</u>		
D822		<u>del cálculo del área</u> , es lo		
D823		que pudiese responderle		
D824		en base a lo que me está		
D825		planteando.		
D826				
D827	¿Qué dificultades	De todos los temas que	Programa.	Enseñanza de
D828	presentó al momento de	se planifican, siempre hay	Estrategias de	las matemáticas
D829	desarrollar los temas	uno que presenta mayor	enseñanza.	aplicadas.
D830	descritos en la	dificultad al momento de	Planificación.	
D831	planificación? ¿Qué se le	desarrollarlo, en el caso	Recursos.	
D832	hizo difícil?	de las aplicaciones de la		
D833		integral, <u>en cuanto al</u>		
D834		<u>centro de masa, hay una</u>		
D835		<u>parte de este tema que a</u>		
D836		<u>veces el alumno no logra</u>		
D837		<u>comprender pues, por</u>		
D838		<u>ejemplo hay un teorema</u>		
D839		<u>que es el teorema de</u>		
D840		<u>Pappus</u> , dicho teorema		
D841		presenta un grado de		
D842		dificultad y bueno este...		
D843		<u>Previamente uno tiene</u>		
D844		<u>que mandar a investigar</u>		
D845		<u>al alumno quién formuló</u>		
D846		<u>dicho planteamiento</u>		
D847		<u>matemático y por qué</u>		
D848		<u>lleva ese nombre y</u>		
D849		<u>relacionarlos con los</u>		
D850		<u>conceptos previos que</u>		
D851		<u>trae en el bachillerato</u> ,		
D852		eso por allí es un aspecto		

Tabla 9 (cont.)

D853	que uno considera difícil
D854	pues de desarrollar en el
D855	momento, sin embargo <u>la</u>
D856	<u>parte más difícil a veces,</u>
D857	<u>en mi experiencia, ha sido</u>
D858	<u>la de explicar la masa de</u>
D859	<u>un sólido en las integrales</u>
D860	<u>triples, en el aspecto de</u>
D861	<u>las integrales en</u>
D862	<u>coordenadas cilíndricas y</u>
D863	<u>esféricas, en este tema al</u>
D864	<u>igual que en el anterior</u>
D865	<u>pues, llevar a cabo el</u>
D866	<u>cálculo del volumen, el</u>
D867	<u>cálculo de la masa tiene</u>
D868	<u>un grado de dificultad</u>
D869	<u>pues porque se utilizan</u>
D870	<u>mayores detalles</u>
D871	<u>matemáticos</u> cálculo
D872	pues, por decirlo así, y
D873	<u>esto del cambio de las</u>
D874	<u>coordenadas, al alumno</u>
D875	<u>se le dificulta, por lo</u>
D876	<u>mismo que le comentaba</u>
D877	<u>anteriormente, posee</u>
D878	<u>cierto conocimiento y hay</u>
D879	<u>que aclararle las cosas</u>
D880	<u>con el más mínimo lujo de</u>
D881	<u>detalles.</u> Cabe mencionar
D882	que dentro de la
D883	planificación hay un
D884	aspecto que yo tomo en
D885	cuenta, que es <u>el hecho</u>
D886	<u>de que el alumno</u>
D887	<u>descargue la aplicación</u>
D888	<u>de la calculadora</u>

Tabla 9 (cont.)

D889	<u>graficadora en 3D</u> , y en
D890	este sentido recurrimos al
D891	software del Geogebra, el
D892	cual de alguna manera <u>el</u>
D893	<u>alumno puede</u> introducir
D894	las variables o las
D895	ecuaciones o las
D896	funciones y poder <u>tener</u>
D897	<u>una idea más precisa de</u>
D898	<u>cómo es la</u>
D899	<u>representación gráfica</u> , en
D900	un sentido, <u>pero</u> previo a
D901	eso la dificultad que se
D902	presenta a veces es que
D903	<u>algunos carecen de</u>
D904	<u>celular</u> , otros no tienen
D905	suficiente memoria y
D906	bueno, este... Descargar
D907	el software, tenerlo
D908	instalado en el celular,
D909	<u>implica darle como una</u>
D910	<u>pequeña inducción de</u>
D911	<u>cómo llevar a cabo la</u>
D912	<u>utilidad o el empleo de</u>
D913	<u>este software, el cual</u>
D914	<u>permite tener una mejor</u>
D915	<u>visión de las cosas y es</u>
D916	<u>una herramienta de</u>
D917	<u>trabajo para el estudiante</u>
D918	<u>de ingeniería en</u>
D919	<u>cualquiera de las áreas</u> ,
D920	eh... Esa es una de las
D921	partes difíciles que por
D922	ejemplo la he estado
D923	compartiendo horita
D924	recientemente en el .

Tabla 9 (cont.)

D925		curso, en el cual estoy		
D926		llevando a cabo.		
D927				
D928	Me parece bastante	Sí, yo realmente conozco	Programa.	Enseñanza de
D929	buena la estrategia que	el contenido de la materia	Planificación.	las matemáticas
D930	planteó con respecto a la	en el nivel de allí del	Recursos.	aplicadas.
D931	descarga del software,	departamento, e incluso		
D932	porque a veces	<u>me he preocupado por</u>		
D933	escuchamos colegas que	<u>reestructurar el orden del</u>		
D934	expresan la necesidad de	<u>programa, porque a veces</u>		
D935	que se tenga a la	<u>uno considera que un</u>		
D936	disposición recursos	<u>capítulo va a antes que</u>		
D937	tecnológicos dentro de la	<u>otro, entonces en ese</u>		
D938	universidad, pero en vista	<u>sentido yo he podido,</u>		
D939	de la situación que	<u>digamos, colaborar; sin</u>		
D940	vivimos es una buena	embargo, bueno, <u>dentro</u>		
D941	opción, eh... Y por	<u>de los temas que uno</u>		
D942	ejemplo, en su caso	<u>intenta desarrollar</u>		
D943	particular, usted como	<u>siempre hay un tema que</u>		
D944	docente, como profesor	<u>a uno se le hace</u>		
D945	de matemática... Porque	<u>difícil porque uno no</u>		
D946	uno no se la sabe todas	<u>lo ha preparado, es</u>		
D947	más una aunque los	<u>primera vez que uno lo</u>		
D948	estudiantes lo crean así...	<u>lleva a cabo pues, y</u>		
D949	He escuchado a algunos	<u>bueno, yo siempre he</u>		
D950	colegas que a veces se	<u>dicho que es</u>		
D951	les hace difícil desarrollar	<u>responsabilidad del</u>		
D952	ciertos temas porque no	<u>docente el investigar, el</u>		
D953	lo sienten como propios,	<u>prepararse, el indagar</u>		
D954	no conocen el uso en el	<u>bien, y... Ver bien cómo</u>		
D955	contexto, es primera vez	<u>va a abordar el tema</u>		
D956	que lo van a dar... Pero	<u>previamente, con qué</u>		
D957	en su caso particular,	<u>conceptos previos, con</u>		
D958	¿Hay algún tema que se	<u>qué nociones básicas de</u>		
D959	le hizo difícil planificar? Y	<u>la matemática el alumno</u>		
D960	otra pregunta... ¿Conoce	<u>debe tener presente pues</u>		

Tabla 9 (cont.)

D961	el programa de la	para poder lograr la
D962	materia? ¿Sabe cuáles	comprensión del tema
D963	son todos los temas que	que tú quieres y por
D964	se deben trabajar durante	supuesto, siempre hay un
D965	el curso de Matemática	tema más abstracto que
D966	II?... Lo pregunto porque	el otro y por ende el
D967	la primera vez que di	recurso de estos software
D968	clase en la universidad,	matemáticos que en esta
D969	me convocaron para	época, este... Se han
D970	tomar un curso de	suscitado, sin embargo <u>el</u>
D971	Matemática I que no	<u>Geogebra ha sido un</u>
D972	disponía de docente	<u>recurso, digamos ya tiene</u>
D973	luego de transcurridas	<u>sus años, pero el hecho</u>
D974	tres semanas del	<u>de ya convertirlo o llevarlo</u>
D975	semestre, por la premura,	<u>a cabo en un teléfono</u>
D976	solo me presentaron la	<u>androide, para el alumno</u>
D977	planificación	<u>es de vital importancia,</u>
D978	estandarizada por	por qué, porque todo el
D979	coordinación para ese	mundo posee un teléfono
D980	momento, luego, para	celular y si uno se
D981	siguientes semestres fue	compenetra en el hecho
D982	que pude conocer el plan	de que el alumno tome
D983	de estudio y sus	las variables, tome las
D984	programas.	funciones, las inserte y se
D985		foguee con cómo es el
D986		mecanismo del
D987		Geogebra, mira, <u>se le</u>
D988		<u>abre al estudiante una</u>
D989		<u>visión y es un proceso de</u>
D990		<u>captación diferente, el</u>
D991		<u>aprendizaje incluso es</u>
D992		<u>muy significativo para él y</u>
D993		<u>para su carrera y bueno,</u>
D994		sí, si es verdad el grado,
D995		en mi caso la... El hecho
D996		de explicar el cálculo del

Tabla 9 (cont.)

D997		volumen en coordenadas		
D998		cilíndricas y esféricas con		
D999		las integrales triples,		
D1000		siempre ha sido, digamos,		
D1001		un tema de envergadura		
D1002		para mí, pero sí, si lo he		
D1003		establecido como un reto		
D1004		y de hecho lo estoy		
D1005		llevando a cabo, lo voy a		
D1006		llevar a cabo para poder,		
D1007		digamos, lograr la		
D1008		comprensión de los		
D1009		alumnos.		
D1010				
D1011	¿Qué limitaciones o	Bueno, fíjate que si tengo	Planificación.	Enseñanza de
D1012	dificultades consideró que	una observación con	Estrategias de	las matemáticas
D1013	podrían presentarse?	respecto a eso pues, y	enseñanza.	aplicadas.
D1014	¿Cómo cree que dichas	más que una	Recursos.	
D1015	limitaciones puedan	observación, dentro de la		
D1016	incidir en el desarrollo de	interrogante se pregunta,		
D1017	los temas? ¿Qué	qué limitaciones o		
D1018	materiales o recurso	dificultades pueden		
D1019	utilizaría? ¿Por qué?	presentarse y de las		
D1020	Estas preguntas hacen	cuales considero señalar		
D1021	referencia a lo que ya	ahorita, fíjate, <u>ahorita</u>		
D1022	hemos venido	<u>tengo un caso con un</u>		
D1023	conversando, pero si	<u>alumno, el cual tiene una</u>		
D1024	desea agregar algo más	<u>deficiencia de aprendizaje</u>		
D1025	sobre el tema, bienvenido	<u>y para este alumno que</u>		
D1026	sea.	<u>está inmerso dentro del</u>		
D1027		<u>proceso educativo y de</u>		
D1028		<u>los cuales, hoy en día la</u>		
D1029		<u>ley los ampara pues, les</u>		
D1030		<u>permite que estén allí</u>		
D1031		<u>presentes, este, uno el</u>		
D1032		<u>docente cuando</u>		

Tabla 9 (cont.)

D1033	<u>desarrolla este tipo de</u>
D1034	<u>temas y se presenta con</u>
D1035	<u>una situación como esta,</u>
D1036	<u>se le dificulta pues,</u>
D1037	<u>digamos en gran medida,</u>
D1038	<u>cómo lograr que ese</u>
D1039	<u>alumno con esa limitante</u>
D1040	<u>pueda lograr captar estos</u>
D1041	<u>conceptos que son</u>
D1042	<u>abstractos</u> pues, en cierta
D1043	forma y me topé con este
D1044	detalle, con este alumno y
D1045	se me ha sido difícil de
D1046	verdad, lograr hacerle ver
D1047	o entender cómo es el
D1048	desarrollo, sin embargo,
D1049	<u>me he dado cuenta que</u>
D1050	<u>cuando él plantea sus</u>
D1051	<u>dudas, sus interrogantes</u>
D1052	<u>con respecto a lo que yo</u>
D1053	<u>estoy desarrollando, el</u>
D1054	<u>alumno tiene una noción,</u>
D1055	<u>pero muy desordenada y</u>
D1056	<u>hay como... No hay un</u>
D1057	<u>orden de ideas y por ende</u>
D1058	<u>pues, uno lo capta, lo</u>
D1059	<u>entiende así, y uno trata</u>
D1060	<u>como de reorientarle, de</u>
D1061	<u>organizarle las cosas,</u>
D1062	<u>pero se desubica, no</u>
D1063	<u>logra la comprensión y</u>
D1064	bueno, este... También
D1065	está el agente distractor
D1066	pues, este agente
D1067	distractor es que no
D1068	mantiene

Tabla 9 (cont.)

D1069	una visión fija a lo que
D1070	uno está explicando en el
D1071	momento y le cuesta
D1072	pues, <u>eso es una de las</u>
D1073	<u>dificultades que yo he</u>
D1074	<u>visto y de las cuales me</u>
D1075	<u>limita a veces en</u>
D1076	<u>desarrollar el tema porque</u>
D1077	<u>tú quieres avanzar con el</u>
D1078	<u>grupo, pero tienes a uno o</u>
D1079	<u>dos participantes con esta</u>
D1080	<u>limitante</u> , es lo que te
D1081	podría acotar allí, <u>en</u>
D1082	<u>cuanto a los materiales o</u>
D1083	<u>recursos que utilizaría,</u>
D1084	<u>bueno, te insisto, yo</u>
D1085	<u>recurso ahorita en estos</u>
D1086	<u>momentos al Geogebra,</u>
D1087	yo he visto que <u>el</u>
D1088	<u>Geogebra para mí es el</u>
D1089	<u>recurso de comprensión</u>
D1090	<u>en cuanto a carencia de</u>
D1091	<u>que veo que el alumno no</u>
D1092	<u>logra hacerme las</u>
D1093	<u>gráficas de alguna</u>
D1094	<u>manera... Y de alguna</u>
D1095	<u>manera dentro de la clase</u>
DL1096	<u>yo lo indico a que utilicen</u>
D1097	<u>el software, más o menos,</u>
D1098	<u>entre un feedback que se</u>
D1099	<u>da entre los alumnos y</u>
D1100	<u>otros miembros de</u>
D1101	<u>compañerismo, uno que</u>
D1102	<u>otro se retroinforman y</u>
D1103	<u>van comprendiendo como</u>
D1104	<u>utilizar el Geogebra, esto</u>

Tabla 9 (cont.)

D1105		<u>ha sido un aprendizaje</u>		
D1106		<u>por descubrimiento en</u>		
D1107		<u>muchas fases</u> pues, es lo		
D1108		que en mi experiencia de		
D1109		la que yo llevo ahorita		
D1110		hasta la fecha.		
D1111				
D1112	Prosigamos, ¿Cuál cree	Bueno, <u>considero que el</u>	Creencias del	Enseñanza de
D1113	que es la finalidad o el	<u>propósito de o finalidad</u>	docente.	las matemáticas
D1114	propósito de este	<u>de este contenido en el</u>	Utilidad.	aplicadas.
D1115	contenido dentro de la	<u>campo de la ingeniería</u>		
D1116	ingeniería civil?	<u>civil es tiene que ver</u>		
D1117		<u>cuando el ingeniero se</u>		
D1118		<u>enfrenta a una situación</u>		
D1119		<u>de llevar a cabo una</u>		
D1120		<u>construcción de un obra</u>		
D1121		<u>en un determinado</u>		
D1122		<u>terreno o superficie plana</u>		
D1123		o dependiendo las		
D1124		condiciones en cómo se		
D1125		encuentre el terreno. En		
D1126		este sentido, <u>el ingeniero</u>		
D1127		<u>como tal, en sus primeros</u>		
D1128		<u>inicios de carrera tiene</u>		
D1129		<u>que poner en práctica no</u>		
D1130		<u>solo los conocimientos</u>		
D1131		<u>sino los conocimientos en</u>		
D1132		<u>áreas que lo forman como</u>		
D1133		<u>perfil de ingeniero</u> , sin		
D1134		embargo, el contenido del		
D1135		cálculo de área o de		
D1136		centro de masa como tal,		
D1137		es como le mencionaba		
D1138		en una de las preguntas		
D1139		anteriores, el cual hace		
D1140		referencia a la superficie		

Tabla 9 (cont.)

D1141	plana, al tipo de terreno al
D1142	cual se someta, <u>si el</u>
D1143	<u>terreno no está delimitado</u>
D1144	<u>a un cien por ciento, es</u>
D1145	<u>decir, linealmente y a su</u>
D1146	<u>vez tiene ciertas</u>
D1147	<u>altiplanicies o relieve en la</u>
D1148	<u>superficie plana, el</u>
D1149	<u>cálculo del área, digamos,</u>
D1150	<u>descrita de esa superficie</u>
D1151	<u>tendrá que tomarse en</u>
D1152	<u>cuenta en qué</u>
D1153	<u>condiciones está y</u>
D1154	<u>suponer en su defecto</u>
D1155	<u>que situación que se</u>
D1156	<u>incluya en ese concepto</u>
D1157	<u>funja como una función o</u>
D1158	<u>como algunas funciones</u>
D1159	<u>dentro de lo que se quiere</u>
D1160	<u>llevar a cabo. A veces se</u>
D1161	<u>hace un poco abstracto</u>
D1162	<u>comparar el hecho del</u>
D1163	<u>contexto real con el hecho</u>
D1164	<u>del contexto matemático</u>
D1165	<u>en el sentido de que hay</u>
D1166	<u>que definir bien cuáles</u>
D1167	<u>son las funciones de</u>
D1168	<u>trabajo en ese sentido y</u>
D1169	<u>de qué manera se aplican</u>
D1170	<u>en el contexto, tomando</u>
D1171	<u>en cuenta los</u>
D1172	<u>conocimientos</u>
D1173	<u>matemáticos y algunos</u>
D1174	<u>otros detalles del campo</u>
D1175	<u>de la ingeniería, el cual le</u>

Tabla 9 (cont.)

D1176		<u>permiten al estudiante de</u>		
D1177		<u>esta área, poder tener</u>		
D1178		<u>una mayor precisión</u>		
D1179		<u>numérica o una</u>		
D1180		<u>apreciación más,</u>		
D1181		<u>digamos, más científica, a</u>		
D1182		<u>fin a su campo laboral.</u>		
D1183				
D1184	¿Cómo cree usted que	<u>El estudiante, una vez</u>	Creencias del	Enseñanza de
D1185	pueden los estudiantes	<u>que sale al campo laboral,</u>	docente.	las matemáticas
D1186	utilizar este aprendizaje	en su primera fase de	Utilidad.	aplicadas.
D1187	en materias futuras?	<u>pasantía, él se enfrenta a</u>		
D1188		<u>una serie de, digamos de</u>		
D1189		<u>actividades, las cuales</u>		
D1190		<u>para él son muy</u>		
D1191		<u>complejas, pero en la</u>		
D1192		<u>medida que se enfrente a</u>		
D1193		<u>cada situación, a cada</u>		
D1194		<u>contexto real en el ámbito</u>		
D1195		<u>laboral, será parte propia</u>		
D1196		<u>del estudiante o del</u>		
D1197		<u>alumno en que recuerde</u>		
D1198		<u>de alguna manera qué</u>		
D1199		<u>contenido está</u>		
D1200		<u>relacionado con la</u>		
D1201		<u>situación que se le</u>		
D1202		<u>plantee o la actividad que</u>		
D1203		<u>se le imponga, eh... Yo</u>		
D1204		pienso que en este		
D1205		sentido, <u>el estudiante</u>		
D1206		<u>pone en práctica su</u>		
D1207		<u>aprendizaje en cualquier</u>		
D1208		<u>situación, su</u>		
D1209		<u>subconsciente, su</u>		
D1210		<u>estructura cognitiva con</u>		
D1211		<u>respecto a todo lo</u>		

Tabla 9 (cont.)

D1212		<u>aprendido durante la</u>		
D1213		<u>carrera, él... Va fluyendo</u>		
D1214		<u>en la medida en que se</u>		
D1215		<u>involucra</u> , en la medida en		
D1216		que aprende, en la		
D1217		medida en que se le		
D1218		orienta, en la medida en		
D1219		que se le indica al		
D1220		estudiante para que		
D1221		pueda lograr las		
D1222		actividades, de esta		
D1223		manera es como que yo		
D1224		creo que el estudiante		
D1225		puede poner en práctica		
D1226		todos sus conocimientos		
D1227		matemáticos en un futuro		
D1228		como ingeniero.		
D1229				
D1230	Pero ¿Cree que el	Eh... Por supuesto que es	Plan de estudio.	Currículo.
D1231	dominio de la integral	positiva la respuesta		
D1232	definida y sus	porque en... <u>Si mal no</u>	Enfoque de los	Enseñanza de
D1233	aplicaciones, incide de	<u>recuerdo, en Concreto</u>	problemas	las matemáticas
D1234	alguna manera en el	<u>armado, se trabaja con el</u>		aplicadas
D1235	desarrollo de los	<u>cálculo de las integrales y</u>		
D1236	contenidos de materias	<u>en Resistencia de</u>		
D1237	posteriores? De ser	<u>materiales, también se</u>		
D1238	positiva tu respuesta ¿En	<u>trabaja con el cálculo de</u>		
D1239	qué materias cree usted	<u>las integrales, eh... En</u>		
D1240	que pueda ser necesarios	<u>dinámica también se</u>		
D1241	dicho conocimiento?	<u>trabaja con el cálculo de</u>		
D1242		<u>las integrales, incluso,</u>		
D1243		<u>con el cálculo de algunas</u>		
D1244		<u>integrales</u>		
D1245		<u>trigonómicas, la cual</u>		
D1246		<u>tienen que poner en</u>		
D1247		<u>práctica todas las</u>		

Tabla 9 (cont.)

D1248	<u>nociones básicas de la</u>
D1249	<u>trigonometría y he podido</u>
D1250	<u>observar, en algunas</u>
D1251	<u>ocasiones de visita</u>
D1252	<u>oportuna que con algunos</u>
D1253	<u>colegas ingenieros de la</u>
D1254	<u>carrera que ponen en</u>
D1255	<u>práctica el cálculo del</u>
D1256	<u>área en algún ejercicio</u>
D1257	<u>que estén realizando y</u>
D1258	<u>comparten con uno en el</u>
D1259	<u>momento de la visita, el</u>
D1260	<u>hecho de que te dice</u>
D1261	<u>"mira profe aquí lo que</u>
D1262	<u>estamos recordando, tú</u>
D1263	<u>se lo diste en esa</u>
D1264	<u>oportunidad" y bueno, de</u>
D1265	<u>esa manera uno</u>
D1266	<u>interactúa y evidencia qué</u>
D1267	<u>se logra con lo que uno</u>
D1268	<u>quiere transmitir, digamos</u>
D1269	<u>desde un punto de vista</u>
D1270	<u>algebraico, desde un</u>
D1271	<u>punto de vista muy</u>
D1272	<u>concreto pues, muy</u>
D1273	<u>numérico en la</u>
D1274	<u>matemática, muy</u>
D1275	<u>diferente a cuando se le...</u>
D1276	<u>Se lo plantean desde otro</u>
D1277	<u>contexto con una</u>
D1278	<u>situación muy bien</u>
D1279	<u>definida pues, un ejemplo</u>
D1280	<u>muy particular, de</u>
D1281	<u>acuerdo a la asignatura</u>
D1282	<u>que cada ingeniero esté</u>
D1283	<u>desarrollando.</u>

Tabla 9 (cont.)

D1284	Desde su perspectiva,	<u>En este sentido, el</u>	Creencias del	Enseñanza de
D1285	conocimiento y	<u>estudiante de ingeniería,</u>	docente.	las matemáticas
D1286	creatividad ¿Cómo cree	<u>una vez que sale al</u>	Utilidad.	aplicadas.
D1287	que dicho conocimiento	<u>campo laboral, él puede</u>		
D1288	se utilizaría para calcular	<u>calcular el área de equis</u>		
D1289	el área o centro de masa	<u>región, de equis sector,</u>		
D1290	en una situación real, si	<u>de equis lugar, sin</u>		
D1291	los estudiantes no	<u>importar de que él no</u>		
D1292	disponen de los datos	<u>tenga los datos</u>		
D1293	suministrados como	<u>matemáticos necesarios</u>		
D1294	normalmente se	<u>para ese momento, todo</u>		
D1295	presentan en un problema	<u>va a depender de la</u>		
D1296	de matemática II?	<u>situación, del contexto</u>		
D1297		<u>dónde él quiera aplicar las</u>		
D1298		<u>nociones matemáticas.</u>		
D1299		Sin embargo, habrán		
D1300		puntos de vista, <u>por parte</u>		
D1301		<u>de quién esté dirigiendo a</u>		
D1302		<u>este ingeniero en sus</u>		
D1303		<u>nuevas labores y le hará</u>		
D1304		<u>ver que, este cálculo</u>		
D1305		<u>matemático, el cual el</u>		
D1306		<u>colocaba... Ponía en</u>		
D1307		<u>práctica en el aula, acá</u>		
D1308		<u>podrá ser visto desde una</u>		
D1309		<u>perspectiva diferente y</u>		
D1310		<u>con algunos recursos de</u>		
D1311		<u>trabajo, los cuales van a</u>		
D1312		<u>llevarlo a un mismo</u>		
D1313		<u>resultado, claro está,</u>		
D1314		<u>tomando en cuenta el</u>		
D1315		<u>punto de vista</u>		
d1316		<u>matemático, porque</u>		
D1317		<u>dentro de la labor del</u>		
D1318		<u>ingeniero, el cálculo</u>		
D1319		<u>matemático conlleva a la</u>		

Tabla 9 (cont.)

D1320		<u>exactitud y a la precisión</u>	
D1321		<u>de ciertas cosas que</u>	
D1322		<u>quiera lograr.</u>	
D1323			
D1324	Al aplicar dicha	Eh... Si se presentan	Estrategias de Enseñanza de
D1325	planificación ¿Cómo	problemas y dificultades	enseñanza. las matemáticas
D1326	podría describir el	durante el trayecto y la	aplicadas
D1327	desempeño de los	planificación de la cual	
D1328	estudiantes?	uno quiere lograr el	
D1329	¿Presentaron algún	contenido programático.	
D1330	problema o dificultad?	En el caso de mi	
D1331		desempeño docente en	
D1332		Matemática II, eh... <u>Lo</u>	
D1333		<u>que he venido</u>	
D1334		<u>observando es que</u>	
D1335		<u>siempre hay que dar un</u>	
D1336		<u>preámbulo de algunas</u>	
D1337		<u>nociones básicas</u> , porque	
D1338		los grupos en la medida	
D1339		que avanzan en la carrera	
D1340		traen muchos carencias	
D1341		de conocimientos	
D1342		matemáticos y eso va a	
D1343		depender del profesor	
D1344		que haya atendido a este	
D1345		curso en semestres	
D1346		anteriores y por supuesto	
D1347		también cuando uno se	
D1348		tropieza con un curso	
D1349		donde el mayor número	
D1350		de participantes es	
D1351		repitiente, normalmente	
D1352		este tipo de estudiantes,	
D1353		ha presentado muchas	
D1354		dificultades y tienen unos	
D1355		conceptos errados y por	

Tabla 9 (cont.)

D1356		supuesto hay que		
D1357		reorientarlos para... Y		
D1358		reafirmarles pues, para		
D1359		que ellos puedan ver el		
D1360		error por el cual han		
D1361		tenido un concepto mal		
D1362		aplicado. Estas son las		
D1363		observaciones que yo he		
D1364		visto durante el desarrollo		
D1365		de la planificación, por		
D1366		supuesto hay		
D1367		planificaciones que no se		
D1368		cumplen a cabalidad,		
D1369		pero es la realidad		
D1370		educativa que tenemos		
D1371		por muchos eventos		
D1372		propios de la universidad		
D1373		y de la misma sociedad a		
D1374		la cual estamos		
D1375		sometidos en estos		
D1376		últimos tiempos.		
D1377				
D1378	Ahora bien, ¿Cómo	Yo considero que en mi	Planificación.	Enseñanza de
D1379	evalúa o califica la	caso, un ochenta por		las matemáticas
D1380	efectividad de la	ciento, <u>no fue</u>		aplicadas..
D1381	planificación planteada?	<u>desarrollada</u>		
D1382	¿Qué criterios utiliza para	<u>completamente</u> , debido a		
D1383	ello?	las circunstancias propias		
D1384		del tiempo y con respecto		
D1385		a qué criterios utiliza para		
D1386		ello, eh... Aquí son		
D1387		variados y van a		
D1388		depender de la situación,		
D1389		<u>en algunas ocasiones uno</u>		
D1390		<u>reprograma las clases</u>		
D1391		<u>perdidas y se programan</u>		

Tabla 9 (cont.)

D1392		<u>algunas asesorías en las</u>		
D1393		horas de atención del		
D1394		alumno como tal, en el		
D1395		departamento.		
D1396				
D1397	¿Qué expectativas tenía	Con respecto a qué	Expectativas del	Enseñanza de
D1398	con la planificación	expectativas tenía en	docente.	las matemáticas
D1399	plantada? Es decir,	cuanto a la planificación		aplicadas.
D1400	¿Qué cree que podía	plantada, bueno, <u>la idea</u>		
D1401	haber logrado con las	<u>era lograr todos los</u>		
D1402	actividades propuestas?	<u>objetivos prescritos en el</u>		
D1403		<u>programa, pero se</u>		
D1404		<u>lograron en sí, aquellos</u>		
D1405		<u>dónde el alumno tiene las</u>		
D1406		<u>deficiencias como grupo y</u>		
D1407		<u>que dónde se sientan</u>		
D1408		<u>ellos más identificados,</u>		
D1409		<u>eso es lo que</u>		
D1410		<u>normalmente sucede.</u> En		
D1411		cuanto a la otra		
D1412		interrogante, qué cree		
D1413		que podría haber logrado		
D1414		con las actividades		
D1415		propuestas, bueno, cómo		
D1416		siempre ha Sido <u>haber</u>		
D1417		<u>desarrollado más</u>		
D1418		<u>ejercicios y estos</u>		
D1419		<u>ejercicios en sí, tanto la</u>		
D1420		<u>parte algebraica como la</u>		
D1421		<u>parte de las aplicaciones,</u>		
D1422		es la idea con este tipo de		
D1423		estudiantes de la		
D1424		ingeniería.		
D1425				
D1426	¿Qué expectativas se	Bueno, como le dije	Expectativas del	Enseñanza de
D1427	alcanzaron? ¿Son	anteriormente, <u>superar las</u>	docente.	las matemáticas

Tabla 9 (cont.)

D1428	suficientes para el	<u>deficiencias básicas de</u>	Motivación del	aplicadas.
D1429	alcance de un aprendizaje	algunos aspectos de	estudiante.	
D1430	significativo? ¿Por qué?	matemática y <u>que el</u>		
D1431	O por el contrario	<u>alumno tome conciencia</u>		
D1432	¿Superaron las	<u>sobre los contenidos,</u>		
D1433	expectativas?	<u>porque a veces no hay</u>		
D1434		<u>motivación en este</u>		
D1435		<u>sentido.</u> Con respecto a si		
D1436		son suficientes para el		
D1437		alcance de un aprendizaje		
D1438		significativo, <u>sí, sí lo son,</u>	Concepto de	Aprendizaje de
D1439		<u>porque todo lo que se</u>	aprendizaje.	las matemáticas
D1440		<u>transmite, de alguna</u>		aplicadas.
D1441		<u>manera u otra, tiene un</u>		
D1442		<u>aprendizaje propio para</u>		
D1443		<u>cada alumno, porque</u>		
D1444		<u>cada alumno es dueño de</u>		
D1445		<u>su aprendizaje, lo vive,</u>		
D1446		<u>vive su propia experiencia</u>		
D1447		<u>en base a su labor diaria,</u>		
D1448		<u>cada uno mide su</u>		
D1449		<u>conocimiento y pasa por</u>		
D1450		<u>supuesto el curso de</u>		
D1451		<u>Matemática II. Se</u>		
D1452		superaron las		
D1453		expectativas, bueno,		
D1454		este... <u>si las expectativas</u>	Expectativas del	Enseñanza de
D1455		<u>se superan porque de</u>	docente.	las matemáticas
D1456		<u>alguna manera se termina</u>	Creencias del	aplicadas.
D1457		<u>el contenido de la</u>	docente.	
D1458		<u>asignatura, cómo le dije,</u>		
D1459		<u>el punto es si pasan o no</u>		
D1460		<u>pasan, porque</u>		
D1461		<u>normalmente el alumno</u>		
D1462		<u>no logra pasar en el</u>		
D1463		<u>semestre sino que va a la</u>		

Tabla 9 (cont.)

D1464		<u>reparación y por supuesto</u>		
D1465		<u>allí se le mide con la</u>		
D1466		<u>elaboración de un</u>		
D1467		<u>examen de cuatro ítem y</u>		
D1468		<u>bueno, este... Si el</u>		
D1469		<u>alumno tuvo un</u>		
D1470		<u>rendimiento positivo</u>		
D1471		<u>durante el semestre,</u>		
D1472		<u>puede ser que lo logre o</u>		
D1473		<u>no en el momento del</u>		
D1474		<u>examen de reparación, o</u>		
D1475		<u>sea, que lo demuestren</u>		
D1476		<u>pues.</u>		
D1477				
D1478	Desde su perspectiva,	Yo en este sentido,	Valores del	Enseñanza de
D1479	¿Cómo se podría facilitar	<u>siempre me preocupo por</u>	docente.	las matemáticas
D1480	el aprendizaje? ¿Qué	<u>el grupo, tomando en</u>	Recursos.	aplicadas.
D1481	incluiría, modificaría,	<u>cuenta que para estos</u>		
D1482	recomendaría o sugeriría	<u>tiempos, la enseñanza de</u>		
D1483	para hacer más	<u>la Matemática II es</u>		
D1484	productiva la experiencia	<u>necesaria, perdón, es</u>		
D1485	tanto para el docente	<u>necesario utilizar</u>		
D1486	como para el estudiante?	<u>recursos, como le</u>		
D1487		<u>mencionaba en otras</u>		
D1488		<u>interrogantes, sobre</u>		
D1489		<u>software educativo,</u>		
D1490		<u>software matemático que</u>		
D1491		le permitan al alumno una		
D1492		mayor comprensión sobre		
D1493		lo que se quiere		
D1494		representar gráficamente		
D1495		en una situación, y más		
D1496		en el campo de la		
D1497		ingeniería, de igual forma		
D1498		este... <u>También tenemos</u>		
D1499		<u>el recurso de que el</u>		

Tabla 9 (cont.)

D1500	<u>alumno hoy en día puede</u>
D1501	<u>recurrir al portal de vídeo</u>
D1502	<u>en Youtube y puede ver</u>
D1503	cualquier explicación de
D1504	equis docente del país de
D1505	América latina con el
D1506	idioma y con el mismo
D1507	enfoque sobre el tema,
D1508	tomando en cuenta que
D1509	nuestra ciencia es
D1510	universal y por ende, eh...
D1511	Yo recomiendo siempre...
D1512	<u>Yo motivo al alumno,</u>
D1513	<u>indago, investigo de mi</u>
D1514	<u>parte y induzco al alumno</u>
D1515	<u>a qué también investigue,</u>
D1516	<u>escudriñe, incluso hago</u>
D1517	<u>hincapié en que a veces</u>
D1518	<u>hay que tomar en cuenta</u>
D1519	<u>pues, qué aspectos</u>
D1520	<u>históricos tiene ese tema</u>
D1521	<u>que estamos</u>
D1522	<u>desarrollando pues, que</u>
D1523	<u>escudriñe el alumno, que</u>
D1524	<u>busque los antecedentes</u>
D1525	<u>para que tenga como un</u>
D1526	<u>significado propio, eso a</u>
D1527	<u>veces al alumno le causa</u>
D1528	<u>curiosidad, eh... El</u>
D1529	<u>estudiante siempre</u>
D1530	<u>demuestra el entusiasmo</u>
D1531	<u>que uno le brinda al</u>
LD1532	<u>alumno como profesor, si</u>
D1533	el profesores un profesor
D1534	apático, amargado, rígido,
D1535	el estudiante por

Tabla 9 (cont.)

D1536		Supuesto no te muestra
D1537		una alegría dentro del
D1538		aula, ya lo he vivido por
D1539		experiencia y yo en ese
D1540		particular soy muy
D1541		positivo, es lo que le
D1542		pudiese responder con
D1543		respecto a esta pregunta.
D1544		
D1545	Bueno, agradecida por su	Bueno profe, tanto gusto,
D1546	tiempo, su colaboración y	espero que le sirva de
D1547	disposición. Feliz día	ayuda mis observaciones
D1548	profe.	y estamos a la orden.

Definición de categorías**Enseñanza de las Matemáticas Aplicadas**

Dentro de los aspectos expuestos por los informantes claves, se pudo evidenciar que los contenidos son acordes con el objetivo del programa de la asignatura (D190 – D195) aunque se considera que el mismo es demasiado extenso para ser estudiado en tan corto tiempo (D77 – D79).

La planificación, así como los programas de estudio se encuentran estandarizados a nivel nacional (D28 – D34), es decir, la coordinación suministra al docente un formato en donde ya están distribuidos los temas, indicando semanas de clases, semanas de evaluación y número de evaluaciones, las cuales no deben ser modificadas.

La estructura de la clase depende de la preparación, investigación e indagación que el docente realice (D40 – D41/D950 - D960). En la mayoría de los casos los docentes consideran a la población a la cual está dirigida la enseñanza, para establecer el grado de dificultad que requieren los problemas (D410 – D417).

Las dificultades que presentan los estudiantes en cuanto a nociones básicas de la matemática generan atrasos y obligan a reestructurar la planificación, impidiendo que se logre el cumplimiento del contenido (D332 – D343/D1380 – D1382). En vista de esa situación, algunos docentes han optado por incluir breves repasos dentro de las estructuras de sus clases previos a los temas donde se hace necesario dicho conocimiento (D67 – D71/D1334 – D1337) y explicaciones detalladas de los procedimientos (D699 – D705).

La extensión de los temas, en algunos casos, hace difícil sintetizar el contenido de manera que no se pierdan detalles (D81 – D87) para lo cual algunos docentes sugieren la inclusión de recursos tecnológicos que facilitarían la comprensión por parte del estudiante y servirían de apoyo en representaciones gráficas complejas (D906 – D919), pero la situación país no hace factible la implementación de dichos recursos, debido a que un gran porcentaje de estudiantes no cuentan con los dispositivos tecnológicos necesarios para descargar y utilizar dichas aplicaciones (D903 – D904).

Así mismo, algunos docentes invitan a los estudiantes a utilizar otras herramientas tecnológicas, como el portal de Youtube, que les permitiría consultar sobre dudas que se les presenten al momento de las prácticas, ya que dicho portal cuenta con diferentes canales dirigidos al aprendizaje de las matemáticas (D1498 – D1502).

Las guías y la participación en clase son utilizadas para reconocer el nivel de desempeño del estudiante (D112 – D118), además de permitir evaluar los procesos de enseñanza y aprendizaje e implementar estrategias para reajustar y reorientar el curso deseado de los procesos.

Los problemas planteados poseen un enfoque matemático a pesar de que en reiteradas oportunidades los docentes manifestaron que los temas de aplicación estudiados, son pieza clave en el desarrollo de los contenidos de otras asignaturas del ciclo básico y del ciclo profesional de la carrera (D120 – D127).

Incluso, en algunos casos, los docentes mencionan capacidades que deben desarrollar los futuros ingenieros, pero estas no están reflejadas en los ejercicios planteados porque la relación del conocimiento matemático con el área laboral es

considerada tarea del estudiante según las creencias del docente (D1184 – D1203/ D1300 – D1307).

En este mismo orden de ideas, la selección de ejercicios es fundamental para que el estudiante establezca similitudes y comprenda otras situaciones (D685 – D687) pero según algunos docentes, los ejercicios de aplicación en los libros de texto son escasos (D719 – D723).

Las expectativas de los docentes giran en torno al logro de los objetivos del programa, superar deficiencias (D1427 – D1428), desarrollar más ejercicios (D1416 – D1421) y terminar el contenido de la asignatura, además de procurar que los estudiantes tomen consciencia sobre los contenidos y preocuparse por una mayor comprensión denotando algunos valores y motivación dentro del proceso de enseñanza (D1431 – D1435/ D1479 – D1483).

Aprendizaje de las Matemáticas Aplicadas

Para algunos docentes, según la información registrada durante las entrevistas, el aprendizaje depende del interés y tiempo que dedique el estudiante al estudio de los contenidos vistos en clase (D225 – D230). Mientras que para otros docentes, todo lo que se trasmite, genera aprendizaje de una u otra manera, porque el estudiante vive su propia experiencia en base a su labor diaria, midiendo su conocimiento (D1438 – D1451).

En ambos casos los docentes encontraron una variedad de desempeño, asociado a los buenos hábitos y técnicas de estudio que el estudiante implementa durante el desarrollo de los temas de cada unidad, lo que lo lleva a conseguir resultados satisfactorios (D171 – D187/D1458 – D1474).

Currículo

Los docentes manifestaron que al organizar los contenidos, consideran la labor profesional y las herramientas cognitivas que necesitarán los futuros ingenieros (D1126 – 1133) además de tener presente la relación fundamental que existe entre los

contenidos de Matemática II con los contenidos de otras materias (D1233 – D1240), sin dejar de lado el contexto social que caracteriza a la carrera como tal (D762 – D772).

Triangulación

Para las triangulaciones que se presentan a continuación, se consideraron las categorías definidas a partir de los resultados obtenidos de las entrevistas, algunas teorías ya establecidas en el marco teórico y la opinión de la investigadora.

Tabla 10

Triangulación para la categoría: Enseñanza de las Matemáticas Aplicadas.

Categoría	Teoría	Investigadora
Enseñanza de las Matemáticas Aplicadas.	Según el Análisis Didáctico el profesor a través de un Análisis de Contenido, selecciona y organiza los significados de los conceptos y procedimientos de un tema matemático que considera relevante a efectos de su aplicación como contenido apto para la instrucción. Además señala que durante el Análisis de Instrucción, el docente debe seleccionar, diseñar y secuenciar las tareas que empleará para lograr las expectativas de aprendizaje, a la vez que analiza los diferentes materiales y recursos que podría emplear en sus clases y delimitar los criterios e instrumentos de evaluación. Durante o al término del proceso de instrucción, se puede llevar a cabo un Análisis de Actuación	Tanto la definición de la categoría como la teoría del Análisis Didáctico coinciden que para emprender la labor de enseñanza, debe darse un análisis previo de los elementos que están en juego, como lo son, los conceptos y procedimientos matemáticos, los tipos de tareas, los distintos recursos que se pueden utilizar y los instrumentos de evaluación a aplicar. El análisis de actuación también se hace presente en las prácticas de los docentes entrevistados, cuando hacen referencia a los aspectos que influyen en el aprendizaje y que son tomados en cuenta mediante la implementación de estrategias adicionales para fomentar la superación de las

Tabla 10 (cont.)

que permitiría evaluar el logro de las expectativas de aprendizaje y la funcionalidad de las tareas y la bondad de los recursos implementados.	limitantes. Pero los elementos definidos en la categoría, a consideración de la investigadora, no poseen un enfoque aplicativo de las matemáticas, las actividades mencionadas hacen referencia al uso de la definición, más no a situaciones relativas a la actividad profesional del ingeniero, ni tampoco están enfocadas a desarrollar y/o practicar capacidades matemáticas necesarias para el futuro ingeniero, como por ejemplo, la extracción de datos. En cuanto a los aspectos teóricos tratados en los guiones de clase y descritos durante las conversaciones, en la mayoría de los casos, las mismas no generan reflexión sobre la definición de la técnica y su utilización. Para la investigadora, la teoría debe ser trabajada desde un enfoque más reflexivo y significativo para el estudiante de ingeniería, los recursos no deben limitarse a la pizarra o a lo tecnológico, pues existen otros recursos que son aprovechables. Además, las aplicaciones pueden jugar un papel motivador importante dentro del estudio de las Matemáticas aplicadas
--	--

Tabla 10 (cont.)

porque pueden dejar entrever los beneficios de obtener cierto conocimiento matemático.

Tabla 11

Triangulación para la categoría: Aprendizaje de las Matemáticas Aplicadas.

Categoría	Teoría	Investigadora
Aprendizaje de las Matemáticas Aplicadas.	En el Análisis Didáctico, el Análisis Cognitivo llevado a cabo por el docente debe abordar la problemática del aprendizaje desde el planteamiento constructivista, a partir de la información obtenida en el Análisis de Contenido previo y del conocimiento sobre matemáticas. También, en el Análisis Cognitivo, se consideran las limitaciones que pueden interferir en el aprendizaje y a partir de ellas se organiza la selección de tareas con oportunidad de aprendizaje.	A pesar del enfoque constructivista que poseen el plan de estudio de la universidad, la secuencia de actividades descrita en los guiones de clases y en las entrevistas, son percibidas como rígidas y con tendencia al conductismo, pese a que en algunos casos los repasos sobre nociones básicas de la matemática hacen acto de presencia. En ese orden de ideas, a consideración de la investigadora, los repasos de las nociones básicas no deberían ocupar mucho tiempo de la clase, por varias razones, la primera es que todos los estudiantes cumplen con un curso de nivelación que en teoría garantiza el alcance de la mayoría de las competencias necesarias para el desarrollo de los temas matemáticos del plan de estudio (de lo contrario el estudiante no aprobaría), la segunda razón es que el tiempo

Tabla 11 (cont.)

de los encuentros de clase es muy breve como para extenderse en repasos de contenidos que no son prioridad para el programa de la asignatura y la tercera es que no se pueden descuidar las competencias de cada una de las materias porque hay un tiempo establecido para ello. Esto no quiere decir que los repasos no deban tener lugar en la clase, de hecho, un recordatorio antes de iniciar el contenido propio de la materia, no está demás, más bien es ganancia para las partes involucradas, así como también se le puede recomendar al estudiante el estudio de ciertos temas que fueron detectados como limitantes, ofrecer guías de ejercicios y aclarar dudas que se generen con la resolución fuera de clase, en el horario de atención al estudiante. Por otra parte, es evidente que el éxito que pueda o no tener determinado proceso didáctico, depende del interés y dedicación que el estudiante le imprima a su a las actividades afines a su formación, pero el docente no se exime de responsabilidad pues es el encargado de organizar dichas actividades en torno a su

Tabla 11 (cont.)

finalidad y funcionalidad.

Tabla 12

Triangulación para la categoría: Currículo.

Categoría	Teoría	Investigadora
Currículo.	Según la teoría del Análisis Didáctico, durante la ejecución del análisis conceptual, la revisión y organización de conceptos y procedimientos pueden representarse; y la organización de los fenómenos y problemas a los que pueden dar respuesta, delimitan los organizadores del currículo que conforman el análisis de contenido. Mientras que la Teoría Antropológica de lo Didáctico sitúa la actividad escolar como una manifestación sociocultural en la que repercuten elementos históricos de los autores educativos.	Es evidente que los docentes entrevistados tienen noción de la conexión curricular que existe entre los contenidos matemáticos y los contenidos de las asignaturas del ciclo profesional de ingeniería, pero no lo reflejan en sus prácticas docentes. Acerca de este hecho, la investigadora opina que a pesar de la escasez de recursos y material práctico, manifestada por los docentes, es posible lograr la inclusión de aspectos propios de la ingeniería para desarrollar capacidades matemáticas al servicio de dicha ciencia. Lo anterior es viable incluyendo problemas que desde la matemática orienten en el estudiante en cuanto al funcionamiento de la teoría en la posible práctica profesional, describiendo procesos que el ingeniero tendría que cumplir en su entorno laboral, como la extracción y construcción de datos.

Análisis Didáctico

Adicionalmente, luego de conocer otros elementos considerados por los profesores para llevar a cabo sus prácticas docentes y llevar a término la triangulación, se realizó un análisis más completo con base en el análisis didáctico, el cual comprendió, un análisis de contenido, un análisis cognitivo, un análisis de instrucción y un análisis de actuación con relación a los temas de interés.

Análisis de contenido

Según Gómez, P. (2002)

El contenido matemático es el eje central del análisis didáctico. El proceso de planificación, puesta en práctica y evaluación de las actividades de enseñanza y aprendizaje se refiere a una estructura matemática específica... Por lo tanto, el análisis de contenido, siendo el análisis matemático de esa estructura matemática, debe ser el punto de inicio y de referencia en el proceso cíclico del análisis didáctico. El análisis de contenido es un análisis de las matemáticas escolares. Su propósito es la descripción de la estructura matemática desde la perspectiva de la enseñanza y aprendizaje en el aula. (p.262)

Así, que para poder estudiar y comprender las estructuras de las prácticas docentes, primeramente se realizó el análisis de contenido, el cual permitió identificar los conceptos que podían ser considerados para el desarrollo de los temas, las conexiones establecidas entre los mismos, los sistemas de representación involucrados, el orden que obedecían y la pertinencia con relación a la carrera.

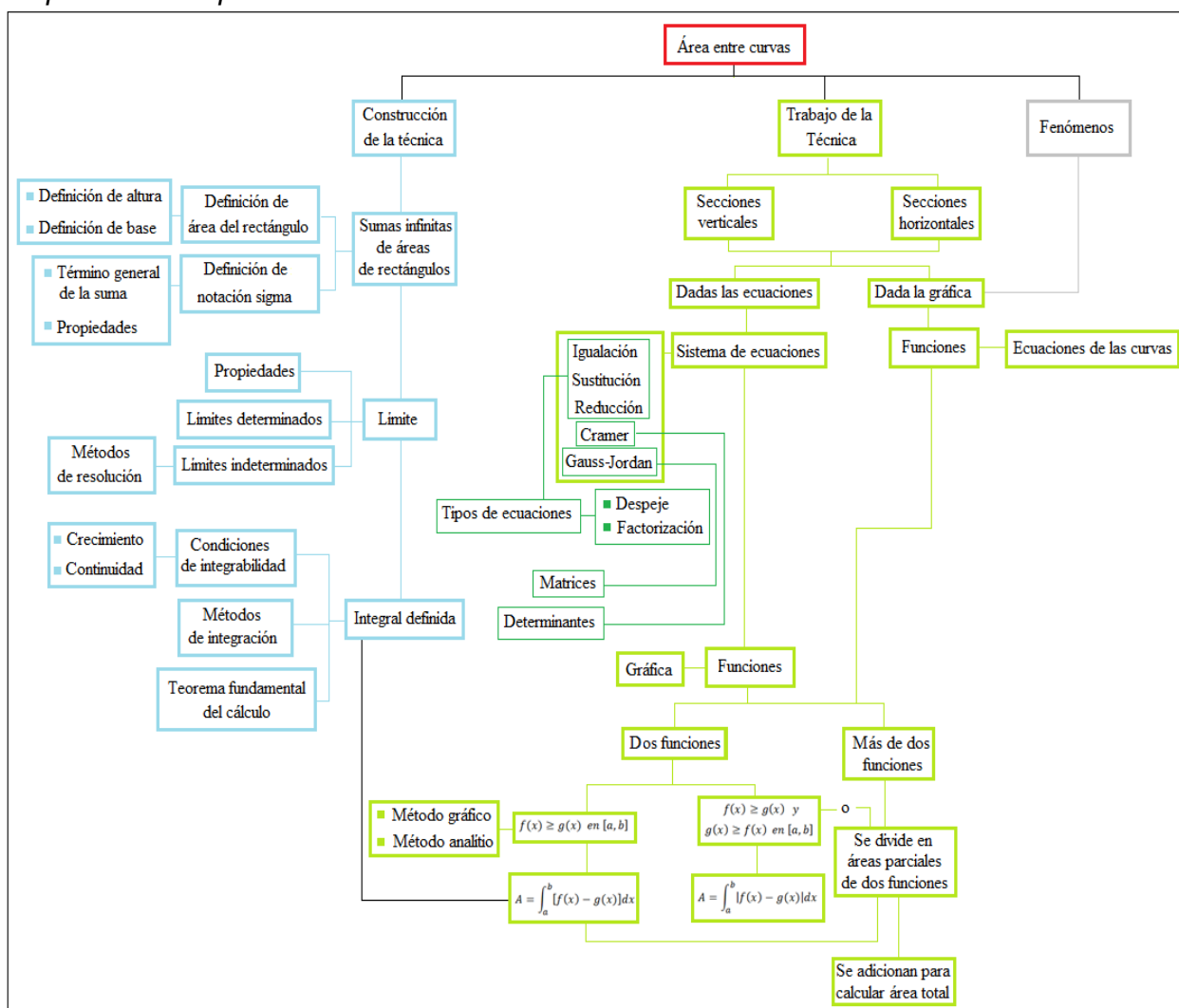
Para efectuar este análisis, fue necesario elaborar esquemas conceptuales de referencia, tomando en cuenta el estudio de las organizaciones matemáticas de los libros de texto en los cuales se apoyaron los docentes y las exigencias del programa de Matemática II.

En los esquemas conceptuales de la figura 24 y la figura 25, se estimaron tres cuestiones fundamentales: la construcción de la técnica (considerando el mayor número de conceptos que podían estar involucrados en el proceso), el trabajo de la

técnica (todo lo relacionado con el uso de la técnica obtenida, incluyendo procedimientos que no eran propios de la técnica pero que formaban parte de su entorno tecnológico – teórico) y los fenómenos a los cuales se les podía dar respuesta por medio de dichas teorías.

Se pudo observar que los esquemas resultaron ser bastante similares y que poseían elementos comunes, debido a que ambos temas son aplicaciones de una misma técnica general (la integral definida), con la diferencia de que cada uno de ellos maneja sus conceptos particulares, propios de su naturaleza, es decir, una es de origen geométrico y la otra de origen físico.

Figura 24
Esquema conceptual de área entre curvas.



Temas de Matemáticas

- Centro de masa**
 - Momento**
 - Sistema unidimensional
 - Masas puntuales
 - $M_O = m_1x_1 + \dots + m_nx_n$
 - $m = m_1 + \dots + m_n$
 - $\bar{x} = \frac{M_O}{m}$
 - Sistema bidimensional
 - Masas puntuales
 - $M_x = m_1y_1 + \dots + m_ny_n$
 - $M_y = m_1x_1 + \dots + m_nx_n$
 - $m = m_1 + \dots + m_n$
 - $\bar{x} = \frac{M_y}{m}$ $\bar{y} = \frac{M_x}{m}$
 - Lámina plana
 - Densidad
 - $m = \rho \cdot A$
 - si $\rho = 1 \rightarrow m = A$
 - Simple
 - $M_x = A_1\bar{y}_1 + \dots + A_n\bar{y}_n$
 - $M_y = A_1\bar{x}_1 + \dots + A_n\bar{x}_n$
 - $m = m_1 + \dots + m_n$
 - $\bar{x} = \frac{M_y}{m}$ $\bar{y} = \frac{M_x}{m}$
 - Irregular
- Fenómenos**
 - Trabajo de la Técnica
 - Secciones verticales
 - Dadas las ecuaciones
 - Dada la gráfica
- Integral definida**
 - Construcción de la técnica
 - Sumas infinitas
 - de
 - Áreas de rectángulos (masa)
 - Áreas de cada rectángulo con $\bar{x}$ o $\bar{y}$
 - Definición de área del rectángulo
 - Definición de altura
 - Definición de base
 - Definición de coordenadas $\bar{x}$ $\bar{y}$
 - Distancia
 - Punto medio
 - Definición de notación sigma
 - Término general de la suma
 - Propiedades
 - Limite
 - Propiedades
 - Límites determinados
 - Límites indeterminados
 - Métodos de resolución
- Tipos de ecuaciones**
 - Igualación
 - Sustitución
 - Reducción
 - Cramer
 - Gauss-Jordan
 - Despeje
 - Factorización
- Matrices**
 - Determinantes
- Funciones**
 - Sistema de ecuaciones
 - Gráfica
 - Dos funciones
 - $f(x) \geq g(x)$ en $[a, b]$
- Ecuaciones de las curvas**

182

aspectos físicos en particular (masa, momento con respecto al eje x y momento con respecto al eje y).

Así mismo, se pudo notar que los sistemas de representación que predominaban en las organizaciones matemáticas eran el algebraico y el geométrico, observando en ciertos casos tratamientos y conversiones, evidenciados en las distintas formas de expresar una situación dentro del mismo registro y en el paso de un tipo de registro a otro para visualizar y analizar los elementos necesarios para la resolución de determinados problemas.

Ahora bien, al realizar la revisión de las planificaciones planteadas por los docentes, se observó, en líneas generales que, en ninguno de los casos, los docentes consideraron el proceso de construcción de la técnica para el cálculo del área entre curvas, así como tampoco plantearon problemas relacionados con la parte fenomenológica.

En la planificación del ingeniero con componente docente se identificó la presencia de actividades de repaso, relativas a contenidos de sesiones previas (Teorema fundamental del cálculo y área bajo la curva). La necesidad de repasar el Teorema fundamental del cálculo estaba justificada en el hecho de que el mismo es utilizado en la resolución de las integrales definidas asociadas a cada una de las aplicaciones, pero el repaso de área bajo la curva no se encontraba justificado, es decir, no se logró distinguir alguna actividad o discurso que argumentara la existencia de esa actividad dentro de la planificación del tema. De hecho, la actividad propuesta para el repaso de área bajo la curva, más que hacer referencia al cálculo de área bajo la curva, parece tener la intención de repasar el método de cambio de variable para integrales definidas. De la misma manera y a pesar de las declaraciones del ingeniero sobre las deficiencias de los estudiantes en cuanto a los temas de bachillerato y materias anteriores, no se observó ninguna actividad de repaso relacionada de forma directa con las mismas, pero algunos procedimientos fueron descritos de manera minuciosa, lo cual podría ser de utilidad para que el estudiante aclare dudas en cuanto al uso de algunas propiedades básicas de la matemática.

En cuanto al desarrollo del tema, el mismo incluía conceptos y ejemplos, con procedimientos algebraicos y representaciones gráficas relacionadas con las

competencias matemáticas (aunque una de ellas era errada), que según los resultados de la entrevista realizada, obedecían a un orden constructivista. Los ejemplos estaban ordenados por grado de dificultad, desde el más sencillo hasta el más complejo. Solo se plantearon problemas resueltos utilizando la técnica para el cálculo de área entre curvas para secciones verticales y cuya estructura era la misma (Encontrar el área de la región encerrada por dos curvas dadas las funciones).

Las actividades de cierre, en cada una de las partes del desarrollo, estaban constituidas por un grupo de ejercicios propuestos que el estudiante debía resolver fuera de clase, teniendo la posibilidad de consultar sus dudas en clases subsiguientes. Los problemas a resolver no eran obligatorios, es decir, la práctica de lo visto en clase dependía del interés de cada estudiante. Las características de los problemas asignados eran similares a los estudiados en el aula, en otras palabras, no se trataba de situaciones problemáticas que fomentaran el análisis y la evolución de la situación inicial.

Ahora bien, con respecto a la planificación del profesor de matemática, no se observó una actividad de inicio de manera escrita, pero durante la entrevista, el profesor manifestó que en vista de las dificultades que detectaba en los estudiantes al momento de graficar, decidió incluir actividades con un software (instalado previamente en el teléfono inteligente de cada estudiante) para así, ayudar al desarrollo y comprensión del tema de área entre curvas, ya que al realizar los gráficos de forma incorrecta, les era difícil avanzar.

En el desarrollo del guión de clases tampoco se observó la presencia de conceptos, no hubo evidencia de formalidad en cuanto a la teoría, aunque en la entrevista, el profesor de matemática mencionó que a la hora de la praxis, les habla de algunas teorías a los estudiantes y a veces, de manera previa, les pide que investiguen para la próxima clase algún tema en específico. Los problemas y discursos del guión, fueron los mismos que los presentados en el libro de texto, pese a ello, hay un error al llevar el análisis verbal al lenguaje algebraico en una de las situaciones problemáticas planteadas. Los ejemplos estaban ordenados por grado de dificultad y hacían referencia a ambas versiones de la técnica (definición de área entre curvas para secciones verticales y secciones horizontales), la parte fenomenológica no fue

abordada en la estructura de clase, pero el profesor indicó que en ocasiones les comenta a los estudiantes, las situaciones del campo laboral en que podría ser utilizado el cálculo de área entre curvas haciendo uso de la integral definida. Otra estrategia que señaló que aplicaba a la hora de resolver los problemas en la pizarra, era la de explicar paso a paso el procedimiento, es decir, no realiza los cálculos o construcciones de manera tan directa para que el estudiante tenga la oportunidad de recordar cómo funcionan las herramientas tecnológicas estudiadas en el bachillerato y que son necesaria para dar solución a determinada cuestión.

En el guión de clases del profesor de matemática no hay evidencia de una actividad de cierre, pero en la entrevista, el docente mencionó que acostumbra asignar un grupo de ejercicios para que los estudiantes practiquen en el aula y al final de la clase, dependiendo de sus planes, asigna alguna investigación teórica para facilitar el avance de los temas posteriores.

Con relación al guión de clases correspondiente al estudio de centro de masa, el ingeniero con componente docente, tomó en cuenta la construcción de la técnica como actividad inicial, partiendo desde el sistema unidimensional hasta llegar a la situación más compleja que podría presentarse en un sistema bidimensional con densidad uniforme.

El desarrollo del tema constaba de dos ejemplos donde se pedía calcular el centro de masa de una lámina plana, dadas las funciones y los límites de integración, en cada ejemplo se pudo observar la representación gráfica correspondiente y los procedimientos algebraicos propios de la resolución de una integral definida. De igual manera que en el caso anterior (cálculo de área entre curvas), no se mostraron problemas relacionados con la parte fenomenológica y como actividad de cierre, el docente decidió dejar un número de ejercicios asignados para la práctica.

Al hacer una revisión de la planificación presentada por el docente de matemáticas para el estudio de centro de masa, se pudo notar que existe cierto grado de dificultad para estructurar la secuencia de actividades, ya que el guión solo constaba de un ejemplo que pedía calcular la masa y los momentos de una lámina plana de densidad uniforme. La solución de dicho problema estaba incompleta, pero a diferencia

de los ejemplos presentados por el ingeniero, este solo suministraba las funciones que limitaban la región, por lo que el proceso era un poco diferente y de mayor provecho.

En el guión no se evidenció conceptos o representaciones gráficas asociadas y en la entrevista, el profesor estuvo revisando el libro y realizando comentarios sueltos sobre el tema, de hecho, mencionó el uso de integrales dobles para el cálculo de centro de masa, cuando para el programa de Matemática II, dicho tema se estudia con integrales de una sola variable. Además, manifestó que en la mayoría de las oportunidades, no logra alcanzar el estudio de este tema por el factor tiempo y las dificultades que los estudiantes presentan en el estudio de otros temas, pues debe replantear la distribución de las actividades planificadas y dedicar más tiempo a contenidos previos a este.

Análisis cognitivo

Según Lupiañez, J. (2009)

El análisis cognitivo se estructura en torno a lo que el profesor espera que aprendan los escolares, a lo que puede interferir en ese aprendizaje, y a lo que les permite a los escolares aprender y al profesor observar si se produce ese aprendizaje de manera efectiva. (p.59)

Así, el análisis cognitivo que se llevó a cabo, permitió conocer la manera en que los profesores enunciaron y organizaron expectativas de aprendizaje a partir del análisis de contenido previo y del conocimiento sobre matemáticas y su aprendizaje; las limitaciones que consideraron para el diseño de las actividades y que pudieron interferir en la formación del estudiante, y las tareas que les parecieron adecuadas para desarrollar el tema y generar oportunidades de aprendizaje.

Este análisis se apoyó, principalmente, en los resultados obtenidos en las entrevistas a los docentes involucrados, ya que en los guiones de clases presentados solo se distingue la estructura matemática considerada para enseñar.

En el caso particular del ingeniero con componente docente, al conversar con su persona, se pudo notar que se expresaba con mucha propiedad sobre los contenidos, conoce la importancia del aprendizaje del cálculo de área entre curvas y el centro de

masa para el desarrollo de otras teorías propias de la carrera y está consciente de las necesidades cognitivas para el estudio de las aplicaciones de la integral definida. Las expectativas de aprendizaje no fueron enunciadas de forma escrita o verbal, pero al observar el tipo de tareas puestas en práctica para el momento de la clase y el momento de la práctica, se evidencia la prioridad que el ingeniero le da al aprendizaje de la técnica desde el enfoque matemático, pues no se presentan actividades que estén enfocadas hacia la actividad de campo del ingeniero civil.

Por otra parte, en la entrevista, el ingeniero con componente docente, hace mención de algunas limitaciones de carácter cognitivo y otras asociadas a los recursos materiales que se encuentran en el aula de clases. Según las declaraciones del docente, las limitaciones cognitivas fueron detectadas en tres momentos del proceso: en la participación del estudiante durante el desarrollo de la clase, en las resoluciones de los ejercicios de las prácticas propuestas y en la resolución de los problemas planteados en las evaluaciones sumativas. Además, manifestó que desde su perspectiva, dichas limitaciones son producto de malos hábitos de estudio y de conocimientos básicos que no han sido asimilados o adquiridos por el estudiante durante su formación previa.

Las segundas limitaciones mencionadas hacían referencia a la escasez de recursos tecnológicos, pero más que destacar la incidencia que la implementación de los mismos podría tener en el proceso de aprendizaje, el ingeniero resaltó lo que se lograría con ellos en el proceso de enseñanza, pues dichos recursos, desde el punto de vista del ingeniero, permitirían una mejor distribución del tiempo y ofrecerían la oportunidad de mostrar otros aspectos que en la pizarra son difíciles de plasmar.

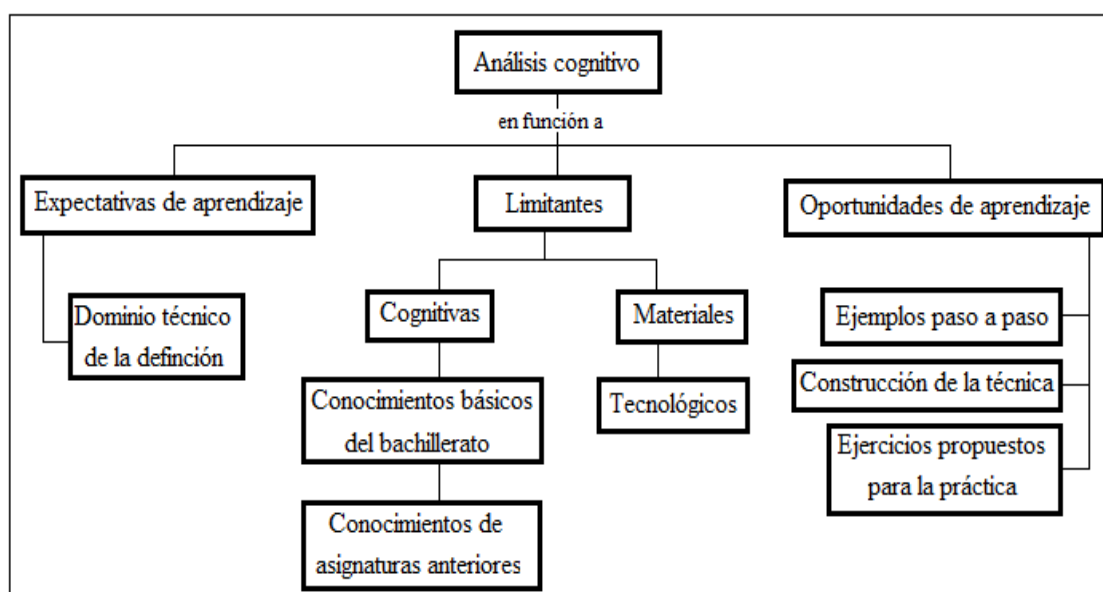
A pesar de que el factor tiempo no es una limitante de naturaleza cognitiva, para el ingeniero, es un elemento que repercute en gran manera durante su planificación y la ejecución de la misma, ya que por el tipo de contenido, se necesitaría más de un encuentro para estudiar el tema con mayor detenimiento y detalle, y al hacerlo, por el mismo factor tiempo, se reducen las posibilidades de darle el mismo tratamientos a otros temas que son igual de extensos e importantes.

En cuanto a las tareas que pueden generar oportunidad de aprendizaje, se pudieron detectar las siguientes: (a) explicaciones paso a paso de los procesos

matemáticos básicos, creando condiciones para superar algunas dificultades, (b) la construcción de las técnicas para el cálculo de centro de masa, ofreciendo de esta manera una herramienta para que el estudiantes comprenda mejor el funcionamiento de la definición y exista mayor posibilidad de alcanzar un aprendizaje significativo y (c) grupo de ejercicios propuestos para ser resueltos por el estudiante fuera del aula, teniendo la opción de consultar en las próximas clases las dudas que puedan surgir, que dependiendo de la forma en se realicen las aclaratorias (particular o grupal), podrían aumentar el aprovechamiento de las dificultades presentadas y los errores cometidos.

Figura 26

Resumen del análisis cognitivo de la planificación del ingeniero con componente docente.



Luego, al llevar a cabo el análisis cognitivo de lo planteado por el profesor de matemática, se pudo observar que al igual que en el caso del ingeniero, este no enunció expectativas que orientaran la planificación, pero por el tipo de actividades presentadas, se pudo inferir que las mismas perseguían el manejo técnico de la definición de área entre curvas.

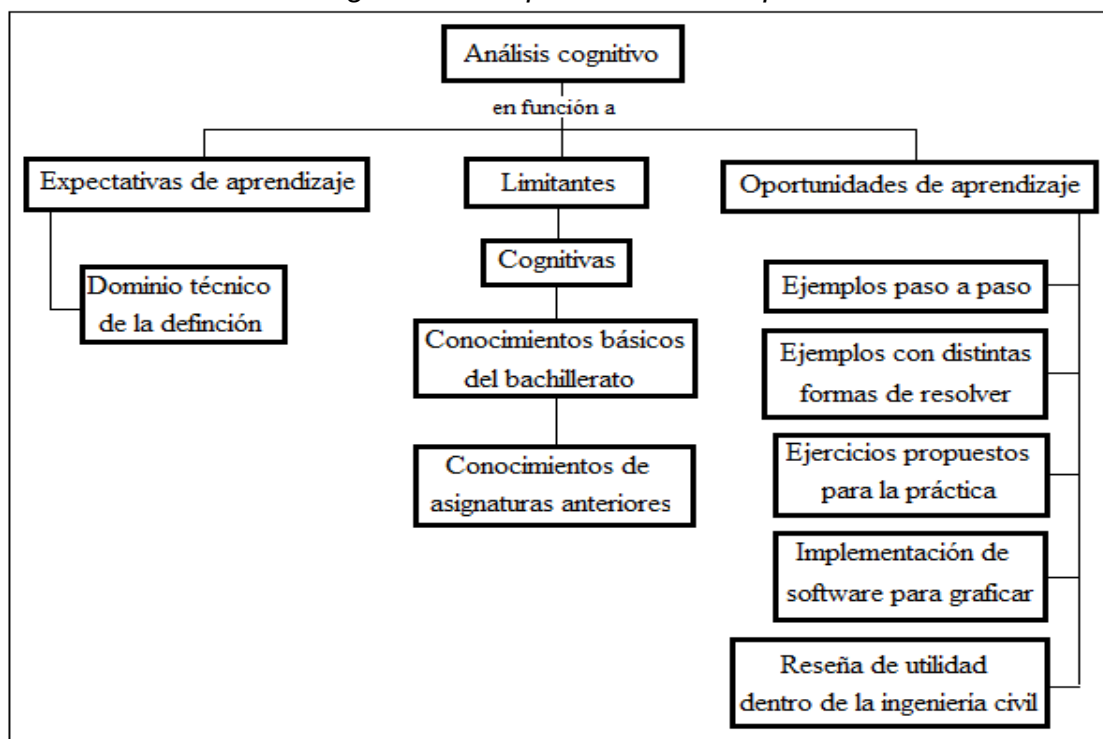
En relación a las limitaciones detectadas por su persona, resaltó solo las de carácter cognitivo, relativas a los conocimientos básicos que el estudiante debió adquirir en bachillerato y los estudiados en asignaturas anteriores a Matemática II, pero

hizo mayor énfasis en la dificultad percibida al momento de realizar representaciones gráficas, las cuales repercuten en la selección de los elementos que forman parte de la definición.

En la entrevista al profesor de matemática, también se pudieron detectar una serie de actividades positivas que podrían ayudar a potenciar los procesos de aprendizaje, entre las que figuraron: (a) las explicaciones de los procedimientos básicos de forma detallada, (b) el uso de un software matemático de fácil descarga y aplicación, que sirvió de apoyo en el momento de realizar las representaciones gráficas, incrementando la posibilidad de una mayor comprensión de la definición, (c) los comentarios sobre posibles usos de la teoría en el campo laboral correspondiente, sirviendo de motivación extrínseca para el estudiante, (d) tareas propuestas donde se le demostró al estudiante que un problema podía ser resuelto de varias formas considerando distintas perspectivas y variaciones de la definición y (e) las prácticas en clases con la intención de compartir experiencias, comparar resultados y generar discusiones.

Figura 27

Resumen del análisis cognitivo de la planificación del profesor de matemática.



Al comparar los resultados del análisis cognitivo de las planificaciones de los docentes involucrados, se pudieron notar ciertas coincidencias con respecto a las expectativas, las limitantes de carácter cognitivo y algunas tareas propuestas para generar oportunidades de aprendizaje.

Así como se notaron ciertas similitudes, también se encontraron algunas diferencias relacionados con las actividades de enseñanza y aprendizaje planteadas, las cuales en algún punto podrían ser complementarias y beneficiosas para el desenvolvimiento del estudiante en su proceso de aprendizaje.

Análisis de instrucción

Así como se pudo observar en el análisis anterior, donde algunos aspectos no fueron establecidos de manera explícita y las tareas ayudaron a inferir algunas intenciones; de la misma manera, las tareas propuestas por los docentes, jugaron un papel fundamental en el análisis de instrucción que se llevó a cabo, ya que las características de las mismas, y su secuenciación, otorgaban un orden a la actividad de cada docente en la búsqueda del alcance de las expectativas determinadas en la sección anterior.

Según Lupiañez, J. (2009)

El análisis de instrucción, como parte del análisis didáctico, se articula en torno a siete componentes claves, determinantes en el proceso de planificación, que siempre tienen a las tareas como elemento organizador. Las cuatro primeras se pueden identificar como variables singulares de tarea; las tres últimas como variables de conjunto de tareas organizadas. Estas variables son: la adecuación, la complejidad, la resolución de problemas y la modelización, el empleo de materiales y recursos, la secuenciación, la evaluación y la gestión del aula de matemática. (p.62)

Para llevar a cabo el análisis de instrucción de los guiones de clase planteados por los docentes involucrados, se tomó en cuenta la naturaleza de las tareas propuestas, considerando los siete componentes claves establecidos por Lupiañez (2009).

En líneas generales, las tareas propuestas por ambos docentes fueron adecuadas y coherentes para alcanzar el dominio técnico – matemático de la definición correspondiente a cada una de las aplicaciones que pudieron desarrollar. Las tareas propuestas por el ingeniero estaban más enfocadas al desarrollo técnico de la definición que hacia la superación de ciertas dificultades, mientras que algunas tareas propuestas por el profesor de matemáticas estaban más enfocadas hacia la superación de los errores que normalmente comenten los estudiantes al momento de resolver ese tipo de problemas, debido a que esas dificultades podrían generar un mal uso de la definición.

En cuanto a la complejidad de las tareas, en ambos casos, estaban redactadas de manera tal, que era entendible lo que se solicitaba en las mismas, pero ninguna de ellas presentaba contextos motivadores que incentivaran la curiosidad y el deseo por comprender el funcionamiento del contenido dentro de su rama de conocimiento o especialidad. Como tampoco se presentaron variedad de representaciones que requirieran la decodificación de datos para extraer la información necesaria para aplicar la definición.

La interpretación y reflexión que requerían los estudiantes para resolver las tareas propuestas por ambos docente, fue la básica, es decir, como los problemas presentados correspondían a un mismo tipo de problema, no requerían de mayor interpretación, solo el manejo de los conocimientos adquiridos durante su bachillerato y cumplir con un procedimiento, prácticamente algorítmico, pese a que, según el plan de estudio, los estudiantes en ese punto de la carrera, deberían ser capaces de interpretar y reflexionar sobre situaciones más complejas. La única tarea donde se evidenció un poco de complejidad fue la planteada por el profesor de matemática, donde le mostró a los estudiantes distintas perspectivas para solucionar la misma tarea.

Las habilidades de representación que necesitaba el estudiantado para resolver los tipos de tarea propuestos, eran de tipo algebraica y gráfica. En el caso de las habilidades de representación algebraicas, los estudiantes debían tener activos sus conocimientos sobre sistemas de ecuaciones y los distintos métodos de resolución (lo que incluía el manejo de los conceptos y procedimientos de: ecuaciones, tipos de ecuaciones, soluciones según el tipo de ecuación, matrices y determinantes), valor

numérico de una función, método analítico para determinar si una función era mayor que otra en un intervalo y función par o impar. En cuanto a las habilidades de representación gráfica que el estudiante debía poseer para la resolución de las tareas, se encontraba la destreza para trazar la gráfica de una función en el plano, la cual dependía de los conocimientos de: valor numérico de una función, ubicación de los pares ordenados en el plano cartesiano, tipos de funciones y sus respectivas formas gráficas (lo cual le permitiría al estudiante saber si la gráfica obtenida durante el desarrollo de su actividad era la correcta).

Ahora bien, el razonamiento que debía aplicar el estudiante para detectar si un planteamiento era correcto o no, a pesar de no ser mencionado en los guiones de clase, no era muy complejo para el nivel educativo al cual estaba dirigida la tarea, porque en teoría, el estudiante solo necesitaba de ciertas destrezas y argumentaciones matemáticas básicas (relacionadas con su formación previa) que le permitirían saber si los límites de integración eran los correctos (sustituyendo los valores obtenidos en las ecuaciones del sistema de ecuaciones establecido), o si la elección de la función minuendo y sustraendo de las definiciones, era la más indicada (recurriendo al método analítico para estudiar la relación que había entre las funciones dadas en un intervalo determinado o utilizando alguna graficadora para corroborar que la representación gráfica era correcta, en caso de que existiera duda de la representación gráfica realizada) o si el valor de área, masa, momentos o centro de masa obtenidos estaban bien calculados (tomando en cuenta la naturaleza y definiciones de cada uno). La realidad es, que a pesar de que se trataban de tareas que requerían de razonamientos sencillos, los estudiantes necesitarían de un mayor esfuerzo para razonar y decidir si lo planteado en las soluciones era correcto, ya que según la experiencia de los docentes, la mayoría de los estudiantes poseen deficiencias en cuanto a las destrezas y argumentaciones matemáticas mencionadas, lo que les impediría detectar completamente la validez de su respuesta.

Ciertamente las tareas planteadas por los docentes, eran relativas al contenido matemático necesario para interpretar y resolver problemas propios de la especialidad, pero estaban más enfocadas hacia el dominio de la técnica que hacia la aplicación en el campo de la ingeniería civil, es decir, las tareas del guión de clases no hacían

referencia a situaciones reales asociadas con la posible actividad del ingeniero, lo cual podría considerarse como desfavorable al momento de motivar al estudiante en su aprendizaje.

El uso de materiales y recursos fue bastante limitado, en la mayoría de los casos predominó el uso del pizarrón, excepto en una de la tareas implementadas por el profesor de matemática para tratar de solventar algunas dificultades.

La secuenciación de tareas estuvo variada, en el caso del guión de clases del ingeniero, se observaron tareas con distintas intensiones y funcionalidades, tareas de repaso (relacionadas con el teorema fundamental del cálculo), tareas para ejercitar lo trabajado en clase (ejercicios propuestos para después de clases) y tareas para introducir la técnica (construcción de la definición de centro de masa). Mientras que en el guión de clases del profesor de matemáticas, para el tema de área entre curvas (que fue el que desarrolló de manera más completa), se identificaron tareas de repaso (relacionadas con la representación gráfica de funciones por medio de un software), tareas para ejercitar y tareas donde se integraron varios aspectos discutidos en clase (el problema resuelto por varios procedimientos).

Las tareas de evaluación, en ambos casos, estaban parcialmente relacionadas a los criterios que establecen los documentos curriculares, pues recopilaban y organizaban las tareas que activaban los contenidos tratados y los sistemas de representación implicados (de manera unidireccional), pero no establecían contextos vinculados a la labor del ingeniero civil, donde el estudiante tuviera que analizar y reflexionar para dar solución a una nueva situación. El modo de trabajar las tareas era prácticamente el mismo, por eso se hizo referencia a un proceso casi algorítmico, pues todas se enfocaban en el uso de la definición y estaban estructuradas de manera tal que su resolución era guiada por el seguimiento de ciertos pasos comunes.

Las tareas propuestas por los docentes, buscaban organizar e integrar a los estudiantes, de manera que a través de sus dudas y percepciones manifestadas por medio de la participación en clase, tuvieran la oportunidad de aclarar dificultades, compartir procesos de pensamientos y generar oportunidades de crecimiento intelectual.

Análisis de actuación

En vista de que la puesta en práctica de los guiones de clases no pudo ser observada por el investigador, el análisis de actuación se realizó por medio de las observaciones y experiencias manifestadas por los docentes luego de ejecutar sus secuencias de actividades y considerando los aspectos que a continuación menciona Lupiañez, J. (2009):

El análisis de actuación se centra en valorar en qué medida se ha logrado lo que se pretendía y a qué aspectos se atribuyen los logros y las carencias de la unidad didáctica que se diseñó y se llevó a la práctica. Dado que la finalidad de esa puesta en práctica es que los escolares logren las expectativas de aprendizaje que se han determinado, la información suministrada por el análisis cognitivo es fundamental para el análisis de actuación. Pero como consecución de esas expectativas por parte de los escolares la ha perseguido el profesor mediante la realización de tareas centradas en determinados contenidos, la reflexión realizada en los análisis de contenido y de instrucción resulta central también para el análisis de actuación. (p. 71)

Cuando se conversó con el ingeniero con componente docente acerca de la experiencia que tuvo al ejecutar su plan, puso de manifiesto que logró detectar una variedad de desempeño en el momento de promover la participación en clase y al aplicar las evaluaciones escritas. Durante su observación, el ingeniero, notó que existía un grupo de estudiantes muy dedicados que investigaban, practicaban y alcanzaron la mayoría de las competencias en las evaluaciones, pero también se percató que un porcentaje de estudiante, mayor que el anterior, no poseían buenos hábitos de estudio, presentaban deficiencias en su base cognitiva previa y en consecuencia no consiguieron un buen desempeño durante las pruebas escritas.

Desde su perspectiva, en los casos donde el estudiante mostró interés y tiempo de dedicación, se alcanzó un aprendizaje significativo, ya que la selección y organización de los contenidos permitieron llevar a cabo la instrucción de manera consistente y coherente con el programa de la asignatura y las expectativas de aprendizaje propuestas (manejo de la definición), tal vez no de la manera que le hubiese gustado, pero si desde la que estaba planteada.

Las carencias de la unidad didáctica puesta en práctica, fueron atribuidas a la cantidad de contenido y distribución del mismo dentro de las planificaciones estandarizadas por la coordinación de matemática, donde se le indica al docente: el tiempo de dedicación para cada unidad, la cantidad y tipo de evaluación y los contenidos a evaluar.

Con respecto a todos estos aspectos, en reiteradas ocasiones, el ingeniero declaró que sería de gran beneficio el incluir recursos tecnológicos para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje, ya que el estudiante podría ir de manera más rápida e innovadora, entendiendo y desarrollando cada tema dado, pero para ello cada estudiante tendría que contar con un dispositivo que le permitiera manipular el software seleccionado.

El ingeniero indicó que, algo que también ayudaría, es el disponer de más tiempo por período académico, así, podría aplicar más cantidad de evaluaciones de menos porcentajes, siguiendo la distribución equitativa en la totalidad de las que se generen, para asegurar que se dé todo el contenido programático y que el estudiante vaya asimilando más a corto plazo, cada grupo de objetivo. Para lograrlo, expuso la idea de reformular el plan de estudio, ya que desde su criterio hay materias que no tienen relevancia dentro de los fines formativos de la carrera y que al ser eliminadas del pensum, los contenidos de otras materias de vital importancia podrían ser redistribuidos en dos materias, generando un mejor aprovechamiento de los recursos y alcanzando un tratamiento más adecuados de los temas.

Por otra parte, el profesor de matemática, durante la entrevista, indicó que la unidad planificada no pudo ser desarrollada completamente, la idea inicial, era lograr todos los objetivos prescritos en el programa, pero solo se lograron aquellos dónde el estudiante superó las deficiencias básicas en algunos aspectos de la matemática y donde se sentía identificado.

En líneas generales, se alcanzaron las expectativas relacionadas con el cálculo de área entre curvas, relativas al manejo de la definición desde el enfoque matemático. Adicionalmente, informó que las actividades de nivelación propuestas, en algunos casos rindieron frutos y los estudiantes lograron superar algunas dificultades dentro del entorno tecnológico – teórico asociado al cálculo de área.

Los logros alcanzados se atribuyeron a la inclusión de las actividades de reforzamiento en los procesos de enseñanza y aprendizaje del tema de área entre curvas, a la disposición de algunos estudiantes para superar los obstáculos que en parte no les permitía comprender las definiciones y a las actividades donde se generaban discusión de resultados.

En cuanto a las carencias de la unidad, el profesor de matemática señaló que estas eran consecuencia de la falta de tiempo porque no solo se trabajó en función a los objetivos propios de la materia, sino que también se tuvo que atender algunas necesidades, que al ser superadas, serían ganancia para el desarrollo de los contenidos planteados. Incluso, en ocasiones, el reprogramar las clases perdidas, representaba una desventaja para algunos estudiantes que no tenían la misma disponibilidad que otros, porque cursaban otra materia en ese horario o porque ese día les tocaba trabajar y no podían faltar al sitio laboral.

Las tareas estaban organizadas de manera tal que se lograron consolidar ciertas expectativas de acuerdo al programa de Matemática II, pero no cubrieron todos los objetivos y contenidos establecidos por el mismo. Inicialmente las actividades no eran suficientes por las dificultades que presentaban los estudiantes, lo que llevo al docente a replantear la organización de actividades.

Desde su perspectiva, entre las actividades que fueron de provecho para el estudiante estaban: las actividades de graficación con software (que ayudaron a mejorar, hasta cierto punto el desempeño del estudiante en la elaboración de gráficas y en la elección de las funciones minuendo y sustraendo), las consultas a otras fuentes de información como el portal de YouTube y las situaciones reales e históricas relacionadas con el objeto matemático estudiado, las cuales comentaba durante la clase.

Para mejorar la actividad matemática y el alcance de la mayor cantidad de objetivos, el profesor señaló que era necesario precisar el número de ejemplos y de ejercicios propuestos para que los estudiantes pudiesen practicar e interactuar dentro del aula. Además de expresar que sería conveniente la restructuración del programa, pues el orden de las unidades y otros elementos no le parecen apropiados.

Algunas observaciones

Ahora bien, considerando la naturaleza del plan de estudio de ingeniería civil de la UNEFA, la praxis debe estar orientada según el modelo constructivista, donde el estudiante cumple un rol protagónico, mostrándose capaz de investigar, razonar y participar de manera consiente y comprometida en todas las fases de las actividades propuestas. Esto no implica que el estudiante deba estar solo durante el proceso, por el contrario, allí es donde radica la importancia de la actuación docente, pues, en teoría, es quien guiará o facilitará las herramientas y estrategias adecuadas para alcanzar los objetivos del plan.

Con el análisis de la planificación docente, se buscaba comprender la selección y secuenciación de las actividades propuestas y el alcance que las mismas ofrecían desde la perspectiva de cada docente con experiencia en el curso de Matemática II. Para dicho análisis, se tomó en cuenta el estudio de las organizaciones de los libros de textos utilizados por los docentes (pues de cierta manera inciden en la elección y organización de los contenidos), el análisis didáctico de los guiones planteados tomando en cuenta los resultados de la entrevista y el análisis curricular del programa que deja entre ver las intenciones de la estructura conceptual y las posibles limitaciones que se quieren superar para el cumplimiento de los objetivos.

Así, durante el análisis de las prácticas docentes, se pudieron detectar varios aspectos que deben ser considerados para mejorar y potenciar los procesos de enseñanza y aprendizaje en el desarrollo de temas como estos, cuya aplicación a la ciencia es de vital importancia en la formación profesional de los estudiantes.

Uno de los aspectos que en reiteradas ocasiones fue mencionado por los docentes, que resulta preocupante y que incide de manera directa en el desarrollo de los temas de área entre curvas y centro de masa, es la persistencia de dificultades cognitivas sobre objetos matemáticos que son necesarios para el desarrollo de las unidades programáticas de Matemática II, que fueron estudiados en asignaturas anteriores y que en teoría, no deberían representar un mayor contratiempo a lo largo de la resolución de los problemas propios de la asignatura, porque se supone que los

estudiantes en ese punto de la carrera, han alcanzado las competencias de Matemática para CINU, Matemática I y Geometría Analítica.

A pesar de que la situación anterior, no debería ocurrir, en ambos casos, los profesores involucrados en la investigación, decidieron incluir dentro de los conceptos y procedimientos que escogieron como adecuados para llevar a cabo la instrucción, explicaciones detalladas de los procesos de resolución de sistemas de ecuaciones, evaluación de funciones para poder realizar las gráficas de las curvas, elección de datos para sustituir en la definición, aplicación de propiedades y reglas de integración, así como los métodos de integración implicados.

En lo anterior, se observó que los profesores se abocaron en el proceso de obtención de datos y respuestas, pero no se preocuparon por la validación de los resultados obtenidos en cada fase de la resolución, lo cual habría sido un elemento favorable en el alcance de un aprendizaje significativo. Por ejemplo, para ayudar a que el estudiante tuviera seguridad de que los datos obtenidos satisficieran los requisitos necesarios para su uso en las definiciones, los profesores pudieron: (a) realizar un recordatorio de cómo comprobar que la solución de un sistema de ecuaciones es correcta, (b) señalar cómo se podía saber, analíticamente, la relación entre las funciones que delimitaban la región, para luego comparar si la representación gráfica era coherente y de no serlo se podía presumir que alguno de los dos procesos fue llevado de forma incorrecta y (c) indicar que en el caso de las magnitudes (área y masa) los resultados obtenidos debían ser positivos, de no serlo, era señal de la existencia de un problema en cuanto a la aplicación del teorema fundamental del cálculo o un problema en la elección de la función minuyendo y sustraendo por un error cometido al aplicar el método gráfico o el método analítico.

Asimismo, el ejemplo con distintas formas de resolver, resultó ser una buena oportunidad, no solo para la práctica de los diversos métodos de resolución, sino también porque representaba una manera de validación, donde la igualdad de todos los resultados podía indicar que cada uno de los procesos fue realizado correctamente, y que en caso contrario, de obtener algún resultado diferente, el estudiante podía asumir que el procesos donde se obtuvo el resultado diferente, debía ser sometido a revisión, verificando cada una de las fases de resolución para encontrar el error y reflexionar

sobre lo sucedido. Por tales razones, ejercicios de este tipo, no deberían solamente formar parte de la tarea docente, sino que también, deberían ser incluidos en las prácticas propuestas al estudiante.

Por otra parte, la necesidad de saber ¿Cómo se obtuvo determinada definición?, si esa definición ¿Es viable o no? y si ¿Es la única que existe?, son cuestionamiento que habitualmente se escuchan por parte del estudiante y cuya respuesta podría incidir en la disposición que tenga el mismo para aprender. Es por ello que la construcción de la técnica, a pesar de no ser necesaria, es ideal para dar respuesta a este tipo de pregunta, al mismo tiempo que colabora en que el estudiante reflexione sobre la situación problema que generó la técnica y la relación que tiene con su realidad.

Por los motivos anteriores, hubiese sido de provecho que la construcción de la técnica se aplicara en ambos temas, adicionando algunos elementos que podrían ayudar a hacer el proceso más práctico y entendible. Por ejemplo, para este tipo de actividades, sería muy útil la inclusión de tecnologías sugeridas por los docentes, para explicar aspectos que son casi imposibles de plasmar en el pizarrón (como lo indicaba el ingeniero), o como forma de apoyo para verificar las situaciones planteadas en los problemas descritos para la práctica.

Pero si se hace difícil la implementación de ese tipo de tecnologías, porque la universidad, los estudiantes o el profesor no disponen de los recursos necesarios para dicho fin, es preciso avanzar y poner a funcionar la creatividad en el diseño de actividades alternativas que fomenten el uso de los materiales que puedan ser aprovechables.

Para esos casos, donde se debe jugar con los recursos que están a la mano, se tiene que considerar hasta el más insignificante de los elementos. Por ejemplo, y tomando en cuenta que los temas de estudio fueron dirigidos a estudiantes de ingeniería civil, los profesores, pudieron haber propuesto una actividad al aire libre, aprovechando alguna fracción del terreno de la universidad con la finalidad de calcular un área de forma irregular dibujada sobre la superficie; como también, pudieron llevar láminas de materiales reciclables al aula, para que los estudiantes, dispuestos en grupos de trabajo, se dieran a la tarea de calcular el centro de masa respectivo, presentando los resultados obtenidos y generando debate de ideas.

Así como estas, son muchas las situaciones de aprendizaje que se pueden generar. El profesor a través de su motivación, solo debe accionar su creatividad e inventiva para diseñar actividades innovadoras que le inyecten sentido a la aplicación de las teorías matemáticas en determinada especialidad.

De esta manera, es imperativo que el docente no pierda la motivación por situaciones que se escapan de sus manos o porque los recursos disponibles no cubren sus expectativas, por el contrario, deben estar dispuestos a rehacer el plan, porque a fin de cuentas las planificaciones no se componen de planes rígidos, por el contrario, en la medida que se avanza en la ejecución de la planificación inicial, esos planes pueden ser modificados y adaptados a las realidades encontradas para que el estudiante salga favorecido.

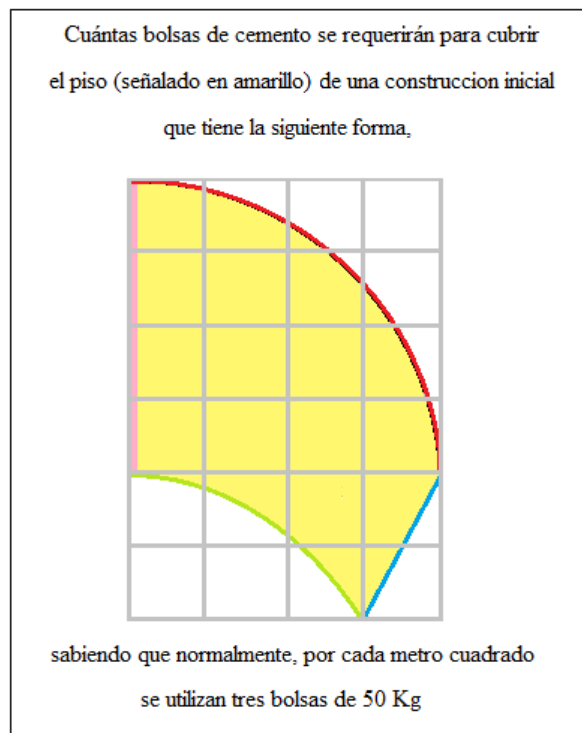
En la medida de lo posible, es necesario romper esquemas y no limitar la actividad docente al uso del pizarrón y sacar al estudiante de sus zonas de confort, planteándoles problemas que difieran en formas de proceder.

Ahora bien, ciertamente, en el afán del cumplimiento del mayor número de contenidos, se dejaron de lado muchos aspectos que resultaban ser de gran beneficio e importancia para el desarrollo del estudiante en materias futuras. Uno de esos aspectos hacía referencia a la fenomenología, que en la mayoría de los casos fue casi nula, excepto por los comentarios realizados por el profesor de matemática, durante la ejecución de sus clases. Esta situación puede ser mejorable, en la medida que el profesor, investigue y ponga en práctica sus habilidades para diseñar problemas que hagan que el estudiante se sienta identificado con su realidad y pueda proyectar la utilidad del contenido en sus futuras labores como ingeniero (figura28).

Otro aspecto que fue dejado a un lado de manera parcial y que se ve reflejado en el planteamiento de la figura 28, es el hecho de que ciertos fundamentos de los contenidos de las materias anteriores, no fueron considerado en la selección de los problemas propuestos en los guiones de clase presentados, es decir, los ejemplos y ejercicios seleccionados por los docentes, corresponden a un grupo de problemas estereotipados que exponen la misma situación, reforzando el uso de algoritmos por la ausencia de reflexión y análisis.

Figura 28

Ejemplo de modelización para el cálculo de área entre curvas.



Pero al insertar problema poco estereotipados, se incrementaría la posibilidad de establecer conexiones entre lo aprendido y lo que se debe aprender, además de ayudar a que el estudiante desarrolle capacidades que son necesarias en su futuro campo laboral. Por ejemplo la deducción de la ecuación de una curva conocidos sus elementos. En la vida real, de acuerdo a la forma que se quiera dar al terreno donde se levantará la construcción, el ingeniero puede establecer un sistema de representación y generar los datos para deducir la curva o las curvas que encierran dicha región.

Dentro de las últimas observaciones, se pudo evidenciar que el ingeniero se preocupó por el cumplimiento de todos los contenidos previstos por medio de acciones concretas, mientras que la actividad del profesor de matemática fue guiada por la inquietud de ayudar al estudiante a superar los obstáculos que entorpecían su desempeño en la resolución de ejercicios, lo cual no le permitió el cumplimiento total de los objetivos. Esto denotó una diferencia entre los propósitos particulares de cada docente y sugiere la búsqueda de un equilibrio entre ambos puntos de vista.

Ya para finalizar, otro hallazgo importante, que marcó una diferencia entre un docente y otro, fue el hecho de que el ingeniero se percibió más cómodo y seguro en el desarrollo de temas de aplicaciones físicas, mientras que por otro lado, y a pesar de que dichas aplicaciones tienen fundamentos matemáticos, el profesor dejó entre ver algunas dificultades en la preparación de los contenidos relativos a dicho tema, las cuales pueden ser superadas a través de la investigación y apropiación de ciertos conocimientos y tomando en cuenta la experiencia vivida por el docente.

CAPITULO VIII

EL ESTUDIANTE

En este capítulo, los esfuerzos se centraron en la búsqueda de las dificultades presentadas por los estudiantes durante el estudio de las aplicaciones de la integral definida, al mismo tiempo en que se indagó acerca del significado que tiene dicho tema para el aprendiz luego de terminar el curso de la asignatura y mucho después de ella, generando de esta manera características que sugirieran la comprensión, utilidad y razón de ser del estudio de la integral definida en el plan de estudio.

Evaluación diagnóstica

La evaluación es una herramienta de provecho, tanto para dar seguimiento al progreso de los estudiantes, como para conocer si las propuestas de los docentes y los planes de estudio se adecúan al desafío que supone la realidad educativa.

Según Stufflebeam, D. y Shinkfield, A. (1993), la evaluación es el

Proceso de identificar, obtener y proporcionar información útil y descriptiva acerca del valor y mérito de las metas, la planificación, la realización y el impacto de un objeto determinado, con el fin de servir de guía para la toma de decisiones, solucionar los problemas de responsabilidad y promover la comprensión de los fenómenos implicados” (p. 183)

De esta manera, la evaluación se consolida como una pieza fundamental de los procesos de enseñanza y aprendizaje, porque rescata los elementos que están cumpliendo con su finalidad, llama a la reflexión acerca de los que no están funcionando y en vista de lo anterior, invita a la mejora de las situaciones que se plantearon inicialmente. Además, su aplicación no está condicionada a un momento específico, por el contrario, tanto el proceso de aprendizaje, como el proceso de

enseñanza, necesitan someterse continuamente a un seguimiento de sus avances, con el fin de actuar a tiempo en pro del beneficio de los aprendices.

Así, dentro de la fase de evaluación de todo proceso de enseñanza o aprendizaje, el indicador más confiable para saber si es necesaria la implementación de mejoras en el desempeño de la labor docente y garantizar el alcance de los objetivos educativos de los programas de estudio de determinada institución, es el estudiante, pues es en función de su formación, habilidades, conocimientos y actitudes, que gira la planificación. La importancia del estudiante es tal, que en palabras de González, M., Pino, M. y Penado, M. (2017), los estudiantes son:

El eje nuclear y la garantía de la existencia y mantenimiento de las organizaciones educativas. Los estudiantes como destinatarios de la educación son los que mejor pueden valorarla y, aunque puedan presentar una visión parcial y subjetiva, su opinión proporciona un referente que debe tomarse en cuenta. (p.246)

En vista de que la formación del estudiante es el objetivo central de los procesos de enseñanza y aprendizaje, y que a través de la evaluación de su desempeño se puede obtener información para descubrir si los elementos puestos en juego en la planificación ayudaron o no a alcanzar las expectativas planteadas por los docentes en función de los objetivos fijados en los programas de estudio, se decidió aplicar una evaluación diagnóstica con la finalidad de conocer las fortalezas y debilidades que puede tener un estudiante luego de haber aprobado la asignatura de Matemática II de ingeniería civil.

Para cumplir con lo anterior se le propuso al estudiante la resolución de cinco problemas, para los cuales debía presentar: representación gráfica correspondiente a cada situación, formulación y ejecución de la solución, e interpretación del procedimiento aplicado y de los resultados obtenidos.

A continuación, se presentan los enunciados de los problemas planteados en la evaluación diagnóstica juntamente con las soluciones proporcionadas por el estudiante que desarrolló la resolución de la evaluación y el análisis descriptivo producto de la observación del investigador y las discusiones sobre los problemas con el estudiante que colaboró en la actividad:

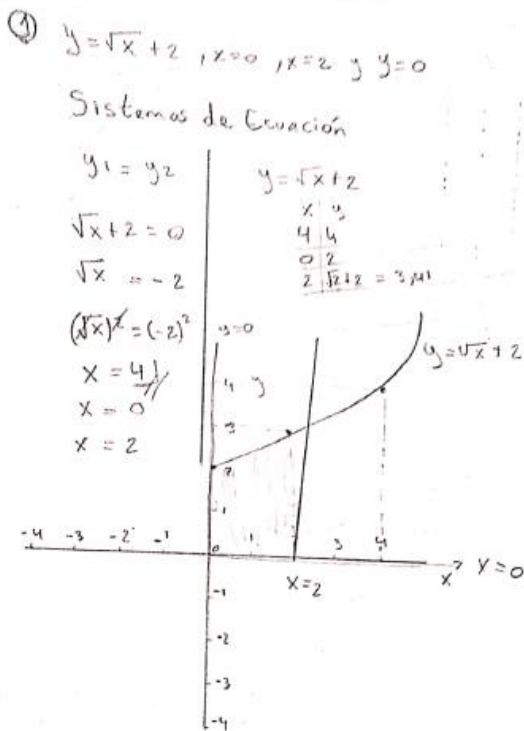
Problema 1

Calcule el área de la región comprendida por las siguientes curvas $y = \sqrt{x} + 2$, $x = 0$, $x = 2$ y $y = 0$. Para ello, realice la representación gráfica, Indique qué definición utilizará y por qué, cuántas áreas calculará y resuelva.

En la figura 29, el estudiante, en teoría, estableció un sistema de ecuaciones entre las funciones $y = \sqrt{x} + 2$ y $y = 0$, lo cual no era innecesario, ya que el enunciado proporcionaba las rectas que limitaban la región de manera horizontal y que a su vez cumplían el papel de límites laterales de la definición. Por tal motivo, para realizar la gráfica, el estudiante dio valores de más, es decir, utilizó valores fuera del intervalo de integración y generó una supuesta área adicional.

Figura 29

Representación gráfica del problema 1 de la evaluación diagnóstica.

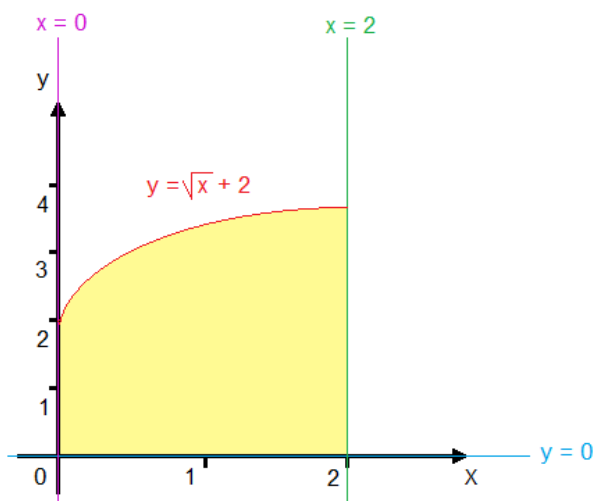


También se pudo observar que a pesar de que los resultados obtenidos en la tabla de valores fueron correctos, el trazado de la gráfica no lo fue, ya que al tratarse

de una función radical, su forma debía corresponder a una semiparábola horizontal como se muestra en la figura 30.

Figura 30

Representación gráfica correcta del problema 1 de la evaluación diagnóstica.



A pesar de sombrear solo una parte de la representación gráfica, el estudiante estableció dos integrales (plasmadas en la figura 31), lo cual se traduce en el cálculo de dos áreas parciales.

Figura 31

Procedimiento analítico para el cálculo del área del problema 1 de la evaluación diagnóstica.

$$\int_0^2 x \, dx + \int_2^4 x \, dy$$

$$\left. \frac{x^2}{2} \right|_0^2 + \left. \frac{y^2}{2} \right|_2^4$$

$$\left[\frac{(2)^2}{2} - \frac{(0)^2}{2} \right] + \left[\frac{(4)^2}{2} - \frac{(2)^2}{2} \right] = 2 - 0 + 2 - 2 = 2$$

$A = 2.44$

Luego, al verificar la función sustituida en la definición, esta no correspondía a ninguna de las suministradas en el enunciado. Cuando se le cuestionó al estudiante

sobre ese hecho, alegó que se guió por el procedimiento de Matemática III, porque no recordaba, como “armar la integral” de matemática II.

Al conversar con el estudiante sobre el proceso de resolución aplicado en el primer problema, manifestó que procedió de esa manera por tratarse del único método que conocía, y que lo que él recordaba es que la resolución se dividía en tres o cuatro pasos, que para él eran: el sistema de ecuaciones, hallar los puntos de corte, graficar y armar la integral. Lo cual de cierta manera estaba errado, porque el sistema de ecuaciones y el hallar los puntos de cortes entre las funciones, corresponde a un mismo objeto matemático. Además, al explicar la resolución de esa manera, hace presumir que el estudiante consideraba el procedimiento como algo algorítmico.

Algo positivo, que se pudo notar durante la conversación, fue que al relatar la solución del sistema de ecuaciones, habló con propiedad sobre el método escogido para calcular el punto de corte entre las funciones $y = \sqrt{x} + 2$ y $y = 0$, pero en vista de que obtuvo una única solución, determinó que las curvas $x = 0$ y $x = 2$ representaban dos puntos de corte adicional, proporcionados por el problema, por lo que creyó que se trataban de dos áreas parciales.

Problema 2.a

Calcule el área de la región comprendida entre las curvas $y = x^2$, $y = \frac{x^2}{2}$, $y = 2x$, para ello: realice representación gráfica, indique definición a utilizar (justificando su elección), cuantas áreas calculará y resuelva.

Para este problema, el estudiante procedió de la misma manera que en el problema anterior. Los sistemas de ecuaciones fueron establecidos de manera correcta, pero los despejes de las ecuaciones obtenidas eran errados y uno de los procesos de factorización era incorrecto, además de ser innecesario por tratarse de términos semejantes (figura 32).

Figura 32

Cálculo de los límites de integración del problema 2.a.

② a) $y = x^2$, $y = \frac{x^2}{2}$, $y = 2x$
b) $x = y^2$, $x = y + 2$

a) Sistemas de ecuaciones

$$y_1 = y_2 \mid y_2 = y_3 \mid y_3 = y_1$$

$$x^2 = \frac{x^2}{2} \mid \frac{x^2}{2} = 2x \mid 2x = x^2$$

$$x^2 + \frac{x^2}{2} = 0 \mid \frac{x^2}{2} + 2x = 0 \mid 2x + x^2 = 0$$

$$x(x + \frac{x}{2}) = 0 \mid \frac{x}{2}(x + 4) = 0 \mid x(2 + x) = 0$$

$$x(\frac{3x}{2}) = 0 \mid \frac{x}{2}(x + 4) = 0 \mid x = 0$$

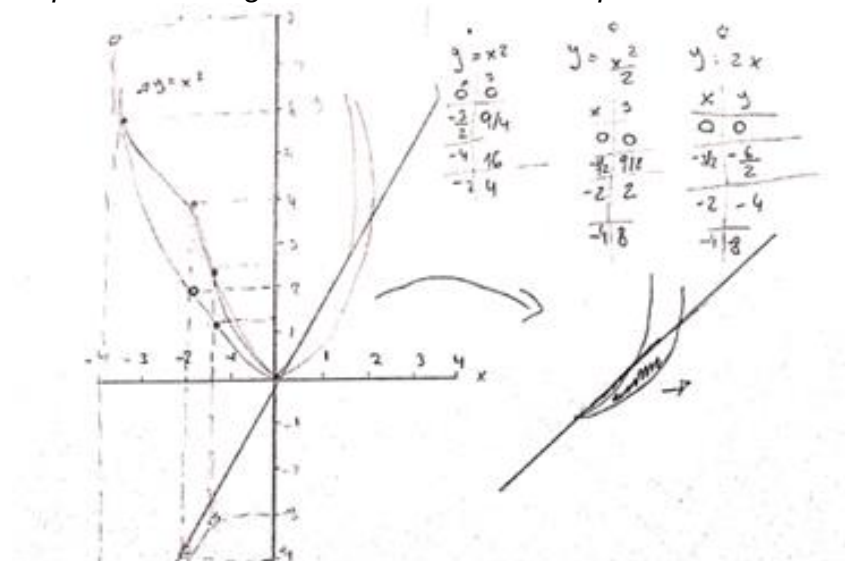
$$x = 0 \mid x = -4 \mid x = 2$$

$$x = -\frac{2}{2} \mid x = -1$$

El hecho de obtener de forma errada los valores anteriores, incidió en el cálculo de los pares ordenados (observables en figura 33) y en consecuencia, la representación gráfica resultante también fue incorrecta.

Figura 33

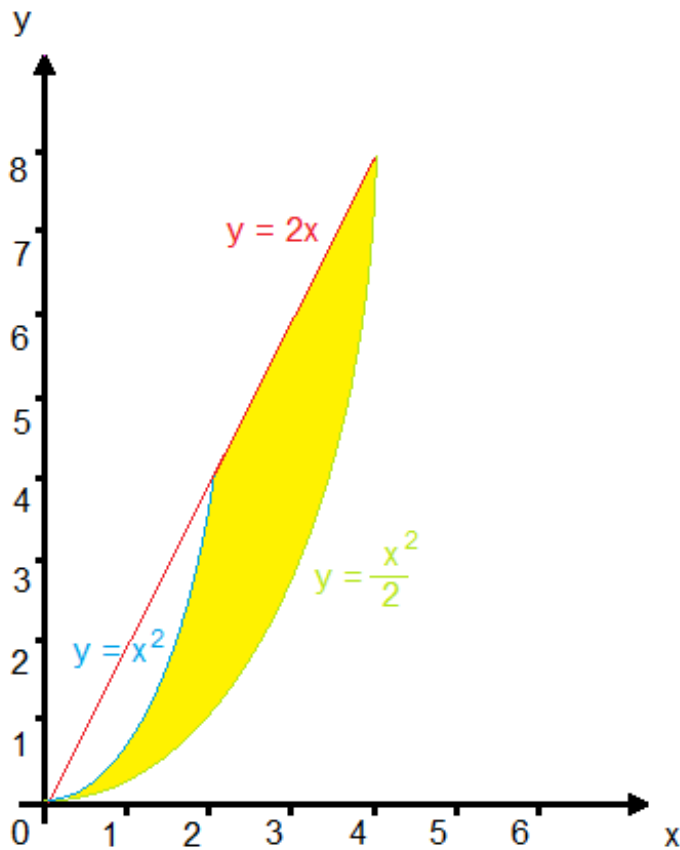
Representación gráfica de las curvas del problema 2.a.



A pesar de que la representación gráfica fue incorrecta, el estudiante, en su momento, dudó de dicho resultado, porque todas las curvas no lograron intersectarse, por lo que decidió esbozar la parte de las curvas $y = x^2$ y $y = \frac{x^2}{2}$ en el primer cuadrante, obteniendo la región que allí señala (figura 33), la cual resultó ser similar a la representación real (figura 34).

Figura 34

Representación gráfica correcta del problema 2.a.



Sin embargo, el planteamiento analítico no fue correcto. El estudiante seleccionó la definición de área bajo la curva, cuando en realidad correspondía utilizar la definición de área entre curvas; los límites de integración no tienen relación con la región señalada; la función integrando utilizada no es ninguna de las involucradas en el

problema y al parecer el estudiante consideró que el área total se dividía en tres áreas parciales porque estableció tres integrales (figura 35).

Figura 35

Procedimiento analítico que aplicó el estudiante para calcular el área de la región.

$$\int_{-4}^{-3/2} x dx + \int_{-3/2}^0 x dx + \int_0^2 x dx$$

$$\left. \frac{x^2}{2} \right|_{-4}^{-3/2} + \left. \frac{x^2}{2} \right|_{-3/2}^0 + \left. \frac{x^2}{2} \right|_0^2$$

$$\left[\frac{\left(-\frac{3}{2}\right)^2}{2} - \frac{(-4)^2}{2} \right] + \left[\frac{(0)^2}{2} - \frac{-\frac{3}{2}}{2} \right] + \left[\frac{(2)^2}{2} - \frac{(0)^2}{2} \right]$$

$$\frac{9}{8} - \frac{8}{2} + \left(-\frac{3}{4}\right) + 2$$

$$\frac{9}{8} - \frac{8}{2} + \left(-\frac{3}{4}\right) + 2 = -\frac{17}{8} - \frac{3}{4} + 2 = -\frac{11}{8} + 2 = \frac{-2}{8}$$

$$A = \frac{-2}{8}$$

Problema 2.b

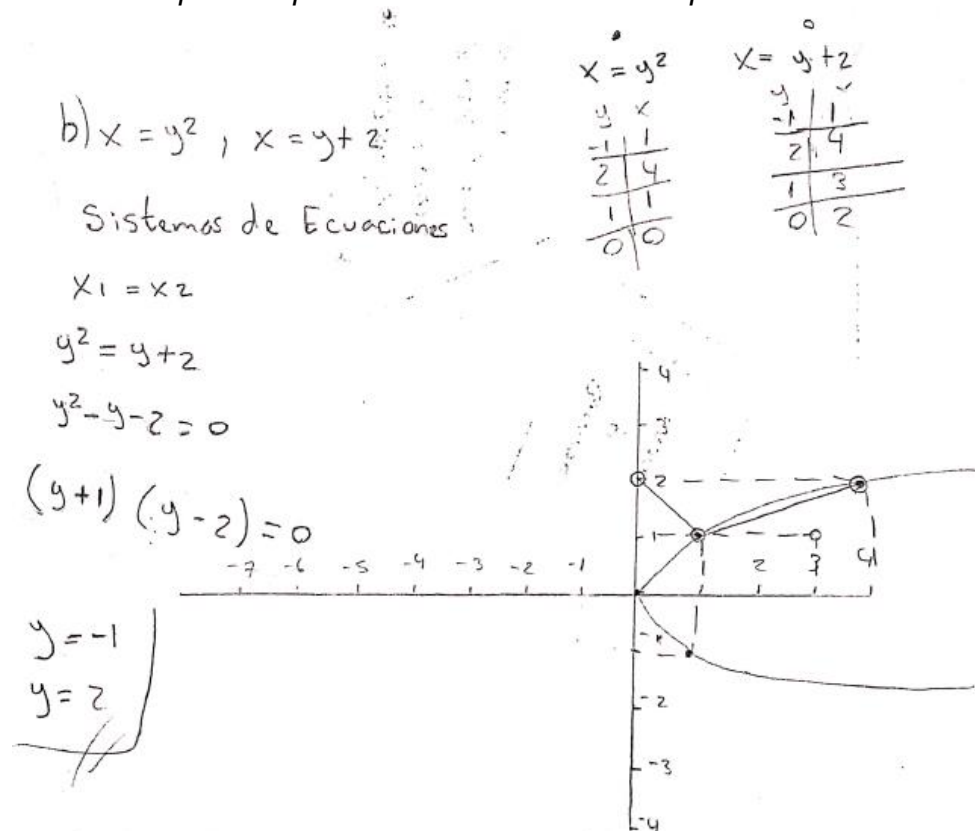
Calcule el área de la región comprendida entre las curvas $x = y^2$ y $x = y + 2$, para ello: realice representación gráfica, indique definición a utilizar (justificando su elección), cuantas áreas calculará y resuelva.

Para este problema, el estudiante estableció correctamente el sistema de ecuaciones, la ecuación obtenida fue tratada de manera adecuada y los valores obtenidos, en este caso, si correspondían a las ordenadas de los puntos de corte entre gráficas de las curvas.

Los valores reflejados en las tablas, eran conforme a los cálculos realizados, pero al momento de graficar, el estudiante presentó dudas sobre la forma que debía tener $x = y + 2$, de momentos creía que se trataba de una recta, pero lo hacía dudar el que los puntos obtenidos, supuestamente, no la generaban, de hecho, implementó una marca para diferenciar los puntos de la gráfica $x = y^2$ de los puntos de la gráfica $x = y + 2$, pero aún así, no logró construir la gráfica de $x = y + 2$ y manifestó que eso lo frustró, porque pensó que el proceso estaba mal, lo que lo hizo abandonar la resolución del problema 2.b. (figura 36)

Figura 36

Resolución parcial que realizó el estudiante del problema 2.b.

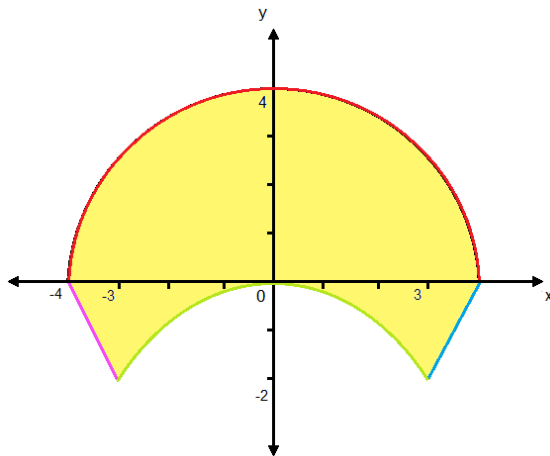


Problema 3

Calcule el área de la siguiente región, haciendo uso de la integral definida. (Figura 37).

Figura 37

Región a calcular en el problema 3.



Este problema no pudo ser resuelto por el estudiante. Al principio manifestó que no sabía la fórmula del cilindro, por lo que no pudo calcular el volumen, pero al aclararle que se trataba de un problema de cálculo de área, la investigadora se dispuso en darle una oportunidad para resolverlo. El estudiante comenzó a analizar la situación en voz alta y afirmó que en primera instancia, lo que debía hacer, era sacar los puntos donde pasa cada gráfica y “armar” la integral, pero al cuestionarlo con relación a las funciones que utilizaría en la definición de área entre curvas, él asumió que no creía poder resolverlo, porque debía conocer los tipos de funciones y él no disponía de dicho conocimiento.

Problema 4

Calcular el centroide de la región encerrada por $f(x) = 4 - x^2$ y $g(x) = 2 - x$.

Al encontrarse con el cuarto problema, el estudiante decidió dar por terminada la evaluación, ya que el tema al cual hace referencia, no fue estudiado en clases y él no tenía ni idea de cómo proceder.

Hasta este punto, se han corroborado varias de las observaciones realizadas por los docentes, así como también se ha revelado la visión que tiene el estudiante con respecto al procedimiento de resolución de los problemas relacionados con cálculo de área y centro de masa haciendo uso de la integral definida.

Las dificultades que se pudieron detectar, más que todo, radicaban en los conocimientos que el estudiante debería haber adquirido previamente, durante su bachillerato o en el curso de asignaturas previas a Matemática II. En la mayoría de los casos, el estudiante tuvo complicaciones con las representaciones gráficas correspondientes y demostró no conocer la definición de área y centro de masa, como también admitió no estar capacitado para calcular las ecuaciones de las curvas (necesario para la solución del problema 3).

A pesar de lo anterior y de que las integrales planteadas no eran coherentes con las situaciones descritas en los enunciados, el proceso de integración fue correcto, como también la aplicación del teorema fundamental del cálculo.

Los procedimientos de los problemas resueltos, fueron descritos por el estudiante como una serie de fases invariables, es decir, en su pensar, el procedimiento aplicado por su persona correspondía a un método algorítmico con el cual podría darle solución a cualquier problema de cálculo de área.

Entrevistas

Adicionalmente y para complementar los hallazgos de la aplicación de la evaluación diagnóstica, se llevó a cabo una entrevista para conocer otros aspectos de la formación del estudiante durante el curso de la asignatura de Matemática II.

La entrevista fue aplicada al mismo estudiante que realizó la resolución de la evaluación diagnóstica y constaba de un grupo de preguntas iniciales que fue aumentando en la medida que surgían otros aspectos de interés.

Tabla 13

Entrevista semi – estructurada a informante clave correspondiente a estudiante de ingeniería civil que recientemente aprobó el curso de Matemática II.

Código	Investigador	Entrevistado	Subcategoría	Categoría
E1	Vamos a dar inicio a la	Muchas gracias.		
E2	entrevista semi -			
E3	estructurada a estudiante			
E4	que recientemente aprobó			
E5	Matemática II, referente a			

Tabla 13 (cont.)

E6	integral definida y sus			
E7	aplicaciones. Bueno,			
E8	bienvenido entonces.			
E9				
E10	¿Qué tal fue la	Ok, <u>al principio era algo</u>	Expectativas del	Aprendizaje de
E11	experiencia que tuviste en	<u>nuevo, estaba</u>	estudiante.	las matemáticas
E12	el curso de Matemática	<u>entusiasmado porque</u>	Motivación del	aplicadas.
E13	II?	<u>íbamos a ver una materia</u>	estudiante.	
E14		<u>que a mí me gusta,</u>		
E15		<u>matemática</u> como tal,		
E16		para ver qué podía		
E17		aprender y qué cosas		
E18		podían ayudar a mi		
E19		conocimiento, ¿verdad?		
E20		En el transcurso de todo		
E21		el semestre, que fue		
E22		eeel... cómo se llama...		
E23		<u>sabe de las cuatro</u>		
E24		<u>pruebas que nosotros</u>		
E25		<u>tuvimos, eeeh sentí que</u>		
E26		<u>no aprendí nada</u> , o sea, la		
E27		experiencia al principio		
E28		era algo como, <u>la</u>		
E29		<u>expectativa era cónchale,</u>		
E30		<u>quiero aprender, quiero</u>		
E31		<u>ver qué más conocimiento</u>		
E32		<u>puedo obtener y siento</u>		
E33		<u>que me quede estancado</u>		
E34		pues, las cosas que		
E35		aprendí eran muy		
E36		mínimas, eran más de los		
E37		errores que de las cosas		
E38		buenas que aprendía.		
E39				
E40	¿Y a qué crees que se	Desde mi punto de	Causas de	Aprendizaje de
E41	deba eso? ¿Por qué	opinión, <u>yo siento que fue</u>	problemas de	las

Tabla 13 (cont.)

E42	sientes que no aprendiste	<u>el profesor ¿verdad? O no</u>	aprendizaje.	Matemáticas
E43	lo suficiente o no cubrió	<u>sabía explicar o era yo el</u>		aplicadas
E44	tus expectativas?	<u>que no podía captarlo a él</u>		
E45		<u>¿verdad? lo cierto es que,</u>		
E46		eeeh, <u>dentro de las</u>		
E47		<u>explicaciones que él</u>		
E48		<u>daba, yo intentaba</u>		
E49		<u>ponerle atención, de</u>		
E50		<u>verdad de ponerle</u>		
E51		<u>atención, de interactuar</u>		
E52		<u>en la clase para ver si</u>		
E53		<u>tenía algún resultado y no</u>		
E54		<u>pues, no ayudaba en</u>		
E55		<u>nada</u> , (risa)		
E56				
E57	¿Qué contenidos	A ver, comenzando con la	Programa.	Enseñanza de
E58	recuerdas haber	<u>primera prueba</u> , que se		las matemáticas
E59	estudiado?	trató de <u>integralees</u> ,		aplicadas.
E60		<u>simples</u> ¿verdad? Esa fue		
E61		como que la más simple		
E62		de todas...		
E63				
E64	Las indeterminadas.	Las indeterminadas, ajá.		
E65				
E66	Los métodos.	Ajá, <u>los métodos de</u>	Programa.	Enseñanza de
E67		<u>integración aunque no</u>	Planificación.	las matemáticas
E68		<u>llegamos a ver todo y lo</u>	Estrategias de	aplicadas.
E69		<u>que llegamos a ver fueron</u>	enseñanza.	
E70		<u>como cuatro, cinco, si no</u>	Estrategias de	
E71		<u>me equivoco</u> , eeeh,	evaluación.	
E72		verciale, los primeros		
E73		fueron fáciles, que si		
E74		<u>cambio de variable</u> ,		
E75		eeeh... <u>por partes</u> , eh...		
E76		después vimos lo que es,		
E77		eh... <u>fracciones parciales</u>		

Tabla 10 (cont.)

E78	y por último vimos
E79	<u>sustitución trigonométrica,</u>
E80	fueron tres, cuatro
E81	¿verdad? <u>En los últimos</u>
E82	<u>que fueron las de</u>
E83	<u>sustitución trigonométrica,</u>
E84	<u>él no llegó a explicar bien,</u>
E85	<u>ya faltaba muy poco para</u>
E86	<u>la prueba y eso que</u>
E87	<u>teníamos tres semanas</u>
E88	<u>ya estudiando la broma,</u> o
E89	sea, viendo las clases, y
E90	él los explicó, o sea, <u>él</u>
E91	<u>dijo que iba como tal que</u>
E92	<u>de esos últimos dos</u>
E93	<u>métodos que iba a poner</u>
E94	<u>un cierto ejercicio</u>
E95	<u>parecido porque no daba</u>
E96	<u>mucho chance para ver el</u>
E97	<u>método como tal, lo que</u>
E98	<u>hizo fue explicarnos,</u>
E99	<u>digamos, parcialmente,</u>
E100	entonces fue como que
E101	“gracias profe” (con cierta
E102	ironía) “muchas gracias”,
E103	<u>a pesar de eso, el día de</u>
E104	<u>la prueba, incluyéndome,</u>
E105	<u>todos, todos, todos</u>
E106	<u>nosotros estábamos tipo</u>
E107	<u>¿Amigo qué hacemos?</u>
E108	<u>Eso está difícil y resulta</u>
E109	<u>que había muchas cosas</u>
E110	<u>que hacer, muchas,</u>
E111	muchas, entonces <u>los</u>
E112	<u>métodos que tú puedes</u>
E113	<u>aplicar, no podías</u>

Tabla 13 (cont.)

E114		<u>aplicarlo porque en cada</u>		
E115		<u>ejercicio tenías que</u>		
E116		<u>aplicar un método en</u>		
E117		<u>concreto, o sea, si tú</u>		
E118		<u>podías aplicar cambio de</u>		
E119		<u>variable, no se podía</u>		
E120		<u>porque él te decía que</u>		
E121		<u>tenías que aplicar</u>		
E122		<u>sustitución trigonométrica,</u>		
E123		<u>un ejemplo, y si aplicabas</u>		
E124		<u>cambio de variable, se</u>		
E125		<u>podía, no te la daba</u>		
E126		<u>válido ¿verdad? Entonces</u>		
E127		<u>tenías que hacerlo por el</u>		
E128		<u>método.</u>		
E129				
E130	O sea, te limitaba los	A un método a usar y uno	Programa.	Enseñanza de
E131	ejercicios a un método	estaba como que bueno,	Planificación.	la las
E132		esa fue la primera prueba,	Estrategias de	matemáticas
E133		engorrosa y fea, todos	evaluación.	aplicadas.
E134		raspamos, reprobamos la		
E135		broma y fuimos a la		
E136		segunda sumativa, a <u>la</u>		
E137		<u>segunda evaluación, que</u>		
E138		<u>eran las definidas, las</u>		
E139		<u>integrales definidas</u>		
E140		<u>¿verdad? allí empezamos</u>		
E141		<u>a ver los límites, de</u>		
E142		<u>estudiar los límites de,</u>		
E143		<u>cómo se llaman, límites</u>		
E144		<u>superiores e inferiores</u>		
E145		<u>¿verdad? Y aaa...</u>		
E146		<u>digamos, qué hacer al</u>		
E147		<u>final del ejercicio qué</u>		
E148		<u>hacer con esos límites</u>		
E149		<u>¿verdad? Como</u>		

Tabla 13 (cont.)

E150		<u>cambiarlos cuando</u>		
E151		<u>usamos cambio de</u>		
E152		<u>variable y todo eso, lo que</u>		
E153		<u>no llegamos a ver en sí</u>		
E154		<u>fue otro método, aparte</u>		
E155		<u>de cambio de variable, no</u>		
E156		<u>sé por qué</u> , pero bueno,		
E157		digamos que nos quería		
E158		(risas), entonces <u>en el</u>		
E159		<u>momento de la prueba,</u>		
E160		<u>porque eso era una</u>		
E161		<u>semana de estudio</u>		
E162		<u>prácticamente y no nos</u>		
E163		<u>dio casi nada</u> , por		
E164		ejemplo, en las pruebas		
E165		teníamos queeee...		
E166		llegaba un momento en		
E167		que teníamos que definir		
E168		limites que si vean dos		
E169		ceros, de a, b, no me		
E170		acuerdo de eso, pero algo		
E171		tipo así ¿verdad? Y <u>no lo</u>		
E172		<u>explicó muy bien, él</u>		
E173		<u>solamente nos dijo que</u>		
E174		<u>iba a poner este tipo de</u>		
E175		<u>límites ¿verdad? Y que</u>		
E176		<u>teníamos que hacer esto,</u>		
E177		<u>así al pie de la letra...</u>		
E178				
E179	¿Eso era con integrales impropias?	Ajá, mecánicas, o sea	Estilo de	Enseñanza de
E180		algo <u>como si fuera un</u>	enseñanza.	las matemáticas
E181		<u>robot, tú tienes que hacer</u>	Método de	aplicadas.
E182		<u>esto cuando veas esto y</u>	resolución.	
E183		yo tatatata... no aprendí	Programa.	
E184		un coño, o sea yo <u>no</u>	Conocimiento	
E185		<u>aprendí nada</u> , no aprendí	del estudiante.	

Tabla 10 (cont.)

E186	nada de nada (risas),	Estrategia de	
E187	literalmente, yo decía, ajá	enseñanza.	
E188	<u>y por qué hago esto y el</u>	Estrategia de	
E189	<u>profesor como que, hazlo</u>	evaluación.	
E190	<u>solamente, así va a salir,</u>		
E191	tu pones ahí de cero a a,		
E192	de b no sé qué más y así		
E193	y yo ah bueno, entonces		
E194	yo veía esa broma y yo		
E195	de b tatatata como una	Motivación.	Emociones en el
E196	máquina, pregúnteme si		aprendizaje de
E197	aprendí por qué (risas)...		las matemáticas
E198	bueno ese fue el, <u>aunque</u>		aplicadas
E199	<u>no salimos del todo bien,</u>		
E200	<u>esa fue la mejor prueba</u>		
E201	<u>que tuvimos,</u> o sea, esa		
E202	fue la prueba digna,		
E203	después de ahí fue una		
E204	completa locura, <u>llegó</u>		
E205	<u>área sobre la curva que</u>		
E206	<u>fue la tercera sumativa,</u>		
E207	<u>ahí todos nos miramos la</u>		
E208	<u>cara porque no sabíamos</u>		
E209	<u>graficar,</u> él tampoco		
E210	ayudaba, además de eso,		
E211	eeeh, muchas cosas que,		
E212	bueno <u>es cierto que</u>		
E213	<u>deberíamos saber de</u>		
E214	<u>bachillerato y</u>		
E215	<u>necesitábamos aclararlas</u>		
E216	¿verdad? Por ejemplo, <u>yo</u>		
E217	<u>alguna vez le llegue a</u>		
E218	<u>preguntar, porque él nos</u>		
E219	<u>dijo que teníamos que</u>		
E220	<u>saber cómo calcular la</u>		
E221	<u>ecuación general de una</u>		

Tabla 10 (cont.)

E222	<u>recta, la ecuación general</u>
E223	<u>de una circunferencia y yo</u>
E224	<u>le dije, bueno profe será</u>
E225	<u>que puede darla en vez</u>
E226	<u>de investigarla y él dijo</u>
E227	<u>que no pues, que eso</u>
E228	<u>restaba a la clase y que</u>
E229	<u>les tocaba a ustedes</u>
E230	<u>investigarlo, algo que en</u>
E231	<u>verdad a mí me molestó</u>
E232	<u>mucho porque, o sea que</u>
E233	<u>le costaba dar al menos</u>
E234	<u>una sola y explicar cómo</u>
E235	<u>se sacaban, bueno el</u>
E236	<u>caso es que llegó el día</u>
E237	<u>de la prueba, solo tres</u>
E238	<u>aprobaron, así con nota</u>
E239	<u>mínima... los demás 40,</u>
E240	<u>20, 30, por abajo... otra</u>
E241	<u>prueba fatal... y después</u>
E242	<u>esa la volvieron a repetir</u>
E243	<u>¿verdad? Pero la</u>
E244	<u>mandaron de modo</u>
E245	<u>virtual, eeeh, lo gracioso</u>
E246	<u>de eso fue que igual</u>
E247	<u>salimos mal (risas) y</u>
E248	<u>entonces el profesor</u>
E249	<u>estaba indignado y</u>
E250	<u>nosotros también, porque</u>
E251	<u>resulta que nos quedaba</u>
E252	<u>una prueba, íbamos a</u>
E253	<u>raspar, si no sacábamos</u>
E254	<u>cien de cien, entonces el</u>
E255	<u>profesor nos dijo que</u>
E256	<u>bueno que podíamos</u>
E257	<u>hacer una excepción, que</u>

Tabla 13 (cont.)

E258		<u>si sacábamos cien en</u>		
E259		<u>esta prueba, nos ponía</u>		
E260		<u>cien en la anterior, porque</u>		
E261		<u>no nos quería ver la cara,</u>		
E262		<u>en palabras textuales, no</u>		
E263		<u>nos quería ver la cara en</u>		
E264		<u>remedial, entonces,</u>		
E265		<u>bueno, nos mandó la</u>		
E266		<u>última prueba virtual</u>		
E267		<u>también, entonces él nos</u>		
E268		<u>ayudó ¿verdad?...</u>		
E269				
E270	¿La última prueba era	Eeeh... era un poco sobre	Programa.	Enseñanza de
E271	de...?	matemática tres, entrando	Estrategias de	las matemáticas
E272		en este tema si... <u>series</u>	enseñanza.	aplicadas.
E273		<u>numéricas, series de</u>		
E274		<u>Mclaurin, series de</u>		
E275		<u>Taylor, que eso no lo</u>		
E276		<u>explicó, solo a las series</u>		
E277		<u>numéricas, las ultimas</u>		
E278		<u>hojas si las mando por</u>		
E279		<u>mandarlas, por decirlo</u>		
E280		<u>así, y bueno, eso fue casi</u>		
E281		<u>todo, todo el transcurso</u>		
E282		<u>de matemática dos.</u>		
E283				
E284	¿Qué dificultades	La primera era, eeeh...	Motivación del	Emociones en el
E285	presentaste? O sea, por	ok, <u>al momento de dar</u>	estudiante.	aprendizaje de
E286	ejemplo ¿Qué contenidos	<u>explicaciones, yo hacía</u>	Conocimiento	las matemáticas
E287	obstaculizaron el poder	<u>algunas preguntas y él</u>	del estudiante.	aplicadas.
E288	aprender, aparte de todo	<u>como que las ignoraba</u>	Estrategias de	
E289	lo que estas comentando	<u>¿verdad? No sé si es que</u>	Enseñanza.	
E290	acerca de la dinámica o la	<u>no me escuchaba o se</u>		
E291	interacción que había	<u>hacía el sordo, por así</u>		
E292	entre profesor-	<u>decirlo, algo que me</u>		
E293	estudiante?	<u>molestaba, pero nah...</u>		

Tabla 13 (cont.)

E294		eeeh... <u>el tema del</u>	Programa.	Enseñanza de
E295		<u>conocimiento previo que</u>	Planificación.	las
E296		<u>no lo tenía y él tampoco</u>		matemáticas.
E297		<u>ayudaba a darlo y que no</u>		Aplicadas.
E298		<u>sé si la materia de</u>		
E299		<u>matemática dos era muy</u>		
E300		<u>extensa en tema de</u>		
E301		<u>contenido y él quería</u>		
E302		<u>darlo todo, pero casi los</u>		
E303		<u>principios de contenido</u>		
E304		<u>eran, vamos a decirlos</u>		
E305		<u>completos en lo que él</u>		
E306		<u>daba y los finales ya casi</u>		
E307		<u>que lo que iba al final de</u>		
E308		<u>la prueba era como que, o</u>		
E309		<u>sea lo daba parcial</u>		
E310		<u>porque no alcanzaba el</u>		
E311		<u>tiempo y en el momento</u>		
E312		<u>de la prueba, o sea, tu</u>		
E313		podías hacerlo mecánico		
E314		¿verdad? si te lo		
E315		aprendías		
E316		mecánicamente, en caso		
E317		de que no, no sabías que		
E318		hacer con tu vida en ese		
E319		momento.		
E320				
E321	En cuanto al cálculo del	Eeeh... vamos a echar		
E322	área entre curvas	cabeza...		
E323	¿Podrías describir cómo			
E324	eran los problemas			
E325	propuestos en clase, en la			
E326	práctica y en las			
E327	evaluaciones?			
E328				
E329	O por lo menos ¿Cómo	eeeh... bueno, la primera	Estilo de	Enseñanza de

Tabla 13 (cont.)

E330	era la clase en ese	clase, que si me	enseñanza.	las matemáticas
E331	momento? ¿Qué hacía el	acuerdo, porque sé que no	Estrategias de	aplicadas.
E332	profesor desde que	entendí nada, sé que	enseñanza.	
E333	llegaba hasta que se	llegué temprano, ese día		
E334	retiraba del aula?... en	llegué temprano de paso,		
E335	cuanto al tema de cálculo	algo que nunca sucede,		
E336	de áreas	pero llegué temprano,		
E337		llegué tempranísimo más		
E338		que el profesor, el		
E339		profesor cuando llegó, me		
E340		dijo, llegaste temprano y		
E341		yo es que vengo a ver la		
E342		clase profe, yo aspirando,		
E343		ver si podía remontar,		
E344		sacar una buena nota		
E345		pues, cien, qué se yo,		
E346		eeeh y llega el profesor y		
E347		da inicio a la clase,		
E348		verdad, área sobre la		
E349		curva, <u>me acuerdo que el</u>		
E350		<u>primer momento que él</u>		
E351		<u>dijo, sacamos un sistema</u>		
E352		<u>de</u>		
E353		<u>ecuaciones y empezó a</u>		
E354		<u>hacer todo automático,</u>		
E355		<u>aplicamos el sistema de</u>		
E356		<u>ecuaciones, igualamos,</u>		
E357		<u>ya ustedes saben y es</u>		
E358		<u>igual a no sé qué más, si</u>		
E359		<u>es esto igualamos a cero</u>		
E360		ta ta ta ta, <u>sacamos esto,</u>		
E361		<u>tenemos los puntos de</u>		
E362		<u>cortes, esto es una</u>		
E363		<u>parábola, ya saben la</u>		
E364		<u>ecuación pasamos aquí,</u>		
E365		<u>pasamos allá y esos son</u>		

Tabla 13 (cont.)

E366		<u>los puntos y esto es lo</u>		
E367		<u>que vamos a calcular de</u>		
E368		<u>área sobre la curva, ahora</u>		
E369		<u>si vamos a meternos en la</u>		
E370		<u>integral</u> y yo decía Dios		
E371		(risa) y así, literalmente		
E372		fue así, o sea, él tuvo que		
E373		repetir como dos veces...		
E374		digamos que él decía que		
E375		era la más simple que		
E376		íbamos a ver para y		
E377		nosotros, profesor, vuelva		
E378		a repetir, cómo sacó los		
E379		puntos de corte y si nos		
E380		costó pues.		
E381				
E382	Pero cuando el profesor	eeeh, él generalmente	Estilo de	Enseñanza de
E383	daba las clases ¿Era el	decía como, o sea,	enseñanza.	las matemáticas
E384	único que intervenía en	<u>llegaba y resolvía un</u>	Estrategias de	aplicadas.
E385	todo el proceso? O ¿Les	<u>parte</u> verdad, iba	enseñanza.	
E386	hacía algún tipo de	<u>explicando y resolvía y</u>	Conocimiento	
E387	pregunta? O ¿Les	<u>llegaba en un punto</u>	del estudiante.	
E388	permitía hacer algún tipo	<u>donde decía, bueno</u>		
E389	de pregunta?	<u>muchachos qué se les</u>	Motivación del	Emociones en el
E390		<u>ocurre hacer aquí, y todos</u>	estudiante.	aprendizaje de
E391		<u>en nuestra cabeza,</u>		las matemáticas
E392		<u>bueno, y entonces</u>		aplicadas.
E393		<u>empezamos a hablar, ta</u>		
E394		ta ta ta, <u>algunas personas</u>		
E395		<u>eran ignoradas y otras</u>		
E396		<u>eran correspondidas, no</u>		
E397		<u>sé por qué, el caso era</u>		
E398		<u>que siempre estaba el</u>		
E399		<u>tema que tenemos que</u>		
E400		<u>ver el camino más corto,</u>		
E401		<u>pensar las cosas que</u>		

Tabla 13 (cont.)

E402		<u>estamos haciendo, que</u>		
E403		<u>debemos hacer</u> , verdad,		
E404		la cosa es que <u>al final</u>		
E405		<u>nunca aprendíamos</u>		
E406		<u>porque era todo</u> umju,		
E407		umju, ajá qué hacemos, o		
E408		sea él nunca, o sea a mí		
E409		me molestaba, él decía,		
E410		qué se les ocurre hacer		
E411		aquí y yo bueno profesor,		
E412		dejar la prueba, qué se		
E413		me va a ocurrir, o sea		
E414		(risas) entonces eeeh		
E415		ese era el tipo de		
E416		pregunta que		
E417		simplemente hacía, qué		
E418		se les ocurre hacer aquí,		
E419		entonces, por ejemplo, no		
E420		sé, <u>nosotros decíamos</u> ,		
E421		<u>factorizar por decir algo y</u>		
E422		<u>él</u> , ajá y <u>por qué y yo</u> ,		
E423		<u>porque es lo único que se</u>		
E424		<u>me ocurre y él</u> , bueno,		
E425		<u>está incorrecto y yo</u> ,		
E426		<u>explique pues</u> .		
E427				
E428	Te decía que estaba	No, o sea sí, pero <u>decía</u> ,	Estrategias de enseñanza.	Enseñanza de las matemáticas aplicadas.
E429	incorrecto ¿Y te explicaba	<u>tienes que hacer esto</u> ,		
E430	por qué estaba	<u>esto y esto, por esto, esto</u>		
E431	incorrecto?	<u>y esto</u> , eso sí lo hacía		
E432		bien.		
E433				
E434	Daba las razones	<u>Daba las razones, pero o</u>	Estrategia de enseñanza.	Enseñanza de las matemáticas aplicadas.
E435		<u>sea, no sé, de verdad que</u>		
E436		<u>a mí me molestaba este</u>		
E437		<u>semestre</u> , a mí en		

Tabla 13 (cont.)

E438		general, o sea <u>yo</u>		
E439		<u>necesitaba una</u>		
E440		<u>explicación válida y él se</u>		
E441		<u>paraba en medio de la</u>		
E442		<u>clase y decía, qué se les</u>		
E443		<u>ocurre hacer aquí y hay</u>		
E444		<u>puntos en los que yo si</u>		
E445		<u>sabía qué hacer, y yo le</u>		
E446		<u>decía, hay que hacer</u>		
E447		<u>esto, esto y esto y él me</u>		
E448		<u>ignoraba, así como que,</u>		
E449		<u>no necesito que lo digas</u>		
E450		<u>pues, necesito que</u>		
E451		<u>alguien se equivoque</u>		
E452		<u>para corregirlo, eso fue</u>		
E453		prácticamente todo.		
E454				
E455	¿Pero él hacía una	<u>La definición si la</u>	Estilo de enseñanza.	Enseñanza de las matemáticas aplicadas.
E456	introducción al tema? ¿O	<u>escribía, escribía la</u>		
E457	simplemente decía,	<u>fórmula en general, la</u>		
E458	vamos a ver este tema el	<u>teoría no, nunca llegó a</u>		
E459	día de hoy y comenzaba	<u>dar teoría, creo que la</u>		
E460	a dar la clase? ¿Daba	<u>única teoría que dio fue</u>		
E461	teoría o solo la práctica?	<u>de la primera sumativa,</u>		
E462	¿Escribía la definición?	<u>que explicó qué era la</u>		
E463	¿Demostraba? Describe	<u>integral, cómo eran las</u>		
E464	la situación.	<u>gráficas y eso, más nada,</u>		
E465		<u>después de ahí, no dio</u>		
E466		<u>más teoría, solo las</u>		
E467		<u>fórmulas y la clase como</u>		
E468		<u>tal.</u>		
E469				
E470	¿Crees que estos	<u>En las materias</u>	Utilidad.	Aprendizaje de las matemáticas aplicadas.
E471	contenidos sean de	<u>posteriores, obviamente</u>	Conocimiento	
E472	utilidad en materias	<u>que si, por ejemplo, física</u>	del estudiante.	
E473	posteriores o en tu ámbito	uno, física dos no sé si lo		

Tabla 13 (cont.)

E474	laboral? Argumenta tu	lleguemos usar, también		
E475	respuesta con toda	matemática tres, aparte		
E476	sinceridad.	de cálculo numérico,		
E477		necesitare integrales,		
E478		derivadas y todo eso, <u>en</u>		
E479		<u>el ámbito laboral pues</u>		
E480		<u>creo que en</u>		
E481		<u>programación, pienso yo,</u>		
E482		<u>de verdad que no sé.</u>		
E483				
E484	¿De qué manera crees	En mi carrera, o sea, <u>un</u>	Utilidad.	Aprendizaje de
E485	que tu experiencia en el	<u>conocimiento que tengo</u>	Conocimiento	las matemáticas
E486	curso de matemática dos,	<u>que adquirir a juro para</u>	del estudiante.	aplicadas.
E487	puede beneficiar o	<u>superar las otras</u>		
E488	perjudicar tu	<u>materias</u> , ¿no? Más allá		
E489	desenvolvimiento durante	de lo lógico... Eeeh...		
E490	tu formación académica o	<u>creo que el saber</u>		
E491	en tu futura área laboral?	<u>integrales no me hace</u>		
E492		<u>mal</u> pues, empezando por		
E493		ahí, <u>además que ayuda</u>		
E494		<u>muchas aplicaciones y</u>		
E495		<u>muchos métodos de</u>		
E496		<u>resolución que se podrían</u>		
E497		<u>aplicar a otras distintas</u>		
E498		<u>áreas... En mi carrera, de</u>		
E499		<u>verdad que no sé, nunca</u>		
E500		<u>me han guiado, como qué</u>		
E501		<u>voy a ver, cómo va a ser,</u>		
E502		<u>de verdad que le he visto</u>		
E503		<u>muy pocos usos,</u>		
E504		verdad... eeeh pero más		
E505		allá de lo lógico, de <u>para</u>		
E506		<u>qué sirve la integral y</u>		
E507		<u>cómo se usa, no sé</u>		
E508		<u>mucho de las</u>		
E509		<u>aplicaciones de este tipo</u>		

Tabla 13 (cont.)

E510	¿Qué crees tú que te	_Una explicación no tan	Estrategias de	Enseñanza de
E511	hubiese ayudado a	parcial, <u>que hubiera</u>	enseñanza.	las matemáticas
E512	comprender el contenido	<u>explicado</u> , aunque		aplicadas.
E513	durante la clase?	hubiera sido estúpido, <u>las</u>		
E514		<u>cosas que supuestamente</u>	Estrategias de	Aprendizaje de
E515		<u>nosotros debimos haber</u>	aprendizaje	las matemáticas
E516		<u>aprendido en bachillerato</u> ,		aplicadas.
E517		al menos una vez, yo creo		
E518		que hubiera... <u>porque</u>		
E519		<u>generalmente la mayoría</u>		
E520		<u>de nuestras</u>		
E521		<u>equivocaciones son cosas</u>		
E522		<u>de bachillerato</u> ,		
E523		factorización, no sé,		
E524		sistemas de		
E525		ecuaciones,... que si		
E526		debimos ver, pero		
E527		acordarse uno de eso,		
E528		imagínese, una		
E529		repasadita no está mal		
E530		pues. Además, otra cosa,		
E531		sería <u>una mejor</u>		
E532		<u>explicación</u> , de verdad		
E533		que <u>yo nunca le entendí a</u>		
E534		<u>ese profesor, siempre</u>		
E535		<u>tenía que buscar ayuda</u>		
E536		<u>externa</u> .		
E537				
E538	Pero cuando te refieres a	Primero una <u>clase más</u>	Estrategias de	Enseñanza de
E539	una mejor explicación	<u>dinámica</u> porque sus	enseñanza.	las matemáticas
E540	¿cómo tendría que ser	clases, discúlpeme la		aplicadas.
E541	esa explicación?	palabra, eran una		
E542		porquería, he visto clases		
E543		de profesores que dicen		
E544		que son malos, pero él		
E545		superó a todos. Además		

Tabla 13 (cont.)

E546		_esteee...		
E547				
E548	Que fuese más dinámica,	O sea, <u>que me hubiera</u>	Estrategias de	Enseñanza de
E549	¿Qué otra cosa?	<u>dicho las razones por qué</u>	enseñanza.	las matemáticas
E550		<u>voy a utilizar cada cosa,</u>		aplicadas.
E551		no el úsalo		
E552		automáticamente porque		
E553		va así en la prueba y esto		
E554		es lo que van a hacer.		
E555				
E556	O sea, algo que fuese	O sea, yo lógicamente no	Conocimiento	Aprendizaje de
E557	razonado o argumentado	pienso así, <u>yo necesito un</u>	del estudiante.	las matemáticas
E558		<u>por qué y un por qué se</u>	Comprensión	aplicadas.
E559		<u>hacen las cosas.</u> Si a mí	del estudiante.	
E560		me dicen, no sé, ponle	Estrategias de	
E561		cero, yo digo, ajá ¿y por	enseñanza.	
E562		qué? Porque ahí va cero,		
E563		ponlo automático, ahí va		
E564		cero, siempre que veas		
E565		eso, va cero... ajá, pero si		
E566		yo quiero ponerle uno, por		
E567		qué no puedo ponerle		
E568		uno, o sea, <u>son cosas que</u>		
E569		<u>en mi me mente dice, por</u>		
E570		<u>qué, por qué, y aunque</u>		
E571		<u>parezca una estupidez,</u>		
E572		<u>eso limita mi</u>		
E573		<u>comprensión, ajá yo lo</u>		
E574		<u>hago automático y en el</u>		
E575		<u>momento en que se me</u>		
E576		<u>presente otra situación,</u>		
E577		<u>que tengo que poner.</u>		
E578				
E579	Claro	O sea, <u>él lo decía porque</u>	Estilo de	Enseñanza de
E580		<u>en las pruebas esto va a</u>	enseñanza.	las matemáticas
E581		<u>ir, lo van a poner</u>	Estrategia de	aplicadas.

Tabla 13 (cont.)

E582		<u>automático, verdad.</u>	enseñanza.	
E583		Otra cosa, <u>lo que hubiera</u>	Conocimiento	
E584		<u>mejorado de verdad</u> , que	del docente.	
E585		yo pienso que si raspo	Pedagogía del	
E586		¡cónchale! digo que es mi	docente.	
E587		culpa <u>es que él hubiera</u>		
E588		<u>dado una mejor</u>		
E589		<u>explicación del tema</u> , no		
E590		sé si me comprende, no		
E591		sé cómo explicarlo con		
E592		palabras... eeh...		
E593		cónchale... <u>el profesor si</u>		
E594		<u>sabía lo que hacía, él</u>		
E595		<u>sabía matemáticas</u>		
E596		<u>sinceramente, no se lo</u>		
E597		<u>puedo negar...</u>		
E598				
E599	Tiene el conocimiento	<u>Él tiene el conocimiento y</u>	Conocimiento	Enseñanza de
E600	matemático	<u>todo lo demás que no</u>	del docente.	las matemáticas
E601		<u>tengo, verdad, pero hay</u>	Pedagogía del	aplicadas.
E602		<u>persona que son hechas</u>	docente.	
E603		<u>para ser profesor y otras</u>	Misión del	
E604		<u>personas que no son</u>	docente.	
E605		<u>hechas para ser profesor,</u>	Estrategias de	
E606		<u>él puede tener todo el</u>	enseñanza.	
E607		<u>conocimiento del mundo,</u>		
E608		<u>pero no sabía cómo</u>	Conocimiento	Aprendizaje de
E609		<u>expresarlo</u> , él podía ser	del estudiante	las matemáticas
E610		físico cuántico, no sé,		aplicadas.
E611		tener cinco maestrías y		
E612		dos doctorados, <u>pero de</u>		
E613		<u>qué te sirve eso si al fin y</u>		
E614		<u>al cabo, si eres maestro,</u>		
E615		verdad, <u>donde tu única</u>		
E616		<u>meta y tu única obligación</u>		
E617		<u>u objetivo es enseñar y</u>		

Tabla 13 (cont.)

E618		<u>que no lo logres, sería...</u>		
E619		en este caso, <u>con este</u>		
E620		<u>profesor, pasaba lo</u>		
E621		<u>mismo, en el momento de</u>		
E622		<u>explicar, de enseñar,</u>		
E623		<u>quedaba muy vago, si nos</u>		
E624		<u>ayudaba en las</u>		
E625		<u>evaluaciones,</u>		
E626		<u>diciéndonos, esto es lo</u>		
E627		<u>que va a ir más o menos</u>		
E628		<u>y esto es lo que tienen</u>		
E629		<u>que hacer</u>		
E630		<u>automáticamente, pero</u>		
E631		llegamos a la misma, por		
E632		qué... <u>Por ejemplo, ahora</u>		
E633		<u>en matemática tres, hay</u>		
E634		<u>cosas que tenemos que</u>		
E635		<u>saber de matemática dos,</u>		
E636		<u>que no eran automáticas</u>		
E637		<u>y tenían su por qué y que</u>		
E638		<u>el profesor había dicho</u>		
E639		<u>que teníamos que</u>		
E640		<u>hacerlas automáticas,</u>		
E641		entonces era como que,		
E642		bueno.		
E643				
E644	O sea, la situación	<u>Si, tenía que analizar de</u>	Conocimiento	Aprendizaje de
E645	planteada era diferente y	<u>por qué iba el bendito</u>	del estudiante.	las matemáticas
E646	tenías que analizar	<u>cero, por ejemplo, y cómo</u>		aplicadas.
E647		<u>le explicaba a la profesora</u>		
E648		<u>que el profesor de</u>		
E649		<u>matemática dos me dijo,</u>		
E650		<u>ponlo automático porque</u>		
E651		<u>eso va para la prueba,</u>		
E652		<u>porque eso es así,</u>		
E653		entonces llegamos a la	Estilo de	Enseñanza de

Tabla 13 (cont.)

E654		misma, hay profesores	enseñanza.	las matemáticas
E655		que sirven para enseñar y	Estrategias de	aplicadas.
E656		hay otros que no,	enseñanza.	
E657		<u>entonces eso es lo más</u>		
E658		<u>triste del caso, que un</u>		
E659		<u>profesor que da una</u>		
E660		<u>materia tan importante</u>		
E661		<u>como matemática dos o</u>		
E662		<u>cualquier matemática y al</u>		
E663		momento de enseñar, no		
E664		sirva, porque <u>no está</u>		
E665		<u>haciendo nada, está</u>		
E666		<u>dando la explicación del</u>		
E667		<u>libro prácticamente.</u>		
E668				
E669	Ajá, pero a ciencia cierta,	No, <u>en palabras del</u>	Utilidad.	Enseñanza de
E670	¿llegaron a estudiar	<u>profesor, eso no lo</u>	Conocimiento	las matemáticas
E671	aplicaciones de la integral	<u>íbamos a ver nunca más</u>	del docente.	aplicadas.
E672	definida a la vida real, a tu	<u>en nuestra carrera,</u>		
E673	carrera?	palabras textuales.		
E674	Nunca más lo ibas a ver	O sea, yo le pregunté qué		
E675	en tu carrera, pero lo	íbamos a hacer con eso		
E676	estás utilizando en	en la vida real y qué en		
E677	Matemática tres.	que beneficiaba eso mi		
E678		carrera y en palabras		
E679		textuales de él, un coño,		
E680		solamente para joderles		
E681		la vida, así y yo bueno		
E682		profe.		
E683				
E684	O sea, no sabes cómo	Lo desconozco.		
E685	vas a aplicar eso en tu			
E686	carrera o si tiene alguna			
E687	aplicación en tu carrera.			
E688				
E689	Bueno, agradecida	Eeeh bueno, <u>me hubiera</u>	Motivación.	Aprendizaje de

Tabla 13 (cont.)

E690	nuevamente por tu	<u>gustado aprender más en</u>	las matemáticas
E691	tiempo, por tu	<u>matemática dos</u>	aplicadas.
E692	disponibilidad, tu	<u>sinceramente y no estar</u>	
E693	disposición para colaborar	<u>pariendo en matemática</u>	
E694	con la investigación...	<u>tres, había algunas cosas</u>	
E695	¿Tienes algo que	<u>que si eran necesarias.</u>	
E696	agregar?		
E697			
E698	Bueno, muy agradecida		
E699	entonces, cualquier cosa		
E700	te contacto nuevamente,		
E701	y si no, muchas gracias.		

Durante la entrevista, la manera en que el estudiante percibió su entorno y la forma en que interpretó la información que recibió, permitió detectar, otros elementos que tuvieron alguna repercusión en el desenvolvimiento del estudiante durante el curso de la asignatura de Matemática II

Algo mencionado en reiteradas oportunidades por el estudiante, fue su inconformidad hacia el comportamiento diferenciado que presentaba el docente al momento de la participación en clase, para él, el profesor, prestaba más atención a unos estudiantes que a otros. El ser ignorado, dependiendo de la madurez que tenga cada persona, puede influir o no en su parte motivacional ya que para muchos el que alguien lo ignore al momento de emitir una idea u opinión, se traduce en que no es importante lo que se está diciendo o por lo menos no se considera importante en ese momento.

A pesar de que en ocasiones, el estudiante llegó a sentir que su participación no era valorada como él esperaba, en algunos momentos creyó que el profesor lo ignoraba porque necesitaba que alguien se equivocara, porque luego de que alguien emitía una respuesta errada, la aclaratoria del profesor coincidía con la idea ignorada del estudiante. Para evitar este tipo de interacción inadecuada, es necesario establecer normas de participación, de manera que si la intención del docente es aprovechar el error de determinado estudiante para originar momentos de reflexión positiva, este

tenga la libertad de seleccionar un estudiante al azar, mientras que los demás participantes deben esperar su turno para emitir opinión.

Por otra parte, el estudiante entrevistado, manifestó que su desempeño durante el curso de Matemática II se vio afectado por tres aspectos en particular: (a) la forma de explicar del docente (metodología), la cual no le permitía comprender el porqué del procedimiento, (b) las dificultades que tenía con respecto a su base cognitiva (los contenidos estudiados durante su bachillerato y que aún no habían sido asimilados) y (c) la indisposición del profesor a atender las demandas cognitivas del estudiante (muchas veces relacionadas con la dificultades cognitivas mencionadas en la parte b).

El estudiante también añadió que cree que hubiese sido de gran ayuda que el docente recordara ciertos procedimientos, tal vez no de una manera extensa o rigurosa, pero si en la medida que el profesor explicaba la resolución de los ejemplos durante la clase. Al no hacerlo, el estudiante no encontró el sentido al nuevo contenido que se estaba desarrollando, la falta de argumentación no le permitió comprender lo que estaba ocurriendo, por lo que le fue difícil alcanzar un aprendizaje significativo.

Según el relato del estudiante, la mayoría de las clases no estaban acompañadas de discursos teóricos, por lo general las clases contaban con la fórmula que serviría para realizar los cálculos y un grupo de ejemplos desarrollados por el profesor. Lo negativo de esto es que al no haber presentado aspectos teóricos (construcción de la técnica, elementos históricos, etc.) no contextualizó la situación para que el estudiante comprendiera mejor lo planteado y se sintiera identificado.

Sin embargo, el estudiante también recordó que, en el desarrollo de la solución de los problemas planteados, el profesor intentaba que los estudiantes se involucraran en la situación estudiada, pidiéndoles que sugirieran procesos alternativos para resolver la cuestión demandada.

Había momentos en que los estudiantes no eran asertivos con las respuestas y el profesor continuaba la resolución por su cuenta, mientras que otras veces algunos estudiantes ofrecían escenarios factibles, pero el profesor les aconsejaba optar por un proceso más rápido, corto y eficiente. En algunos casos, este consejo resultaba incoherente ante el hecho de que no todos los estudiantes (por lo menos en el caso particular de este estudiante) cuentan con un amplio repertorio de herramientas

procedimentales matemáticas como para generar una variedad de respuesta. La intención de incluir al estudiante es vista como positiva, pero considerando su realidad, las cuestiones o preguntas podrían ser enfocadas o estructuras de otra manera.

También se determinó como interesante que el profesor cuestionara las respuestas dadas por el estudiante, no se sabe con qué propósito lo hacía, pero se presume que era para corroborar que el estudiante poseía dicho conocimiento o si era un comentario suelto por no dejar de responder la interrogante propuesta o si era para que la explicación del estudiante cuestionado sirviera de aclaratoria para cualquier otro estudiante que no supiera la respuesta. Este tipo de estrategia resulta positiva, siempre y cuando, su propósito sea diagnosticar (para conocer los aspectos que deben ser reforzados durante el proceso de enseñanza para que el contenido sea entendible) o formar; de lo contrario no tendría sentido.

Con respecto a los contenidos desarrollados durante el curso de Matemática II, el estudiante mencionó el estudio de los métodos de integración, el cálculo de área, integrales impropias y series numéricas, pero en ningún momento hizo referencia al estudio de las aplicaciones de la integral, con lo cual el docente desaprovechó la oportunidad de sumarle sentido, intencionalidad, pertinencia y significado a la integral definida dentro de la carrera de ingeniería.

No obstante, cuando el estudiante le preguntó al profesor sobre la utilidad del contenido dentro de la carrera de ingeniería civil, la respuesta obtenida no fue satisfactoria, además de denotar el desconocimiento (por parte del docente) sobre la importancia que tiene el programa de Matemática II (específicamente integral definida y sus aplicaciones) para el desarrollo de habilidades que podrían ser de provecho para el futuro ingeniero.

A criterio del estudiante, el docente no cubrió sus expectativas, pero reconoció que el docente poseía el conocimiento matemático, evidenciado en la rapidez y facilidad con la que resolvía los problemas propuestos como ejemplos, pero consideraba que lo que no sabía el docente era hacer llegar el conocimiento a los estudiante, pues para él, la mayoría de sus compañeros estaban en la misma situación.

Con relación al aspecto emocional, en varios momentos de la entrevista, el estudiante se mostró frustrado y dio a entender que la motivación que tenía

inicialmente, impulsada por aprender algo nuevo que le podría ser útil, se había desvanecido, pese a su gusto por la matemática.

Otro elemento que jugó en contra del estudiante fue el hecho de que en algún punto del semestre, el docente mostraba ejercicios modelos durante las clases, indicando a los estudiantes que el procedimiento a aplicar en la evaluación, sería el mismo, sin argumentar por qué debían proceder de esa manera. No se sabe si era una medida desesperada, producto de la preocupación por la situación en cuanto al rendimiento de los estudiantes y/o del no saber qué más hacer para ayudarlos. Aunque la medida aplicada, en realidad no ayudaba a ninguno de los participantes. Ante este tipo de situaciones, se debe tener en cuenta, que la aprobación de una evaluación o de la asignatura en general, en teoría, según el constructivismo, debería ser la consecuencia del aprendizaje significativo, no de la memorización.

Lo anterior se evidenció cuando el estudiante expresó que a pesar de haber aprobado la materia, las dificultades no superadas sobre sus conocimientos previos y los no aprendidos durante el curso de Matemática II, estaban repercutiendo en su desempeño en el curso de Matemática III, pues no sabía ni argumentar lo que había aprendido por memorización, ni diferenciar las situaciones en las que se debía o no utilizar los procedimientos que supuestamente conocía.

Bajo estos términos, se pudo observar que desde el punto de vista del estudiante entrevistado, las acciones del docente tienen que ver mucho con su proceso de aprendizaje, no porque el docente haya sido percibido como el responsable de resolver todos los problemas cognitivos que el estudiante pueda presentar, sino como aquella persona que puede hacer aportes desde su forma de enfrentar las necesidades y proponer estrategias para aclarar algunas dudas, hasta aquella persona que puede lograr que el estudiante asocie lo anterior con el nuevo conocimiento, ayudándolo a encontrar la utilidad en el ámbito profesional, en la medida que lo motiva para propiciar condiciones que le permitan mantener la atención y las ganas de aprender.

Para verificar y ampliar un poco los resultados obtenidos, adicionalmente se realizó una entrevista a un segundo estudiante que también tenía poco tiempo de haber aprobado el curso de Matemática II, y que había cursado la materia con un profesor distinto. De igual manera, la entrevista constaba de algunas preguntas base, pero se

adicionaron unas pocas en función a las declaraciones que iban emergiendo por parte del entrevistado.

Tabla 14.

Entrevista semi – estructurada a informante clave correspondiente a estudiante de ingeniería civil que recientemente aprobó el curso de Matemática II.

Código	Investigador	Entrevistado	Subcategoría	Categoría
E702	Saludos, agradecida de			
E703	antemano por tu			
E704	disposición para colaborar			
E705	con la investigación.			
E706				
E707	Primera pregunta, ¿Cómo	Mi experiencia con el	Estrategias de	Aprendizaje de
E708	podrías describir tu	curso de Matemática II	aprendizaje.	las matemáticas
E709	experiencia durante el	fue de mucho provecho	Hábitos de	aplicadas.
E710	curso de Matemática II?	para mi crecimiento	estudio.	
E711		personal con respecto a		
E712		esta materia debido a que		
E713		el tema que éste trata, <u>se</u>		
E714		<u>me hizo de mucha</u>		
E715		<u>complejidad, pero gracias</u>		
E716		<u>a la práctica, a llevar los</u>		
E717		<u>contenidos poco a poco,</u>		
E718		<u>paso por paso,</u>		
E719		<u>empezando por lo más</u>		
E720		<u>fácil hasta lo más difícil</u>		
E721		<u>pude tener un dominio</u>		
E722		<u>relativamente grande de</u>		
E723		<u>los contenidos que este</u>		
E724		<u>presenta.</u>		
E725				
E726	¿Qué contenidos	Recuerdo haber visto	Programa.	Enseñanza de
E727	recuerdas haber	<u>integrales por partes,</u>		las matemáticas
E728	estudiado en dicho curso?	<u>trigonométricas, por</u>		aplicadas.
E729		<u>fracciones parciales, área</u>		
E730		<u>bajo la curva, área bajo</u>		

Tabla 14 (cont.)

E731		<u>las dos curvas, sólidos en</u>		
E732		<u>revolución.</u>		
E733				
E734	Quiere decir que solo	<u>No, no tuvimos</u>	Planificación.	Enseñanza de
E735	estudiaron aplicaciones	<u>oportunidad de estudiar</u>		las matemáticas
E736	geométricas de la integral	<u>aplicaciones físicas.</u>		aplicadas.
E737	definida ¿O tuvieron			
E738	oportunidad de estudiar			
E739	las aplicaciones físicas?			
E740				
E741	En cuanto a los temas	<u>Presenté dificultades al</u>	Proceso de	Aprendizaje de
E742	que pudieron desarrollar	<u>comienzo del curso con</u>	aprendizaje.	las matemáticas
E743	en el curso de	<u>integrales definidas</u>	Conocimiento	aplicadas.
E744	Matemática II, ¿Qué	<u>debido a que no tenía</u>	del estudiante.	
E745	dificultades presentaste?	<u>muy claro cómo</u>		
E746	En especial, en el tema	<u>resolverlas o qué</u>		
E747	de integral definida y sus	<u>métodos podría... se</u>		
E748	aplicaciones.	<u>podrían utilizar para</u>		
E749		<u>resolverlas y gracias a</u>		
E750		<u>esto estuve un tiempo</u>		
E751		<u>enfocado en este tema en</u>		
E752		<u>especial y luego, luego de</u>		
E753		<u>esto si se me hizo un</u>		
E754		<u>poco más fácil poder</u>		
E755		<u>seguir con las... las</u>		
E756		<u>siguientes temas.</u> Se me		
E757		presentaron algunas		
E758		dificultades, pero no de		
E759		tal magnitud como al		
E760		principio del curso.		
E761		<u>Fueron simplemente</u>		
E762		<u>errores de cálculo o</u>		
E763		<u>métodos que no</u>		
E764		<u>recordaba.</u>		

Tabla 14 (cont.)

E765	Cuando dices, errores de	<u>Eran errores de cálculo ya</u>	Conocimiento	Aprendizaje de
E766	cálculo ¿A qué te	sean como <u>no saber</u>	del estudiante.	las matemáticas
E767	refieres? ¿Cuáles eran	<u>utilizar las propiedades de</u>		aplicadas.
E768	esos errores?	<u>un potencia, los productos</u>		
E769		<u>notables, etc.</u>		
E770				
E771	En cuanto al cálculo del	En los ejercicios	Ejercicios del	Aprendizaje de
E772	área entre curvas	propuestos siempre	libro.	las matemáticas
E773	¿Podrías describir cómo	utilizamos los del libro de	Tipos de	aplicadas.
E774	eran los problemas	Jorge Sáenz, <u>la práctica</u>	problemas	
E775	propuestos en clase, en la	<u>eran ejercicios básicos.</u>	propuestos.	
E776	práctica y en las	<u>sin mayor dificultad, al</u>		
E777	evaluaciones?	<u>igual que los del examen,</u>		
E778		<u>eran ejercicios con</u>		
E779		<u>funciones relativamente</u>		
E780		<u>fáciles de resolver con un</u>		
E781		<u>poquito de dificultad, pero</u>		
E782		<u>nada más allá de lo</u>		
E783		<u>normal,</u> siempre eran		
E784		ejercicios desde mi punto		
E785		de vista, sencillos.		
E786				
E787	¿Qué tipo de dificultades	<u>No presenté mucha</u>	Comprensión del	Aprendizaje de
E788	presentaste en este	<u>dificultades en este tema,</u>	estudiante	las matemáticas
E789	tema?	<u>pero la que más me</u>		aplicadas.
E790		<u>recuerdo, la más</u>		
E791		<u>significante fue de la</u>		
E792		<u>que... no sabía ubicar</u>		
E793		<u>la... que función restaría</u>		
E794		<u>a la otra, fuera la de</u>		
E795		<u>arriba, la de la derecha...</u>		
E796		<u>presenté a veces un poco</u>		
E797		<u>de dificultad con esto.</u>		
E798				
E799	Con respecto a las	<u>Las clases siempre eran</u>	Planificación.	Enseñanza de

Tabla 14 (cont.)

E800	estructuras de las clases	<u>de forma que primero</u>		las matemáticas
E801	¿Podrías describirlas?	<u>veíamos la teoría y luego</u>		aplicadas.
E802	¿Qué aspectos sentías	<u>la práctica... Eeeh...</u>		
E803	que eran positivos para tu	Considero que <u>la teoría</u>		
E804	aprendizaje y cuáles no?	<u>es muy importante, ya</u>	Componente	Aprendizaje de
E805		<u>que gracias a esta nos</u>	teórico.	las matemáticas
E806		<u>podíamos apoyar en la</u>	Ejercicios	aplicadas.
E807		<u>resolución de ejercicios</u>	propuestos.	
E808		<u>en casa o actividades</u>		
E809		<u>fuera del aula y lo que no</u>		
E810		<u>consideré muy</u>		
E811		<u>provechoso para el curso</u>		
E812		<u>fue la velocidad de las</u>		
E813		<u>clases y que siempre se</u>		
E814		<u>realizaban ejercicios que</u>		
E815		<u>no tenían gran dificultad,</u>		
E816		<u>siempre eran de un nivel</u>		
E817		<u>bajo, no tenían muy alto</u>		
E818		<u>nivel de dificultad y por</u>		
E819		<u>eso considero que entre</u>		
E820		<u>el profesor explique más</u>		
E821		<u>ejercicios con mayor</u>		
E822		<u>dificultad será más</u>		
E823		<u>provechoso para el</u>		
E824		<u>estudiante.</u>		
E825				
E826	¿Consideras (Con toda	Bueno, considero que si	Utilidad.	Aprendizaje de
E827	sinceridad) que estos	es importante, ya que <u>por</u>		las matemáticas
E828	contenidos serán de	<u>lo menos estoy viendo</u>		aplicadas.
E829	utilidad en materias	<u>ahorita la materia estática</u>		
E830	posteriores?	<u>y utilizamos muchas</u>		
E831		<u>integrales... Eeeh... es</u>		
E832		<u>fundamental conocer las</u>		
E833		<u>integrales porque sino no</u>		

Tabla 14 (cont.)

E834		<u>lograrías aprobar esta</u>		
E835		<u>materia</u> , entonces me he		
E836		dado cuenta que si es		
E837		importante, en la materia		
E838		de física II también me las		
E839		encontré y siento que si		
E840		siento que es importante		
E841		para las demás materias.		
E842				
E843	Pero en el caso del tema	<u>No, en ese tema no</u>	Utilidad.	Aprendizaje de
E844	de cálculo de área entre	<u>considero que tenga</u>		las matemáticas
E845	curvas ¿Crees que tiene	<u>alguna relevancia en</u>		aplicadas.
E846	algún tipo de utilidad para	<u>alguna de las materias</u>		
E847	materias posteriores o en	<u>posteriores o en algún</u>		
E848	tu futura área laboral?	<u>área laboral.</u>		
E849				
E850	¿Te hubiese gustado que	<u>Me hubiese gustado que</u>	Estrategias de	Aprendizaje de
E851	el profesor incluyera otro	<u>el profesor hubiese</u>	enseñanza.	las matemáticas
E852	tipo de actividades,	<u>implementado, ya fuera</u>	Estrategias de	aplicadas.
E853	dinámicas o ejercicios?	<u>un taller grupal que</u>	evaluación	
E854	De ser positiva tu	<u>fomentara el estudio o</u>		
E855	respuesta, indica y	<u>unaaa... algo que me</u>		
E856	describe cada una de	<u>parece muy provechoso</u>		
E857	ellas.	<u>es el poder pasar a la</u>		
E858		<u>pizarra y que con ayuda</u>		
E859		<u>del profesor uno resuelva</u>		
E860		<u>un ejercicio, me parece</u>		
E861		<u>que eso... uno puede</u>		
E862		<u>sacar mucho provecho de</u>		
E863		<u>esa actividad.</u>		
E864				
E865	Desde tu perspectiva ¿En	Considero que <u>un taller,</u>	Estrategias de	Aprendizaje de
E866	qué sentido, un taller	describiendo la actividad,	evaluación.	las matemáticas
E867	fomenta el estudio?	como ya sea un examen		aplicadas.
E868	¿Cómo tendría que ser el	<u>evaluado en grupo de dos</u>		
E869	taller para que fomente el	<u>o tres personas,</u>		

Tabla 14 (cont.)

E870	estudio? Describe dicha	<u>considero que es de</u>
E871	actividad.	<u>bastante provecho, ya</u>
E872		<u>que personalmente y</u>
E873		<u>considerando a ciertas</u>
E874		<u>personas que conozco, el</u>
E875		<u>estudio en grupo es</u>
E876		<u>mucho más provechoso</u>
E877		<u>que el individual, debido a</u>
E878		<u>que nos podemos ayudar</u>
E879		<u>mutuamente y aclarar</u>
E880		<u>dudas que le surjan a</u>
E881		<u>cada quien, considero</u>
E882		<u>que eso ayuda mucho a</u>
E883		<u>poder aclarar dudas,</u>
E884		<u>preguntas, inquietudes</u>
E885		<u>sobre los temas.</u>
E886		
E887	Por los momentos, esto	Espero haber sido de
E888	sería todo, agradezco	muchísima ayuda.
E889	mucho tu disposición para	
E890	participar en la	
E891	investigación, feliz día.	

De igual manera que en el caso anterior, el estudiante manifestó que al principio de la materia, se le hizo difícil el estudio del contenido por dificultades relacionadas con conocimientos que debieron haber sido adquiridos previamente, pero en su caso, enfrentó el problema de forma diferente, estableció una práctica de forma gradual que requirió de disciplina y constancia y que al final le fue efectiva.

En su caso, el docente estructuraba con más formalidad las clases e indicó que los ejemplos estudiados no requerían de mayor análisis y destreza matemática, por lo que las unidades temáticas fueron desarrolladas de manera bastante rápida. Este hecho no lo perjudicó al momento de la evaluación, ya que los problemas propuestos en las evaluaciones no se diferenciaban mucho de los expuestos en clase.

Desde su punto de vista, le hubiese gustado que el profesor planteara problemas con un mayor grado de dificultad para que generaran más oportunidades de análisis, así como también la posibilidad de realizar evaluaciones grupales, pues opinó que las mismas podrían resultar de gran beneficio por el intercambio de ideas que este tipo de actividades conlleva. Este último aspecto es interesante, porque visto de esa manera, dentro de la tarea del ingeniero, se debe tener la habilidad de comunicar ideas para discutir propuestas y tomar decisiones.

En este mismo orden de ideas, el estudiante se mostró consciente de que los contenidos estudiados en Matemática II, de alguna manera, eran necesarios para el desarrollo de los contenidos de otras materias que ya estaba cursando, pero no les proyectaba mayor provecho que ese. Se presume que esto se debía a la ausencia de actividades que asociaran el contenido matemático con situaciones reales propias de la carrera, adicionado a la supresión del contenido de aplicaciones físicas de la integral definida.

Asimismo, el estudiante, no solo coincidió con el otro estudiante, en que las aplicaciones de la integral definida estudiadas fueron las de carácter geométrico, sino que también se le hacía difícil diferenciar los elementos que conformaban, por ejemplo, la definición de área entre curvas.

Con esta segunda entrevista, se reafirmó la existencia de algunos escenarios detectados en la entrevista anterior, además de otros elementos que podrían ser considerados para mejorar algunas fases del proceso de aprendizaje de un tema tan importante como este.

Ya para cerrar el análisis del desempeño estudiantil y la valoración que el mismo le da al proceso formativo, se aplicó una tercera entrevista, a un estudiante que se encontraba cursando semestres avanzados, de manera que se pudieran corroborar algunos datos ofrecidos por los docentes, en cuanto a la utilidad del contenido en materias propias de la carrera.

La entrevista, de igual manera, constaba de un grupo de preguntas iniciales, enfocadas hacia la experiencia que ha tenido el estudiante desde el inicio de su carrera hasta los semestres cursados recientemente.

Tabla 15

Entrevista semi – estructurada a informante clave correspondiente a estudiante de ingeniería civil cursa materias de semestres avanzados

Código	Investigador	Entrevistado	Subcategoría	Categoría
E892	Vamos a dar inicio a la	Gracias.		
E893	entrevista del estudiante			
E894	que aprobó Matemática II			
E895	y cursa materias			
E896	avanzadas. Bienvenido.			
E897				
E898	La primera pregunta es,	Recuerdo los <u>métodos de</u>	Programa.	Enseñanza de
E899	¿cómo fue tu experiencia	<u>integración</u> , también el	Estilo de	las matemáticas
E900	en el estudio de los	<u>cálculo de área bajo la</u>	enseñanza.	aplicadas.
E901	contenidos de Matemática	<u>curva, la definición de las</u>		
E902	II, o sea, qué es lo que	<u>integrales...</u> eh, <u>la</u>		
E903	recuerdas?	<u>aplicación de las</u>		
E904		<u>integrales</u> eso también lo		
E905		<u>recuerdo y en general</u>		
E906		<u>cuestiones numéricas-</u>		
E907		<u>teóricas más que todo, en</u>		
E908		<u>un gran porcentaje más</u>		
E909		<u>teóricas que prácticas.</u>		
E910				
E911	Pero por ejemplo, en las	<u>Integral definida.</u>	Programa.	Enseñanza de
E912	aplicaciones, bueno,			las matemáticas
E913	mencionaste integral			aplicadas.
E914	definida por lo que estoy			
E915	entendiendo.			
E916				
E917	Pero ¿qué aplicaciones	<u>Si, área bajo la curva.</u>	Programa.	Enseñanza de
E918	estudiaron en ese			las matemáticas
E919	momento?, porque ellas			aplicadas
E920	se dividen en aplicaciones			
E921	geométricas y físicas,			
E922	entonces en el caso de			
E923	las geométricas tenemos,			
E924	área bajo la curva y área			

Tabla 15 (cont.)

E925	entre curvas.			
E926				
E927	...Volumen de sólidos en	<u>Volumen de sólidos, sí.</u>	Programa.	Enseñanza de las matemáticas aplicadas.
E928	revolución			
E929				
E930				
E931	¿Tanto el método del	<u>El método de disco, de la</u>	Programa.	Enseñanza de las matemáticas aplicadas.
E932	disco, la arandela, capas?	<u>arandela, el método de</u>		
E933		<u>Pappus, si eso, hasta el</u>		
E934		<u>teorema de Pappus.</u>		
E935				
E936	¿Longitud de arco,	Eso no lo vi.		
E937	superficie...?			
E938				
E939	Y en las físicas está	si		
E940	presión hidrostática,			
E941	centro de masa...			
E942				
E943	O sea, ¿Eso lo llegaste a	<u>Si, presión hidrostática</u>	Planes de estudio.	Currículo.
E944	estudiar en Matemática	<u>recuerdo que lo vi, luego</u>		
E945	II?	<u>posteriormente a esa</u>		
E946		<u>materia, ya en mecánica</u>		
E947		<u>de fluidos, también</u>		
E948		<u>aplicamos la integral y en</u>		
E949		<u>estática también</u>		
E950		<u>aplicamos la integral para</u>		
E951		<u>resolver los diagramas de</u>		
E952		<u>corte y momento... si</u>		
E953		<u>porque después ya vimos,</u>		
E954		<u>o sea, Matemática II fue</u>		
E955		<u>la base para después</u>		
E956		<u>comprender que la</u>		
E957		<u>integral de la cortante es</u>		
E958		<u>el momento, luego si</u>		

Tabla 15 (cont.)

E959		<u>integrarnos el momento</u>		
E960		<u>obtenemos la rotación de</u>		
E961		<u>la viga, luego si</u>		
E962		<u>integrarnos la rotación</u>		
E963		<u>obtenemos la depresión,</u>		
E964		<u>entonces fue la base tal</u>		
E965		<u>cual para comprender</u>		
E966		<u>después otros temas.</u>		
E967				
E968	Está bien... ¿Qué	Mira, para calcular, más	Comprensión del	Aprendizaje de
E969	dificultades presentaste	que todo eso lo aplicamos	estudiante.	las matemáticas
E970	en ese momento? Por	para calcular área bajo la		aplicadas.
E971	ejemplo, el tema que a mí	curva y recuerdo que, no		
E972	me interesa en este caso	que fue una dificultad,		
E973	es la integral definida y	pero si tardé un poquito		
E974	sus aplicaciones, ¿Qué	en entenderlo, la posición		
E975	se te hizo difícil de	del diferencial, o sea que		
E976	entender o comprender?	cuando es respecto a x.		
E977				
E978	Cuando realizas los	Exacto, que <u>cuando el</u>	Comprensión del	Aprendizaje de
E979	cortes, los cortes	<u>diferencial es de "x" se</u>	estudiante.	las matemáticas
E980	verticales y los cortes	<u>coloca paralelo a "y" y</u>		aplicadas.
E981	horizontales de las áreas.	<u>cuando es diferencial de</u>		
E982		<u>"y" se coloca paralelo a</u>		
E983		<u>"x", eso cuando lo</u>		
E984		<u>comprendí pude tener</u>		
E985		<u>una gran parte como que</u>		
E986		<u>adelantada, me sentí</u>		
E987		<u>mucho más seguro.</u>		
E988				
E989	Pero ¿Tuviste alguna	Si, <u>las propiedades</u>	Conocimiento	Aprendizaje de
E990	dificultad con respecto a	<u>básicas, no fue una</u>	del estudiante.	las matemáticas
E991	conocimientos básicos?	<u>dificultad, pero si vi allí</u>	Estrategias de	aplicadas.
E992		<u>que era algo muy</u>	aprendizaje.	
E993		<u>importante porque a</u>	Estrategias de	
E994				

Tabla 15 (cont.)

E995		<u>diferencia de mis</u>	aprendizaje.	
E996		<u>compañeros yo si tuve</u>		
E997		<u>que estudiar en</u>		
E998		<u>vacaciones para que no</u>		
E999		<u>me pasara lo que pasó</u>		
E1000		<u>me materias anteriores.</u>		
E1001		<u>entonces ya tenía una</u>		
E1002		<u>práctica de lo que uno</u>		
E1003		<u>llama carpintería pues, lo</u>		
E1004		<u>que es la propiedad</u>		
E1005		<u>conmutativa, asociativa,</u>		
E1006		<u>factorización, sacar factor</u>		
E1007		<u>común, todo eso, para</u>		
E1008		<u>aplicar luego las tablas</u>		
E1009		<u>para resolver las</u>		
E1010		<u>integrales y eso pude ver</u>		
E1011		<u>que se le hacía a algunos</u>		
E1012		<u>compañeros difícil y si</u>		
E1013		<u>muchas veces, me di</u>		
E1014		<u>cuenta pues, que uno</u>		
E1015		<u>tenía que jugar con eso</u>		
E1016		<u>para llevar la integral y la</u>		
E1017		<u>función a un punto donde</u>		
E1018		<u>uno pudiera hacer un</u>		
E1019		<u>cambio de variable que le</u>		
E1020		<u>facilitara a uno la</u>		
E1021		<u>aplicación de las tablas</u>		
E1022		<u>pues.</u>		
E1023				
E1024	Ahora bien, ¿Qué tipos de	La clase de, era una	Estrategias de	Enseñanza de
E1025	problema te presentaron	profesora, me parecía	enseñanza	las matemáticas
E1026	al estudiar cálculo entre	muy interesante a pesar		aplicadas.
E1027	curvas?, o sea, recuerdas	de que éramos		
E1028	qué tipo de problemas	muchísimos, éramos		
E1029	eran, cómo era la clase	como casi cuarenta, y de		

Tabla 15 (cont.)

E1030	del profesor, ¿Puedes	esos cuarenta aprobaron		
E1031	hacer una descripción?	la mitad, pero si <u>me</u>		
E1032		<u>gustaban mucho sus</u>		
E1033		<u>clases porque ella</u>		
E1034		<u>preguntaba, a ella le</u>		
E1035		<u>gustaba que uno</u>		
E1036		<u>interviniera, eh...</u>		
E1037				
E1038	¿Qué tipo de preguntas	Eran <u>preguntas básicas,</u>	Estrategias de	Enseñanza de
E1039	hacía?	<u>preguntas que ya ella</u>	enseñanza.	las matemáticas
E1040		<u>había mencionado</u>		aplicadas.
E1041		<u>lógicamente, no</u>		
E1042		<u>preguntaba nada por</u>		
E1043		<u>fuera de lo que había</u>		
E1044		<u>dicho.</u>		
E1045				
E1046	¿Eran preguntas que les	Si, si, generaba preguntas	Estrategias de	Enseñanza de
E1047	permitía analizar	con respecto al análisis	enseñanza.	las matemáticas
E1048	determinada situación o	porque ella preguntaba		aplicadas.
E1049	eran preguntas con	cómo resolvemos, o sea,		
E1050	respecto a conocimientos	<u>planteaba un ejercicio y</u>		
E1051	anteriores?	<u>ella preguntaba, en base</u>		
E1052		<u>a lo que vimos de la</u>		
E1053		<u>teoría de hace un</u>		
E1054		<u>momento, como todos,</u>		
E1055		<u>ella colocaba la teoría y</u>		
E1056		<u>luego el ejercicio y</u>		
E1057		<u>entonces ella colocaba el</u>		
E1058		<u>ejercicio y preguntaba</u>		
E1059		<u>cómo podemos aplicar lo</u>		
E1060		<u>que vimos ahorita en la</u>		
E1061		<u>teoría.</u> Si había alguien		
E1062		que tuviera un destello un		
E1063		poco más allá y dijera		
E1064		mira se resuelve así, eh...		
E1065		pero si, era para generar		

Tabla 15 (cont.)

E1066		análisis.		
E1067				
E1068	Básicamente las clase de	Si, más que todo ese tipo,	Tipos de	Enseñanza de
E1069	ella eran teoría y	<u>eran sencillos, como ella</u>	problemas	las matemáticas
E1070	práctica... y ¿qué tipo de	<u>no era de la especialidad.</u>	propuestos.	aplicadas.
E1071	práctica?... porque eran	<u>no era ingeniero civil,</u>		
E1072	ejercicios ¿De qué tipo?	<u>bueno, ella se enfocaba</u>		
E1073	¿De cálculo solamente?	<u>en cálculo de área y de lo</u>		
E1074		<u>que hablamos ahorita, las</u>		
E1075		<u>presiones y eso... no era</u>		
E1076		<u>una práctica</u>		
E1077		<u>especializada a la carrera,</u>		
E1078		<u>sino más general.</u>		
E1079				
E1080	O sea, como para trabajar	Si, <u>para aplicar los</u>	Programa.	Enseñanza de
E1081	las fórmulas	<u>teoremas, las fórmulas,</u>	Planificación.	las matemáticas
E1082		<u>sin embargo, en esa</u>	Estrategias de	aplicadas.
E1083		<u>materia me acuerdo que</u>	enseñanza.	
E1084		<u>se hizo mucho más</u>		
E1085		<u>énfasis en los métodos de</u>		
E1086		<u>integración, a ella le</u>		
E1087		<u>gustaba mucho colocar</u>		
E1088		<u>integrales que uno tuviese</u>		
E1089		<u>que resolverlas con un</u>		
E1090		<u>procedimiento largo. En</u>		
E1091		<u>las que uno tuviese que</u>		
E1092		<u>pensar mucho y aplicar</u>		
E1093		<u>mucha carpintería básica.</u>		
E1094				
E1095	¿Tuvo algún sentido para	Sí, porque <u>ya después,</u>	Utilidad.	Aprendizaje de
E1096	ti, el estudio de las	<u>inmediatamente que</u>		las matemáticas
E1097	aplicaciones geométricas	<u>vimos Matemática II,</u>		aplicadas.
E1098	y físicas durante el ciclo	<u>vimos también física II y</u>		
E1099	básico? O sea, ¿Le has	<u>después vimos</u>		
E1100	visto algún beneficio al	<u>Matemática III, en</u>		
E1101	estudio de la integral	<u>Matemática III</u>		

Tabla 15 (cont.)

E1102	definida?	<u>comenzamos a ver la</u>		
E1103		<u>integral triple que</u>		
E1104		<u>obviamente tenemos que</u>		
E1105		<u>conocer las dobles para</u>		
E1106		<u>saber las triples</u> , donde		
E1107		vimos, por ejemplo,		
E1108		<u>cálculo de superficie de</u>		
E1109		<u>los sólidos, que me</u>		
E1110		<u>llamaba mucho la</u>		
E1111		<u>atención porque era una</u>		
E1112		<u>integral triple que se le</u>		
E1113		<u>hacía el redondito en el</u>		
E1114		<u>medio</u> , entonces uno		
E1115		decía esto es la grandes		
E1116		ligas, entonces ese tipo		
E1117		de cosas, <u>los sólidos de</u>		
E1118		<u>revolución, si, sentó la</u>		
E1119		<u>base, luego en esa</u>		
E1120		<u>misma, hablando en</u>		
E1121		<u>Matemática II, vimos a la</u>		
E1122		<u>par Física I donde</u>		
E1123		<u>veíamos allí el</u>		
E1124		<u>movimiento rectilíneo</u>		
E1125		<u>uniforme, movimiento</u>		
E1126		<u>variado y para la</u>		
E1127		<u>demonstración de las</u>		
E1128		<u>ecuaciones de</u>		
E1129		<u>aceleración, de velocidad</u>		
E1130		<u>y de distancia se aplica</u>		
E1131		<u>esa integral</u> . Si, pues,		
E1132		sirvió de base.		
E1133				
E1134	¿Y en las materias	Si, como ya habíamos	Utilidad.	Aprendizaje de
E1135	posteriores, propias de la	hablado hace un		las matemáticas
E1136	carrera que estas	momento, <u>en la parte de</u>		aplicadas.
E1137				

Tabla 15 (cont.)

E1138	estudiando, utilizaste o	<u>estática, de estructura,</u>		
E1139	has utilizado ese	<u>también se ve tanto en</u>		
E1140	conocimiento? O sea, las	<u>estructura uno como en la</u>		
E1141	integrales definidas	<u>dos, y ya después que</u>		
E1142		<u>uno ve estática, uno</u>		
E1143		<u>trabaja con ese diagrama</u>		
E1144		<u>de corte y momento y ese</u>		
E1145		<u>es el pan de cada día,</u>		
E1146		<u>porque uno lo usa en</u>		
E1147		<u>acero, en concreto, lo usa</u>		
E1148		<u>en estructura.</u>		
E1149				
E1150	Otra cosa, ¿Le ves	Si, muchísimo... Una vez	Utilidad.	Aprendizaje de
E1151	utilidad al cálculo del área	<u>cuando vimos topografía,</u>		las matemáticas
E1152	en tu carrera, o sea, como	<u>vimos que,</u> por ejemplo,		aplicadas.
E1153	futuro ingeniero?	<u>los topógrafos hacen el</u>		
E1154		<u>levantamiento de una</u>		
E1155		<u>parcela, eso nos lo</u>		
E1156		<u>explicó el profesor, el</u>		
E1157		<u>levantamiento de una</u>		
E1158		<u>parcela que muchas</u>		
E1159		<u>veces tienen formas</u>		
E1160		<u>irregulares, pero muchas</u>		
E1161		<u>veces constan de líneas,</u>		
E1162		<u>ya sean líneas rectas o</u>		
E1163		<u>líneas curvas, pero esto</u>		
E1164		<u>uno lo puede colocar en</u>		
E1165		<u>un plano cartesiano,</u>		
E1166		<u>definir aquí coordenadas</u>		
E1167		<u>y separarlo en figuras</u>		
E1168		<u>conocidas y calcularlo</u>		
E1169		<u>mediante la integral y se</u>		
E1170		<u>calcula así de forma</u>		
E1171		<u>exacta, porque hay</u>		
E1172		<u>métodos de</u>		

Tabla 15 (cont.)

E1173		<u>aproximaciones, pero no</u>		
E1174		<u>son tan exactos como</u>		
E1175		<u>aplicar justamente la</u>		
E1176		<u>integral definida de cada</u>		
E1177		<u>uno de los vértices a los</u>		
E1178		<u>vértices, esta es una de la</u>		
E1179		<u>aplicaciones que se le da.</u>		
E1180				
E1181	Eso fue en...	Topografía. <u>En vías de la</u>	Utilidad.	Aprendizaje de
E1182		<u>comunicación, cuando</u>		las matemáticas
E1183		<u>tenemos una vialidad,</u>		aplicadas.
E1184		<u>vimos también que a las</u>		
E1185		<u>vialidades se le hacen</u>		
E1186		<u>transversales o</u>		
E1187		<u>progresivas, entonces</u>		
E1188		<u>estos cortes uno los ve</u>		
E1189		<u>así y estas vialidades</u>		
E1190		<u>tienen una forma más o</u>		
E1191		<u>menos así, muchas veces</u>		
E1192		<u>el terreno pasa por acá,</u>		
E1193		<u>por ejemplo, y uno tiene</u>		
E1194		<u>que calcular algo que se</u>		
E1195		<u>llama corte y relleno, que</u>		
E1196		<u>es calcular toda esta área</u>		
E1197		<u>para hacer el corte de</u>		
E1198		<u>suelo, entonces, todo</u>		
E1199		<u>esto, el área de corte</u>		
E1200		<u>aquí, más el área de corte</u>		
E1201		<u>aquí, más el área de corte</u>		
E1202		<u>aquí, se saca un</u>		
E1203		<u>promedio y se calcula el</u>		
E1204		<u>volumen, pero esta área</u>		
E1205		<u>bajo la curva que define el</u>		
E1206		<u>terreno propiamente, uno</u>		
E1207		<u>la puede calcular con</u>		
E1208				

Tabla 15 (cont.)

E1209		<u>integrales.</u>		
E1210				
E1211	¿Y recuerdas los métodos	(Risas) yo sé que si me	Conocimiento	Aprendizaje de
E1212	de integración o algún	colocaría a desempolvar	del estudiante.	las matemáticas
E1213	otro cálculo?	los libros, si me acuerdo		aplicadas.
E1214		completico, pero ahorita,		
E1215		ahorita donde estoy no,		
E1216		porque las funciones que		
E1217		hemos utilizado son		
E1218		sencillas.(risas).		
E1219				
E1220	Yo creo que por ahora es	A la orden.		
E1221	suficiente, agradecida con			
E1222	tu colaboración y bueno,			
E1223	cualquier cosa, espero			
E1224	poder estar en contacto.			

Al analizar la entrevista aplicada al estudiante que cursaba materias de semestres avanzados, se pudieron detectar ciertas coincidencias con las declaraciones de los otros dos estudiantes. Una de las coincidencias hacía referencia a las dificultades relacionadas con los conocimientos previos y la consecuencia que tenían dichas dificultades sobre la comprensión de las unidades temáticas de Matemática II. La diferencia estuvo en la forma en que cada estudiante abordó el problema, mientras a uno le fue difícil superar las deficiencias cognitivas por distintas circunstancias y el otro fue nivelándose en la medida que avanzaba la materia, este estudiante (el de semestres avanzados), por lo vivido en experiencias pasadas, decidió adelantarse y superar dichas dificultades antes de iniciar el curso de la asignatura de Matemática II y de hecho, le resultó mucho más favorecedor, porque no tuvo problemas para comprender la necesidad de aplicar determinadas definiciones y propiedades de la matemática básica para conseguir una función que se pudiera integrar de inmediato o utilizando cambio de variable.

La persistencia de esta realidad en cada uno de los escenarios descritos, es preocupante y llama a reflexionar sobre la atención y tratamiento que se le está dando

a este tipo de situaciones. Si bien el estudiante es responsable de su aprendizaje y depende de él, el decidir asumir los retos con ahínco, también es cierto que en vista de que no todos los estudiantes poseen las herramientas cognitivas y los métodos de estudio adecuados para superar dichas dificultades, está de parte del docente tratar de contribuir con estrategias innovadoras que ayuden al estudiante a superar las dificultades, en la medida que se avance en contenidos para no descuidar el objetivo general de la asignatura.

La otra coincidencia encontrada tiene que ver con la asimilación del concepto de área entre curvas. Mientras que para los dos primeros estudiantes resultó difícil la elección de las funciones minuyendo y sustraendo para poder aplicar la definición de área entre curvas, para este último estudiante entrevistado, se hizo un poco complicado comprender la relación de los cortes verticales y el diferencial de x , al igual que la relación de los cortes horizontales con el diferencial de y . Las demandas cognitivas de los tres estudiantes pudieron haber sido esclarecidas si se hubiese introducido el tema con la construcción de la técnica, pues en dicha construcción emergen varios elementos, que al ser trabajados de forma correcta, permiten la asimilación de ciertos aspectos para alcanzar la apropiación del concepto.

En cuanto a los nuevos hallazgos, pareció sustancial que el estudiante indicara que el docente hizo mucho más énfasis en los métodos de integración que en cualquier otro tema (tal vez por su condición pedagógica-matemática), y que a su vez exaltara el esfuerzo que realizó el mismo para desarrollar los contenidos relacionados con las aplicaciones de la integral.

A pesar de tratarse de un profesional de la educación matemática y no estar identificado con el campo de la ingeniería, fue el único de los tres que cumplió con la unidad temática completa. Además, desde su perspectiva, las clases gozaban de cierta formalidad porque contaban con parte teórica y parte práctica, predominando la parte teórica sobre la práctica (tal vez por la falta de un contexto afín a la carrera).

El estudiante, también mencionó que los ejemplos y problemas propuestos le parecían sencillos. En este sentido, si bien los ejemplos sencillos son ideales para introducir un tema, también es necesario aumentar gradualmente la dificultad de los

mismos, para generar situaciones que permitan que los estudiantes desarrollen habilidades de análisis y así, puedan ampliar su conocimiento.

El ambiente propiciado por el docente, se valoró como un aspecto positivo, pues al estudiante le era agradable asistir a clases, ya que el profesor constantemente buscaba la manera de interactuar con el grupo, haciéndolo sentir parte del proceso y proponiendo preguntas con la finalidad de recordar lo explicado anteriormente para relacionarlo con el problema que estuviesen discutiendo en ese momento.

Para finalizar y no menos importante, se pudo evidenciar que el estudiante de semestres avanzados conversó con mayor propiedad sobre la utilidad de las aplicaciones de las integrales definidas, ya que el paso por las distintas asignaturas propias de la carrera, cuyas bases teóricas requieren del dominio de la integral definida y sus aplicaciones, le da una visión distinta acerca de la utilidad que puede tener tan importante herramienta en el campo de la ingeniería civil. No obstante, el estudiante indicó que la mayoría de los cálculos realizados en materias posteriores, han resultado sencillos, es decir, no requieren de la aplicación de tantos métodos de integración como él creía, lo que ha hecho que su mente solo disponga del conocimiento realmente necesario, admitiendo que si llegase a repasar lo que no recuerda con claridad, podría ser capaz de retomarlo y ejecutarlo con igual destreza que antes, indicando la presencia de un aprendizaje significativo en cuanto a método de integración se refiere.

Definición de categorías

Aprendizaje de las Matemáticas Aplicadas

Desde el punto de vista del estudiante, los problemas de aprendizaje son generados por la forma de explicar del docente (E40 – E55) o por las nociones básicas que limitan su comprensión (E568 – E577) ya sea porque no tiene el conocimiento necesario (E294 – E297) o porque inicialmente no sabe cómo emplearlo (E741 – E756/E1013 – E1022).

A pesar de ello, dentro de sus expectativas se mantiene el aprender algo nuevo que le puede servir para superar otras materias (E484 – E488) y el entusiasmo porque se trata de una materia que le es de su agrado (E11 – E15).

Algunos estudiantes manifestaron tener dificultad para asociar los elementos de la definición del área entre curvas y su representación gráfica, lo cual no permitía la asimilación de los procesos involucrados (E557 – E559/E787 - E797/E978 – E987).

Las estrategias de aprendizaje puestas en práctica por los estudiantes fueron variadas, de acuerdo a las necesidades presentadas, por ejemplo, en uno de los casos a raíz de experiencias anteriores, uno de los estudiantes decidió superar las deficiencias en cuanto a nociones básicas antes de iniciar el curso de la asignatura (E994 – E1003), mientras otro de los estudiantes al detectar que le era difícil aplicar algunos conocimientos básicos, organizó una práctica gradual según la dificultad y característica de los ejercicios (E715 – E724), entre tanto, un tercer estudiante tuvo que recurrir a una ayuda externa porque no obtenía del profesor la respuesta deseada (E53 – E536), evidenciando así distintas formas de solucionar un problema de aprendizaje.

En cuanto a las estrategias de enseñanza y de evaluación que los estudiantes perciben como enriquecedoras, se encontraron, la participación en la pizarra por ayudar a aclarar dudas que se puedan presentar en la resolución de problemas (E855 – E863) y la aplicación de talleres porque en ellos puede darse el intercambio de ideas (E865 – E885).

De acuerdo a los entrevistados, los ejercicios relacionados con las aplicaciones de la integral definida, no gozaban de mayor dificultad, ni los propuestos en clase, ni en los propuestos en los libros recomendados (E774 – E783).

Al cuestionar a los estudiantes sobre la utilidad del tema de aplicación estudiado, los estudiantes que recién aprobaron la materia manifestaron que el mismo sería útil como noción básica para desarrollar contenidos de materias del ciclo básico (E484 – E488/E1118 – E1131), mientras que el estudiante que ha cursado materias del ciclo profesional, pudo hacer un recuento de todos los usos que le ha dado tanto al cálculo del área como al cálculo de momentos y centro de masa (E1134 – E1209).

Enseñanza de las Matemáticas Aplicadas

Con relación al cumplimiento de los contenidos del programa, la mayoría de los participantes coinciden en que no estudiaron todas las aplicaciones pautadas en el mismo (E734 – E736) y que consideran que los mismos son muy extensos (E297 – E302).

En cuanto a la planificación desarrollada por sus docentes, en algunos casos pudieron percibir que se presentaron fallas en la distribución del tiempo y de los contenidos porque en la medida en la que avanzaban, las unidades no eran completadas (E301 – E312/E809 – E813).

Al hacer mención de las estrategias utilizadas por los docentes, se encontró variedad de situaciones, en algunos casos el profesor no realizaba repasos (E223 – E230/E294 – E297), enviaba material teórico para cubrir los contenidos que no pudieron ser explicados por falta de tiempo (E273 - E282), las explicaciones se basaban en procedimientos algorítmicos (E179 – E182), con preguntas que no tenían sentido para el estudiante (E384 – E393), tomaba en cuenta algunas intervenciones para aprovechar los errores cometidos, no hacía referencia a la teoría (E456 – E458), mientras que en otros casos el profesor facilitaba la teoría, la cual servía de apoyo para el estudiante en la resolución de los problemas (E803 – E809), realizaba preguntas relativas a lo explicado (E1038 – E1044) y en otras situaciones se enfocaba más en ciertos temas (E1082 – E1090) o presentaba ejercicios sencillos, sin mayor análisis, porque la profesora no era ingeniero (E1069 – E1078).

En este orden de ideas, algunas estrategias de evaluación surgieron como consecuencia de la praxis de ciertas estrategias de enseñanza anteriormente descritas, como por ejemplo, ejercicios propuestos en la evaluación con características similares a los de la clase (E579 – E582), problemas de aplicación con bajo nivel de dificultad (E774 – E783) o ejercicios donde se limitaba el método de resolución (E115 – E126).

Por las características de los métodos de resolución descritos por los estudiantes, los estilos de enseñanza parecieran tender a clases algorítmicas que no requieren de mayor análisis o argumentación (E179 – E182).

En uno de los casos, el estudiante reconoció el dominio del conocimiento matemático por parte del profesor (E593 – E597), pero manifestó que a pesar de ello

algunos docente no se saben dar a entender (E606 – E609) olvidando que su objetivo debería ser el alcance del conocimiento por parte del estudiante (E612 – E617).

Currículo

El estudiante que se mostró en capacidad de señalar la relación curricular que existe entre las aplicaciones de la integral definida con otras materias y con toda propiedad fue el estudiante que cursaba semestres avanzados, pues nombró procesos en los cuales está inmersa tan importante herramienta (E1118 – E1131).

Triangulaciones

Las siguientes triangulaciones están conformadas por las categorías definidas a partir de las entrevistas realizadas a los estudiantes (informantes claves 4 y 5), algunas de las teorías presentadas en el marco teórico y la opinión de la investigadora.

Tabla 16

Triangulación para la categoría: Aprendizaje de las Matemáticas Aplicadas.

Categoría	Teoría	Investigadora
Aprendizaje de las Matemáticas Aplicadas.	Mientras que en el Análisis Didáctico, el Análisis Cognitivo trata de garantizar oportunidades de aprendizaje, tomando en cuenta las limitaciones de los estudiantes y las expectativas de aprendizaje que demandan los planes de estudio. Para la Teoría Antropológico de lo Didáctico, los tipos de tareas ayudan a justificar la tecnología y sustenta el por qué la misma es correcta.	Así como las nociones básicas de las matemáticas son fundamentales para que el estudiante pueda comprender las bases teóricas de lo que se está discutiendo en clase, los tipos de tareas o ejercicios propuestos, también juegan un papel fundamental en el proceso de aprendizaje, por dos motivos. El primer motivo es que si el grupo de ejercicios es seleccionado y organizado desde un enfoque constructivista, la asimilación y

Tabla 16 (cont.)

aplicación son logradas con mayor facilidad por parte del estudiante.

El Segundo motivo, tiene que ver más con la utilidad que se deje entre ver en el diseño del problema propuesto, ya que la aplicación del contenido matemático a algún aspecto de la tarea del ingeniero, podría servir para motivar al estudiante y facilitar el aprendizaje del tema tratado.

De igual manera, se coincide con el estudiante que otro tipo de estrategias de enseñanza y evaluación podrían hacer más provechosa la clase, porque se generaría otro tipo de oportunidades de aprendizaje, atendiendo no solo la necesidad de desarrollar las capacidades profesionales del estudiante, sino también las sociales.

Tabla 17

Triangulación para la categoría: Enseñanza de las Matemáticas Aplicadas.

Categoría	Teoría	Investigadora
Enseñanza de las Matemáticas aplicadas.	El Análisis Didáctico es un procedimiento cíclico en que el profesor ha de movilizar y poner en juego su conocimiento didáctico.	Para el estudio de los contenidos de Matemática aplicada, sería de gran ayuda para el docente (al desarrollar la planificación de sus clases) y beneficioso para ambas partes (docente y estudiante), la búsqueda de información real, de primera

Tabla 17 (cont.)

mano, para conocer desde el punto de vista de un ingeniero, en qué sentido se utiliza determinada definición matemática, cómo se generan los datos en el campo, para asociar dichos procesos con los procedimientos matemáticos involucrados y generar conocimiento sustancioso.

Además, es necesario justificar de manera rigurosa al momento de resolver problemas, realizar preguntas reflexivas que permitan que el estudiante en realidad genere conocimiento, hacer conciencia a través de la teoría, sobre el significado de cada uno de los elementos de una definición matemática.

La variedad de problemas, es enriquecedora, por tal motivo se debe acostumbrar al estudiante a que todo proceso no es algorítmico, que hay que analizar y eso se puede lograr a través de los problemas de aplicación porque las situaciones cercanas a él, permiten que se diseñe soluciones con mayor facilidad.

Una clase dinámica, dependerá del estilo, recursos y estrategias que implemente el docente.

Es importante motivar, ya sea desde la utilidad del contenido o

Tabla 17 (cont.)

al mostrar preocupación por aclarar las dudas de un estudiante que muestra interés por aprender.

Tabla 18

Triangulación para la categoría: Currículo.

Categoría	Teoría	Investigadora
Currículo.	Las representaciones semióticas, son un conjunto de signos que son el medio de expresión de las representaciones mentales para hacerlas visibles.	En la mayoría de los casos, cuando los docentes proponen problemas en clases, se puede observar que la resolución, generalmente, requiere de la aplicación de las mismas técnicas, es decir, las situaciones no varían, por lo cual, la técnica para resolver, tampoco. Esto no fomenta la práctica de otras herramientas estudiadas en materias anteriores y que son necesarias para poder establecer relaciones entre lo teórico y la realidad del futuro ingeniero. Además, es importante procurar como docentes, proponer problemas matemáticos que requieran de la aplicación de contenidos estudiados en materias previas, estableciendo relaciones entre los distintos sistemas de representación para que pueda generarse una mayor comprensión.

Tabla 18 (cont.)

Por ejemplo, en el caso de los problemas de aplicación, se requerirían utilizar distintos sistemas de representación, evidenciando la relación curricular que existe entre Geometría Analítica y matemática II.

CAPITULO IX

LA DIDÁCTICA

En este capítulo tiene lugar el nacimiento de la teoría emergente, producto de los datos y análisis efectuados en capítulos anteriores, los cuales evidenciaron la necesidad de establecer un proceso mediante el cual un docente de Matemáticas pueda contextualizar un contenido matemático en función de las necesidades de otras ciencias, en la medida que considera los resultados obtenidos para implementar mejoras o formular generalizaciones al aplicar lo planificado.

Aproximación de modelo didáctico el estudio de las Matemáticas Aplicadas

Haciendo una retrospectiva de las situaciones analizadas en capítulos anteriores, se pudieron establecer los siguientes hechos:

A pesar de que el programa de Matemática del CINU presenta algunas deficiencias en cuanto a la estructura conceptual (ausencia de algunos contenidos necesarios para los estudiantes de ingeniería) y en cuanto al tiempo de dedicación (es poco para la cantidad de contenido que se deberían desarrollar), el alcance de los contenidos planteados para la nivelación, resulta de gran ayuda en el estudio de las unidades temáticas de las distintas asignaturas relacionadas con el área de matemáticas, ya que dichos contenidos son los más utilizados en las resoluciones de los problemas.

En cuanto a los programas de la carrera, en líneas generales, están bien estructurados, exceptuando el hecho de que son muy extensos, lo cual podría desfavorecer en el cumplimiento total del contenido o limitar al docente en el desarrollo de otro tipo de estrategias que podrían maximizar la calidad de los resultados obtenidos.

Las fuentes de consulta utilizadas por los docentes, recopilan bases teóricas similares y difieren en algunas situaciones problémicas, contextos y dedicación; y a pesar de que presentan Organizaciones Matemáticas Puntuales, los mismos ofrecen propuestas innovadoras que podrían ser de beneficio si fuesen consideradas, enfocadas e implementadas adecuadamente.

Con el análisis de las prácticas docentes, se pudieron establecer elementos que pueden estar incidiendo en los procesos de enseñanza y aprendizaje, como las dificultades que limitan al estudiante a la hora de resolver problemas, la escasa variedad de ejemplos (que al tratarse casi siempre de las mismas situaciones, pueden hacerle creer al estudiante que los procedimientos a aplicar, son de naturaleza algorítmica), la ausencia de contextualizaciones (los problemas solamente estaban dirigidos hacia el alcance del conocimiento técnico matemático, restándole valor a la razón de ser de la matemática dentro de la ingeniería), cierta dificultad por parte del docente para planificar contenidos de naturaleza física, recursos insuficientes, entre otros.

Asimismo, se pudo notar que los estudiantes presentaron cierta dificultad para asimilar los conceptos involucrados en los cálculos, reconocen la necesidad del contenido matemático estudiado dentro de su formación académica, pero en su mayoría, desconocen la utilidad en la actividad propia del ingeniero.

También se detectaron componentes de tipo motivacional que podrían estar implicados en el desarrollo tanto de la actividad del docente como la del estudiante y aspectos relacionados con la complejidad de los procedimientos aplicados en materias posteriores.

Por tales razones, es necesario proponer un plan de acción, para enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas Aplicadas, exaltar la importancia de las matemáticas dentro de los estudios especializados y maximizar la calidad de los resultados obtenidos.

Así, a juicio de la investigadora, la Didáctica de las Matemáticas Aplicadas (procesos de enseñanza y aprendizaje) está conformada por tres fases fundamentales (ver figura 38), una primera fase donde se establecen los aspectos tecnológicos y teóricos del tema matemático a estudiar, una segunda fase dirigida a la práctica de los

conceptos discutidos en la primera fase y una última fase en donde se procure destacar la importancia del contenido matemático para una ciencia o especialización en específico.

El cumplimiento de las dos primeras fases es necesario para que las oportunidades de aprendizaje se incrementen en la tercera fase, es decir, para que el estudiante pueda diseñar soluciones en el estudio de los temas de la Matemática Aplicada, debe manejar el componente tecnológico establecido en la primera fase y consolidarlo en la segunda.

Para tales fines cada fase debe contar con una serie de actividades y problemas con características específicas relacionadas con los objetivos de aprendizaje. Así, las actividades de la primera fase deben contribuir a que el estudiante comprenda la situación planteada desde el punto de vista teórico – matemático, es decir, las actividades deben estar dirigidas hacia la identificación y conocimiento de la naturaleza de los datos suministrados, sus propiedades y características, y la posible utilidad que los mismos tengan para la resolución del problema planteado. Además para esta primera fase, los esfuerzos deben estar direccionados en lograr que el estudiante sea capaz de establecer un plan de resolución en función a los datos suministrados y lo solicitado, y que los procedimientos aplicados sean coherentes con las definiciones y propiedades de la matemática.

Para la segunda fase, las actividades deben apuntar hacia el logro de tres objetivos fundamentales:

- Que el estudiante utilice los distintos sistemas de representación para analizar la situación planteada.
- Que el estudiante seleccione y manipule la definición de manera adecuada.
- Que el estudiante interprete y compruebe de forma correcta los resultados obtenidos.

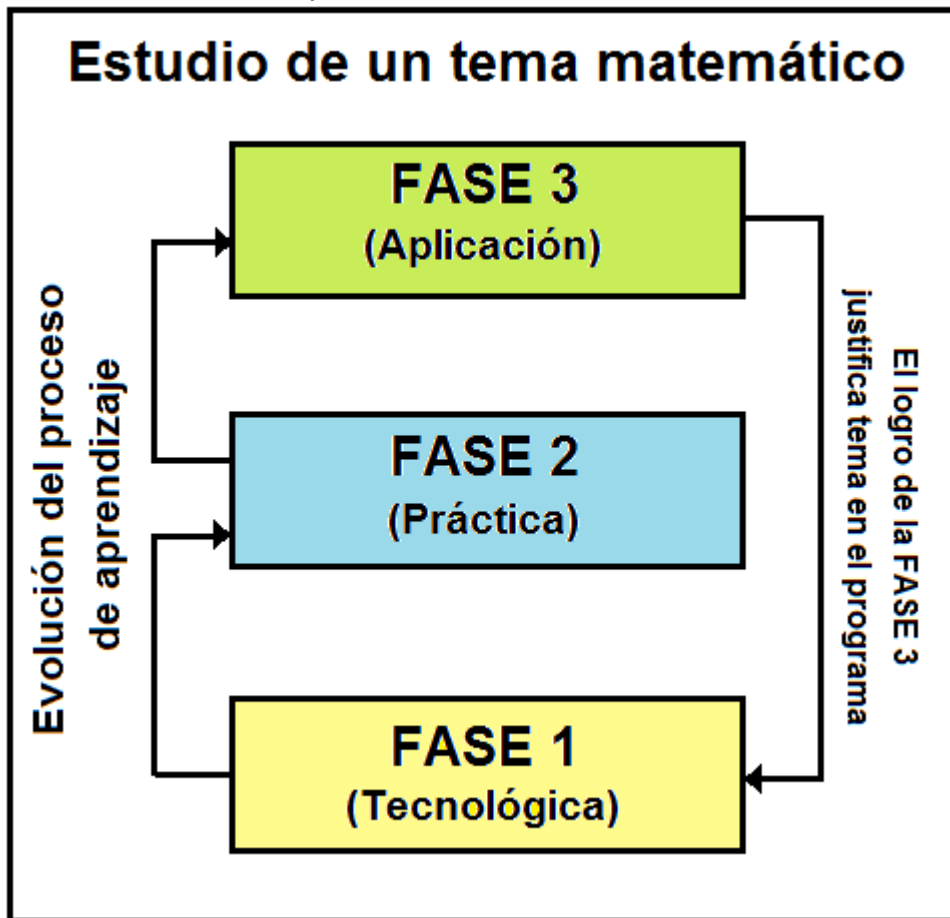
Ya las actividades de la tercera fase estarían enfocadas en el reconocimiento de la utilidad de la teoría matemática estudiada en cualquier contexto de la vida real propuesto.

De esta manera, dichas características, establecidas como estados ideales del aprendizaje de las matemáticas, podrán servir de referencia para saber cuáles

situaciones son apropiadas para cada una de las fases y generar problemas de calidad y productividad en el estudio del contenido matemático.

Figura 38

Fases fundamentales para el estudio de un tema matemático



En cada una de las fases es necesario que las actividades tengan un enfoque constructivista y que las preguntas o ejercicios que se propongan sean de tipo reflexivo sobre el funcionamiento y justificación de los procesos.

Ahora bien, suponiendo el alcance de las dos primeras fases del proceso de estudio de un tema matemático, se procede a abordar la última y más importante de las fases pues esta es la que justifica la inclusión del tema matemático en el pensum de estudio.

Para poder abordar dicha fase, es necesario saber dónde se está y a dónde se quiere llegar en el ámbito educativo, se debe considerar el nivel requerido según la

misión y visión de la institución, los perfiles de egreso y sus planes de estudio, la perspectiva que tenga el docente acerca de la materia, la población estudiantil a la cual va dirigida y la realidad educativa.

A veces la puntualidad de los programas de estudio, se presta para variadas interpretaciones, obteniendo como resultado diversidad de prácticas, adaptadas a las perspectivas y realidades de sus interpretadores. Ciertamente, en los programas de las asignaturas se encuentra establecido, de manera clara, el para qué se quiere lograr el aprendizaje de un contenido (representado por los objetivos), pero no se evidencia de forma explícita, el por qué se quiere lograr, y es allí en donde se debe fijar la atención, y más aún, cuando se trata de contenidos asociados a aplicaciones de la matemática en otras ciencias, pues estas últimas pueden generar dificultades en el diseño de la secuencia de actividades, porque los contextos pueden resultar ajenos a la realidad de la persona que está realizando la construcción.

Así, la prioridad, al momento de establecer el nivel de desempeño requerido, desde el punto de vista del aprendizaje de la matemática, es la razón de ser del contenido matemático dentro de determinado plan de estudio, está debería ser la brújula en cada uno de los momentos en que se plantean actividades, ya que las actividades deberían estar enfocadas o dirigidas hacia el alcance de dicho conocimiento, no solo como un ente abstracto, sino como una herramienta cognitiva que además de permitirle al estudiante generar números, también le ayudará a desarrollar destrezas matemáticas que servirán de apoyo en el análisis y solución de situaciones reales asociadas a las definiciones y propiedades trabajadas.

En el caso del estudio de las aplicaciones de la integral definida, las actividades deben estar enfocadas no solo en la adquisición del conocimiento matemático como herramienta de cálculo, sino que también deben estar enfocadas hacia el análisis y solución de los contextos propios de la carrera, para que el estudiante se apropie con mayor facilidad del contenido y se genere un aprendizaje significativo donde se resalte el valor que tiene la matemática en el estudio de problemas reales.

Asociar los contenidos matemáticos con actividades relativas a la carrera a la cual están dirigidos, puede resultar ser un trabajo arduo y más para quienes no poseen el conocimiento especializado propio de la carrera. En algunos casos, los docente

disponen solo del conocimiento matemático y contextualizar para poder ayudar a comprender su utilidad es donde se presenta la dificultad. En esos casos, e incluso en casos donde se quiera profundizar más sobre las aplicaciones de los contenidos matemáticos en otros ámbitos, la investigadora recomienda en primera instancia que el profesor a cargo del curso, realice una investigación, que puede iniciar con una revisión literaria, haciendo uso de textos cuyo enfoque esté dirigido a la especialidad de interés, en algunos casos dichos libros exponen situaciones o proponen actividades que podrían ayudar a comprender la transición de lo matemático a lo aplicable, esto le dará una idea al profesor de los aspectos a los cuales deberá prestar atención.

Pero la investigación no se queda allí, la idea es que luego de la revisión literaria, el profesor elabore una lista de preguntas con base en lo observado en los textos y las dudas generadas, para posteriormente establecer conexión con los distintos actores involucrados (estudiantes de cursos avanzados, docentes a cargo de asignaturas propias de la carrera u otros) y consultarles sobre la incidencia de los temas matemáticos en los procesos propios de la carrera, solicitándoles una descripción de los procesos en los cuales están inmersos los contenidos matemáticos y cualquier otro aspecto que pueda servir para proyectar cuáles son los puntos a fortalecer en función a las necesidades de los futuros profesionales, es decir, al observar lo que sucede durante el estudio de las situaciones que traen valor a los estudiantes de determinada carrera, se aprende cómo hacer el trabajo más fácil y efectivo.

Luego de conocer los aspectos de la ciencia que pueden ser trasladados al plano matemático y el alcance que puede tener un contenido matemático dentro del plan de estudio de una carrera, es conveniente y no menos importante, precisar los contenidos estudiados en materias anteriores que puedan estar involucrados en las distintas situaciones, porque alguno de ellos puede ser la clave para desarrollar las actividades de la fase de aplicación.

En el diseño de actividades para esta última fase, se pueden considerar diferentes técnicas, usando la creatividad y adaptando la información ofrecida por los textos o los informantes de la investigación realizada previamente por el profesor, así

como no dejar de lado el propósito del tema matemático en el programa o plan de estudio.

Ya establecidas las actividades, para garantizar que las mismas son acordes a cada una de las fases y cumplen con su funcionalidad matemática, se podría implementar la técnica de las 5W1H (what-why-when-where-who-how), esta herramienta de análisis, apoya la identificación de los factores y condiciones que provocan problemas en los procesos de trabajo o la vida cotidiana. En este caso, se implementaría asignándole otro enfoque con el fin de asegurar que cada una de las actividades propuestas sea coherente con la fase del proceso que se quiere atender (previniendo inconvenientes futuros).

En español, las siglas de la técnica 5W1H serían: qué, por qué, cuándo, dónde, quién y cómo, por lo que las preguntas podrían estar expresadas en los siguientes términos, de acuerdo al enfoque dado:

Primera W: ¿Qué se quiere lograr con la implementación de determinado problema?

Segunda W: ¿Por qué se implementa este problema y no otro?

Tercera W: ¿Cuándo o en qué momento de la secuencia se implementará ese tipo de problema para dar a la secuencia un sentido constructivista?

Cuarta W: ¿Dónde se discutiría y solucionaría ese problema?

Quinta W: ¿Quién debe interpretar y resolver dicho problema?

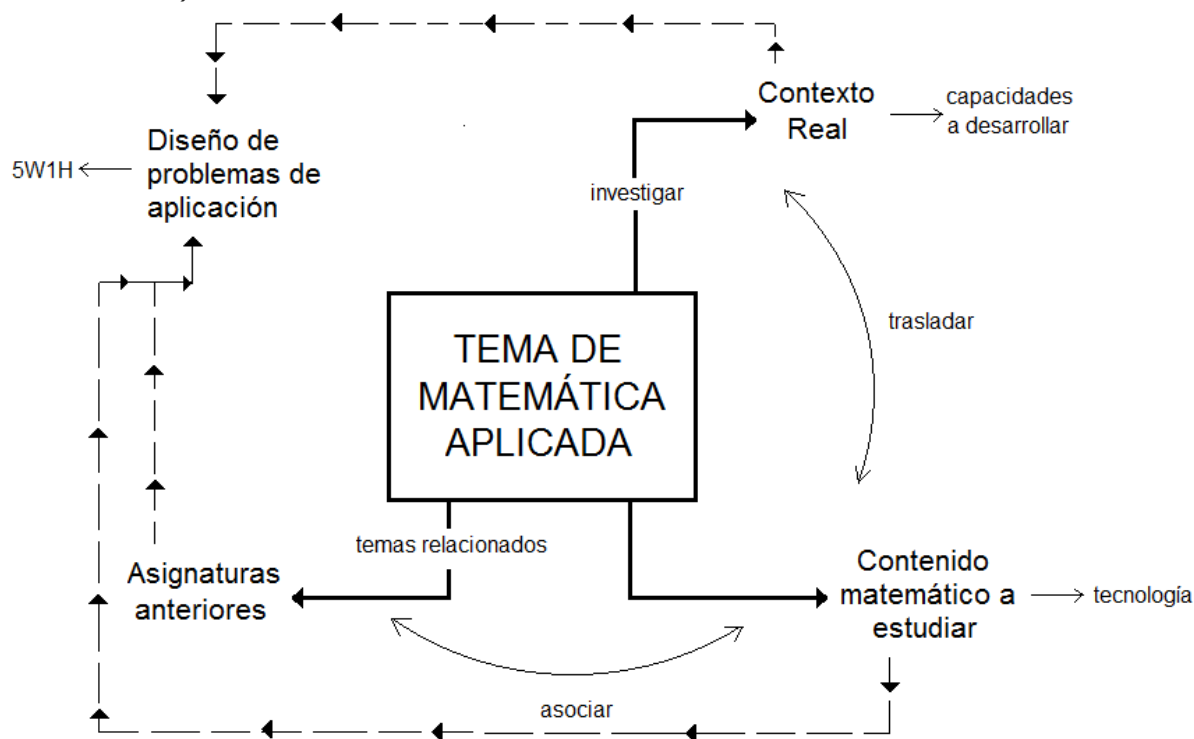
Primera H: ¿Cómo se resolvería (técnicas y recursos)?

Con dichas preguntas se promueve la reflexión sobre la intencionalidad matemática que tiene la actividad propuesta, los elementos matemáticos que puede aportar la tarea desde el punto de vista del aprendizaje matemático y su aplicación, los momentos en que debe ser aplicada la actividad (para saber si el estudiante en ese punto, cuenta con el conocimiento matemático necesario para desarrollar la actividad propuesta), el ambiente donde se llevará a cabo la actividad para considerar las condiciones bajo las cuales se ejecutará la misma, el rol de cada participante durante la interpretación y resolución de cada uno de los problemas y las técnicas y recursos que se necesitarán (para saber si es factible o no, la aplicación de la actividad).

Así, el proceso para el estudio de las matemáticas aplicadas propuestos por la investigadora queda establecido como se muestra en el siguiente esquema:

Figura 39

Proceso para el estudio de Matemáticas Aplicadas. (Arco de transformación del conocimiento)



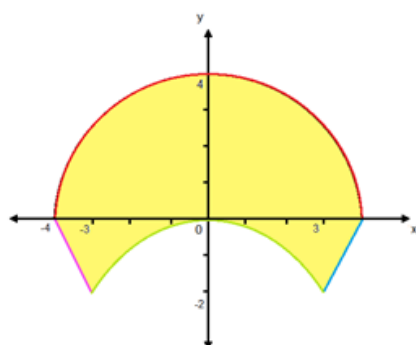
Por ejemplo, en la figura 40 se plantea una actividad que podría servir para el desarrollo de la fase de aplicación; sometiendo la actividad a las 5W1H, se tiene lo siguiente: ¿Qué se quiere lograr con la implementación de dicho problema? Se quiere lograr que el estudiante ponga en práctica todo lo aprendido durante el desarrollo de la unidad. Este problema lo puede ayudar a integrar los contenidos estudiados en geometría analítica con el nuevo conocimiento (integral definida) y a reflexionar sobre situaciones que pueden presentarse en condiciones similares en su campo laboral. ¿Por qué se implementa este problema y no otro? Es conveniente proponer este tipo de problemas porque tiene características similares a las situaciones que se pueden presentar en el área laboral del ingeniero civil, ya que el problema requiere poner en práctica el uso de sistemas de referencia y el cálculo de ecuaciones de funciones, para generar datos ¿Cuándo o en qué momento de la secuencia se implementará ese tipo

de problema para dar a la secuencia un sentido constructivista? Este tipo de problemas debe plantearse luego de haber estudiado y asimilado la definición de área entre curvas tanto para secciones verticales como horizontales ¿Dónde se discutiría y solucionaría ese problema? Para iniciar, se discutiría y resolvería en el aula, de acuerdo a las circunstancias, posteriormente podría ser llevado al aire libre como una actividad vivencial ¿Quién debe interpretar y resolver dicho problema? En condiciones ideales, el estudiante debería interpretar y resolver el problema porque en ese punto del proceso de aprendizaje tiene las herramientas cognitivas para hacerlo, aunque el profesor está para orientar, dirigir y conciliar la actividad ¿Cómo se resolvería (técnicas y recursos)? Los recursos a utilizar son los que habitualmente se encuentran en el aula de clases.

Figura 40

Ejemplo de problema matemático de aplicación.

Calcular el área de la región coloreada en color amarillo haciendo uso de la integral definida.



En cuanto a los recursos a utilizar, estos pueden ser variados, no necesariamente afines a los dispositivos tecnológicos (considerando que en la actual situación país, no todos los estudiantes pueden contar con un teléfono celular inteligente o una laptop).

Por ejemplo, para una clase práctica referente a centro de masa, se puede diseñar una actividad grupal (de grupos no muy numerosos) cuyo recurso principal serían figuras en cartulina rígida, delimitadas por funciones matemáticas, para pedirle a los estudiante que calculen los momentos y centro de masa de esas láminas, además de tener que demostrarle ante el grupo en general, la veracidad del resultado al final de

la actividad, utilizando la lámina suministrada. Esta actividad se llevaría a cabo, luego de haber estudiado los fundamentos y consolidado los conocimientos de centro de masa a través de la práctica.

Es pertinente resaltar que la idea de la actividad anterior surgió como una adaptación de un ejercicio práctico propuesto en uno de los libros de texto analizado y que la misma no requiere de una gran inversión de recursos materiales, lo que la hace práctica y factible.

A este proceso en construcción se le denominó arco de transformación del conocimiento.

CAPITULO X

REFLEXIONES FINALES

Preguntas y respuestas

A lo largo de la investigación se pudo dar respuesta a las preguntas iniciales de la siguiente manera:

¿Cómo saber si un programa de estudio está estructurado correctamente?

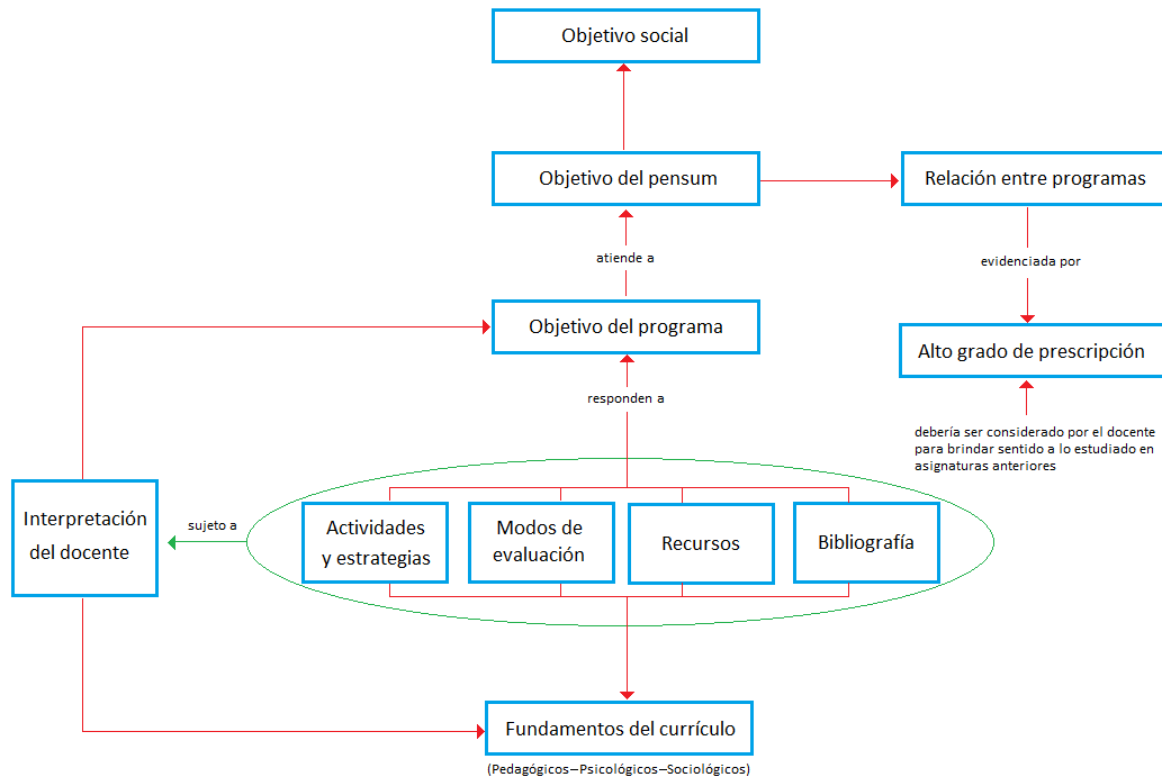
Para saber si los programas de estudio de ingeniería civil de la UNEFA – Núcleo Aragua (específicamente el programa de Matemática II) se encontraban correctamente estructurados, se llevó a cabo un análisis curricular considerando la forma en que está organizado, sus fundamentos y componentes específicos.

Encontrando que un programa se encuentra bien estructurado cuando:

- Los objetivos de aprendizaje están bien definidos y los mismos son acordes con el fundamento teleológico del plan de estudio.
- Los objetivos específicos del programa guardan relación con el objetivo general.
- Los contenidos temáticos son descritos a detalle.
- La secuenciación de su contenido es acorde a los fundamentos psicológicos adoptados por la institución educativa.
- La ubicación del programa dentro del pensum de estudio responde a las competencias alcanzadas en cursos anteriores y a la necesidad de adquirir nuevas competencias para el desarrollo de los contenidos de cursos futuros.
- Se menciona las actividades o estrategias, modos de evaluación, recursos y bibliografía sugerida para el desarrollo del curso.

Figura 41

Organización, fundamentación y componentes de un programa.



En líneas generales el programa de interés cumplió con todas las características planteadas anteriormente, aunque no se considera pertinente que la UNIDAD 5 forme parte del curso de Matemática II ya que los contenidos no guardan relación directa con las unidades anteriores, esta unidad posee mayor relación con las unidades temáticas de Matemática III por tratarse de contenidos asociados al cálculo de varias variables. Además, el hecho de ser excluida del programa de Matemática II e incluida en el programa de Matemática III, otorgaría mayor dedicación a los contenidos de las otras unidades temáticas.

También es recomendable y necesario, estudiar la manera de atender algunas carencias cognitivas que presentan la mayoría de los estudiantes de ingeniería con relación a los temas de trigonometría, logaritmo e inecuaciones, los cuales podrían ser incluidos en el programa del curso de nivelación.

¿Qué criterio toman en cuenta los profesores para realizar la planificación de sus clases?

Durante el estudio se pudo conocer que en ambos casos, para planificar sus clases, los docentes tomaron en cuenta, el programa y la planificación general suministrada por la coordinación del área de matemática, que a pesar de mostrar cierta rigidez en cuanto al cumplimiento de un número de contenidos en semanas específicas del semestre, su ejecución generó diversos escenarios, producto de las perspectivas que los docentes a cargo tienen acerca de la enseñanza.

Uno de los escenarios estuvo relacionado con el cumplimiento de los contenidos de las unidades temáticas. Mientras el ingeniero con componente docente, procuró cubrir el contenido a totalidad, ajustándose a los tiempos de evaluación establecidos por la coordinación (reconociendo que el tratamiento de los temas podría ser mejorado si se dispusiera de más tiempo), el docente de matemática, no logró abarcar todas las unidades pues decidió dedicar tiempo de su planificación para trabajar con los estudiantes las deficiencias que manifestaron durante las prácticas con respecto a conocimientos básicos que representaban un obstáculo para el nuevo aprendizaje, restando tiempo a otros contenidos, lo cual no le permitió cumplir completamente con el programa.

Durante la realización de la planificación de sus clases, los docentes también consideraron las dificultades de los estudiantes en cuanto a los conocimientos básicos necesarios para el desarrollo de los contenidos propios de la materia, a pesar de ser contempladas, abordadas y tratadas de distintas maneras.

Asimismo, es importante mencionar que en ambos casos, los docentes, no tomaron en cuenta la intencionalidad de los contenidos en el pensum y tampoco el contexto en el cual estarán inmersos los estudiantes como futuros profesionales, lo cual, a criterio de la investigadora, resta al proceso de aprendizaje, ya que el estudiante no tiene contacto inmediato con la razón de ser del contenido matemático dentro de su rama de especialización. El conocer la intencionalidad de un contenido dentro de determinado pensum y darle contexto a los temas estudiados, podría motivar y potenciar el aprendizaje de las matemáticas.

¿A qué se deben las conexiones entre los contenidos del currículo?

A través del análisis curricular que se llevó a cabo se pudo establecer que las conexiones entre los contenidos del currículo responden a la naturaleza constructivista del plan de estudio y a las finalidades formativas reflejadas en el perfil de egreso de la universidad, ya que en la secuencia en la que están organizadas tanto las materias como los contenidos de cada una de ellas, poseen un alto grado de estructura y prescripción, evidenciado en la dependencia existente entre los contenidos de asignaturas previas y los contenidos de asignaturas posteriores.

Esta dependencia existente entre los contenidos de asignaturas previas y los contenidos de asignaturas posteriores, puede jugar un papel trascendental en el desarrollo de habilidades que le serán útiles y necesarias al estudiante, a la hora de resolver problemas asociados a su realidad profesional.

¿Cómo un profesor de matemáticas explica aplicaciones de un contenido matemático dentro de una rama de conocimiento especializada como la ingeniería, si solo dispone del conocimiento matemático?

Según el análisis de las prácticas docentes que se llevó a cabo, tanto el profesor de matemáticas como el ingeniero con componente docente, mostraron una fuerte tendencia a apoyar sus planificaciones en los libros consultados, de hecho, tanto los ejemplos como las actividades propuestas son una copia fiel de los problemas establecidos en los textos.

En cuanto al manejo y/o interpretación del programa por parte de los docentes, se evidenció el enfoque netamente matemático dado al tema de interés (aplicaciones de la integral definida), ya que no se observaron ejercicios de aplicación afines a la especialidad a la cual estaba dirigido el diseño de la secuencia de didáctica. A pesar de que en su mayoría, los docentes cumplieron con el desarrollo de las técnicas desde el punto de vista matemático, no se hicieron notar actividades relativas a la aplicación o uso de la técnica matemática dentro de la ingeniería como lo indica el programa, cumpliendo el objetivo general de forma parcial, porque no es tomada en cuenta la

finalidad primaria. Esto puede deberse a la escasez de ejemplos aplicativos en los libros consultados y a la perspectiva que tenga el docente sobre la importancia del tema dentro de la ingeniería.

En este mismo orden de ideas, a criterio de la investigadora, la reconstrucción realizada por los docentes no fue del todo la más apropiada o ideal para lograr el objetivo general del programa. Adicionalmente al enfoque matemático dado, debe proporcionarse un enfoque aplicativo e integrar contenidos de otras materias para incrementar la interdisciplinariedad del pensum. Es decir, los docentes deben diseñar actividades que involucren o integren conceptos de materias anteriores con los contenidos de la materia en curso, lo cual ayudaría a reafirmar el grado de prescripción y los aspectos interdisciplinarios del plan de estudio.

Atendiendo a lo anterior, los profesores podrían proponer ejercicios donde el estudiante construya ecuaciones (geometría analítica) para calcular el área, volumen, longitud de arco, superficie, etc., de determinada región o sólido de revolución. Igualmente, incluir la verificación de las condiciones del teorema de la integral para series numéricas, donde el estudiante debe tener presente conceptos de continuidad, función positiva, crecimiento y decrecimiento, los cuales son contenidos estudiados en Matemática I. Como también, hacer uso de la matemática básica (reforzada en el Curso Integral de Nivelación Universitaria) como medio de verificación de algunos de los resultados obtenidos durante el proceso de solución de problemas asociados a las aplicaciones de la integral definida, lo cual no solo sería útil para que el estudiante autoevalúe sus hallazgos, sino para que comprenda e internalice de mejor manera el porqué de los procedimientos utilizados.

Adicionalmente, sería conveniente considerar las actividades complementarias que poseen algunos libros, las cuales hacen referencia a la interpretación y/o aplicación de la técnica en situaciones tangibles para el estudiante, pudiendo ser aprovechadas para demostrar lo viable que resulta el cálculo al momento de hallar respuestas precisas a problemas de la ingeniería.

¿Cuáles recursos utilizar?

A pesar de que en ambos casos los docentes manifestaron escasez de recursos y la necesidad de implementar recursos tecnológicos, existe una variedad de recursos que pueden ser aprovechables, considerando algunas sugerencias de los textos y características de la carrera que pueden surgir durante la investigación que debe realizar el docente sobre actividades alternativas relacionadas con el tema de interés y poniendo en práctica su ingenio y creatividad para resolver.

Objetivos y su alcance

En cuanto a los objetivos de la investigación, los mismos pudieron ser cumplidos como se describe a continuación:

Objetivo 1. Determinar la Organización Matemática y la Organización Didáctica de la unidad temática de aplicaciones de la integral definida del programa de Matemática II

La Organización Matemática y la Organización Didáctica del tema de aplicaciones de la integral definida (cálculo de área y centro de masa) se pudieron determinar haciendo uso de la Teoría Antropológica de lo Didacta, encontrando que se trataba de una organización de carácter puntual, aunque los libros de texto sugieren actividades que al ser enfocadas de manera correcta podrían ampliar la organización.

Objetivo 2. Determinar el nivel de comprensión y las dificultades que presentan tanto estudiantes como docentes en los procesos de enseñanza y aprendizaje

Para determinar el nivel de comprensión y las dificultades que presentan tanto estudiantes como docentes en los procesos de enseñanza y aprendizaje, se revisaron los guiones de clases de los profesores a cargo del curso de Matemática II, se realizaron entrevistas y se aplicaron evaluaciones diagnósticas, las cuales permitieron observar que a pesar de que el estudiante debe ser participe en su aprendizaje, la educación básica – media diversificada, en la actual situación país que se vive en

Venezuela, no es la más ideal, el estudiante no solo no desarrolla todas las competencias en el área de matemáticas, sino que tampoco adquiere hábitos y técnicas de estudio que le permitan solventar por su cuenta, las dificultades primarias que se presentan en el desarrollo de los temas de las matemáticas universitarias.

Las deficiencias de los estudiantes con respecto a los conocimientos matemáticos básicos, no solo representan un obstáculo para el estudiante durante su aprendizaje, sino que las mismas también resultan ser un problema para el docente durante el proceso de enseñanza, ya sea a la hora de organizar la secuencia de actividades y administración del tiempo o en plena práctica de lo planificado.

Como respuesta a la situación anterior, se sabe que la universidad cuenta con un Curso Integral de Nivelación Universitaria, el cual debe ser aprobado por los estudiantes para ingresar al sistema regular de estudio, pero los resultados de la prueba diagnóstica indicaron que a pesar de la aprobación de dicho curso, los estudiantes del segundo semestre de ingeniería todavía presentan dificultades con los contenidos matemáticos del sistema de educación básica – media diversificada, pues hacen uso innecesario o inadecuado de algunos objetos matemáticos para resolver problemas de aplicación de la integral definida.

Por tales motivos, sería pertinente estudiar el por qué, a pesar de aprobar el curso de nivelación, la mayoría de los estudiantes continúan presentando dificultades al momento de poner en práctica sus conocimientos de matemática básica.

En este mismo orden de ideas, también se hizo evidente que los estudiantes manifiestan dificultades al hacer uso de las competencias alcanzadas en asignaturas anteriores para solucionar problemas asociados al contenido de la materia en curso, pese a que, en la universidad, el plan de estudio y los programas que lo conforman presentan un alto grado de estructuración y prescripción. Esta problemática, de cierta manera, puede deberse a la ejecución del programa por parte del docente, ya que en la mayoría de los casos, el desarrollo de los contenidos se basa en el uso de la técnica en situaciones bastante puntuales, donde no es necesario que el estudiante realice mayor análisis, cayendo en procesos sistemáticos y limitando de esta forma, el desarrollo de habilidades propias de la carrera, como lo son: la recolección, el análisis y la

generación de datos en función a las características presentes asociadas a los conocimientos adquiridos previamente.

Durante el estudio de las aplicaciones de la integral definida, también se observó que a la mayoría de los estudiantes se les dificulta establecer relación entre los distintos sistemas de representación utilizados, ya que al dar lectura al enunciado de los problemas planteados, los estudiantes identifican de manera errada los datos a sustituir en la definición, realizan la representación gráfica de forma incorrecta y/o la solución propuesta no es acorde a la gráfica elaborada. Para mejorar este escenario, además de considerar lo expuesto anteriormente con relación a la base cognitiva que debe poseer el estudiante, se podría llevar a cabo una construcción de la técnica en forma más reflexiva, donde el estudiante tenga mayor participación y pueda tomar conciencia de los elementos que intervienen en el análisis y solución del problema.

Otro aspecto que emergió durante la evaluación diagnóstica y las entrevistas a los estudiantes, es la tendencia a no verificar los procesos, a pesar de percibir los resultados como poco fiables o incoherentes. Los procesos descritos de forma algorítmica no generan oportunidades de análisis e interacción, porque los pasos a seguir en la resolución son vistos por el estudiante como una receta invariable. De esta manera, el aprendiz, se avoca a seguir los pasos sin cuestionar el por qué debe cumplir determinado procedimiento y lo adopta como su verdad, los momentos de razonamiento son escasos y la orientación del pensamiento se hace difícil porque en situaciones problemas atípicas, el estudiante busca la manera de ajustar la receta prescrita a problemas con características diferentes a las iniciales.

Lo antes expuesto, deja entrever que existe una tendencia, por parte de docentes y estudiantes, hacia los procesos algorítmicos y no verificables, ya que en ninguno de los casos, se evaluó la veracidad de los resultados obtenidos, lo cual, si se hiciera, sumaría al proceso de aprendizaje.

Durante la formación del docente de matemática, se le prepara para demostrar la veracidad de las propiedades, definiciones, etc., pero esta misma capacidad, desarrollada durante su formación, desde la perspectiva de la investigadora, puede ser aprovechada como herramienta para ayudar al estudiante, de manera sencilla, a

detectar y visualizar los errores durante la aplicación de las propiedades y definiciones de la matemática que está involucrada en los procesos de resolución de los problemas.

En cuanto a la comprensión y dificultades que presentan los docentes, también se encontró un posible problema de interpretación del programa, con respecto a conceptos y su aplicación, pues en ambos casos los profesores a cargo del curso de Matemática II insistieron en haber cubierto el aspecto de aplicaciones de matemáticas en la ingeniería, cuando en realidad no fue así.

Lo anterior, hace creer que aparentemente, existe un problema de decodificación, en el cual pueden estar incidiendo varios aspectos que repercuten en la reconstrucción del tema que realiza el profesor a cargo del curso. Por lo que sería recomendable ahondar en esta situación para analizar las posibles causas y generar soluciones viables.

Aunado a esto, a raíz de la misma situación país y de la alta tasa de deserción de los docentes especialistas, la universidad se ha visto obligada a reclutar personal con poca experiencia en el ámbito universitario, generando irregularidades en cuanto al cumplimiento de los contenidos y reglamento de la universidad. El nivel de exigencia que se percibe, no es acorde al nivel educativo, y el tratamiento de las evaluaciones y las oportunidades de superación que se le da al estudiante, en muchos casos, es equivalente al practicado en los liceos. Para atender los problemas que pueda estar generando esta situación, se recomienda la implementación de un curso de inducción en el que se oriente al nuevo docente sobre normativa, tiempos de evaluación, estructura y finalidad de los programas, además de exaltar la importancia del alcance de las competencias.

Objetivo 3. Estudiar el significado de la definición de integral definida dentro de la ingeniería civil

Para cumplir este objetivo, se realizó un análisis del plan de estudio con el apoyo de un experto, para identificar las conexiones existentes entre la integral definida y los contenidos de las materias propias de la especialidad.

Al estudiar el significado de la definición de la integral definida dentro de la ingeniería civil, se pudo establecer lo importante que resulta dicha definición para el desarrollo de los contenidos de asignaturas posteriores a Matemática II, no solo en el ciclo básico, sino también en el ciclo profesional.

Esta relación podría ser aprovechada para contextualizar ciertos problemas y maximizar la motivación del estudiante durante el aprendizaje de la definición, ya que este tipo de problemas deja en evidencia la utilidad e importancia del contenido para el desarrollo de algunas capacidades que necesitará como ingeniero.

Objetivo 4. Caracterizar las prácticas docentes mediante el análisis de los planes de estudio, la finalidad del contenido y su importancia dentro del pensum de ingeniería civil

Las prácticas docentes se pudieron caracterizar hasta cierto punto, ya que por la situación de la pandemia, la investigación solo se pudo apoyar en los guiones de clases elaborados por los docentes involucrados, la información recolectada durante las entrevistas y el análisis documental. Hubiese sido de mayor provecho, poder observar las clases para obtener más detalles acerca de la interacción docente – estudiante, observar la respuesta del estudiante hacia las estrategias del docente, entre otros.

Objetivo 5. Reconstrucción de la organización matemática y la organización didáctica mediante un dispositivo que facilite la contextualización del contenido matemático y permita una mayor comprensión del mismo

Para atender este objetivo y con base en los hallazgos obtenidos durante la investigación, se propuso el arco de transformación del conocimiento, con el que se pretende guiar al docente en la reconstrucción de la organización matemática a estudiar, de manera que al mismo se le facilite el contextualizar el contenido matemático de acuerdo a la especialidad a la cual esté dirigida.

En el arco de transformación del conocimiento se indican los aspectos que deben ser considerados y se presentan algunas pautas y dispositivos que ayudan a

evaluar si las actividades que se quieren implementar son adecuadas para los fines establecidos por el programa de estudios, sin dejar de un lado las fases por las cuales deben transitar los actores de los procesos de enseñanza y aprendizaje para alcanzar una construcción más adecuada de los conceptos y demostrar la verdadera importancia del cálculo en el desarrollo de las teorías propias de la carrera y la posibilidad de solucionar nuevos problemas apoyándose en los conocimientos matemáticos adquiridos.

A pesar de lo alcanzado durante la investigación, es necesario continuar examinando los procesos de decodificación inmersos en el estudio de las aplicaciones de las matemáticas a otras ciencias, ya que las relaciones que establecen los docentes entre los conceptos matemáticos y la realidad de interés, y cómo llegan a esos supuestos, es la clave para entender por qué la mayoría de los estudiantes no reconocen la utilidad e importancia de las materias del área de matemáticas dentro del pensum de estudio, además de no aprovechar la oportunidad de apropiarse de dichos conocimientos para desarrollar habilidades que fungirán como herramientas en el área laboral y que les permitirán responder de mejor manera con su compromiso y responsabilidad social.

REFERENCIAS

- Arias, F. (2019). *Citación de fuentes documentales y escogencia de informantes: un estudio de las razones expuestas por investigadores venezolanos*. Revista e-Ciencias de la información.9. (1). 3-23. <https://doi.org/10.15517/eci.v1i1.32224>
- Egg, A. (1985). *Introducción a la planificación*. (1ed.), Siglo XXI. <https://abacoenred.com/wp-content/uploads/2017/05/Introduccion-a-la-planificaci%C3%B3n-Ander-Egg-Ezequiel.pdf.pdf>
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. Revista *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19, 221-266. http://servidor-opsu.tach.ula.ve/profeso/guerr_o/praticamatema/referencias/practica_marcosteo-ricos3/Chevallard_Teoria_Antropologica.pdf
- Chevallard, Y., Bosch, M y Gascón, J. (1997). *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. TAD grupo de investigación en Teoría antropológica de lo didáctico. Horsori. http://curriculares.files.wordpress.com/2011/09/el_eslabon_perdido.pdf
- Decreto N°2.766, Art. 4, 76, 77, 78 [Gaceta oficial 6.291]. Reforma del Reglamento General de la Universidad Nacional Experimental Politécnica de la Fuerza Armada Bolivariana (Unefa). 21 de marzo de 2017 [Presidencia de la República]. <https://pandectasdigital.blogspot.com/2017/03/reglamento-general-de-la-universidad.html>
- Duval, R. (2017). *Semiosis y pensamiento humano Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*.(2ed.) Universidad del Valle. <https://es.scribd.com/document/635628248/Duval-Semiosis-y-Pensamiento-Humano>
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. Revista *EMA*. 7. (3). 251-292. http://funes.uniandes.edu.co/1537/1/89_G%C3%B3mez2002An%C3%A1lisis_RevevEMA.pdf
- González, M. y Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. Revista *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 22(3) 389 – 408. <http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/download/21990/21824>

- González, M., Pino, M. y Penado, M. (2017). Estudio de la satisfacción percibida por los estudiantes de la UNED con su vida universitaria. *Revista RIED Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 20(1). 243-260
<https://www.redalyc.org/pdf/3314/331450972013.pdf>
- Larson, R., Hostetler, R. y Edwards, B.(2009). *Cálculo Integral. Matemática 2*. (1ed.) McGraw-Hill Univ.
- Llano, R. (1999). *Estatica Aplicada*. EDIFI.
https://bdigital.uncuyo.edu.ar/objetos_digitales/11832/llano.pdf
- Lupiañez, J. (2009). *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemática de secundaria*. [Tesis doctoral, Universidad de Granada].
https://scholar.google.com/scholar?hl=en&as_sdt=0%2C5&q=planificacion+dentro+de+la+educacion+matematica&btnG=
- Martínez, J. (2011). Métodos de investigación cualitativa. *Revista Silogismo*. 1(8).
<http://www.cide.edu.co/ojs/index.php/silogismo/article/view/64/53>
- Okuda, M. y Gómez, C. (2005). Métodos en investigación cualitativa: triangulación. *Revista colombiana de psiquiatría* 34, 118-124.
<http://www.scielo.org.co/pdf/rcp/v34n1/v34n1a08.pdf>
- Parra, E. y Duarte, E. (2021). *Lo que debes saber sobre una tesis doctoral*. IMPRECOLOR.C.A.
- Partido, M. (2007). Los libros de texto en la escuela primaria y su implicación en la lectura. *Revista CPU-e, Revista de investigación Educativa* 5. .1-21.
https://cdigital.uv.mx/bitstream/handle/123456789/5237/partido_libros_escuela.pdf?sequence=2&isAllowed=y
- Protter, M. y Morrey, C. (1980). *Cálculo con geometría analítica*. Fondo Educativo Iberoamericano, S.A. <https://es.escrib.com/document/592417792/Calculo-Con-Geometria-Analitica-Protter-Libro>
- Reza, F. (1997). *Ciencia, metodología e investigación*. Longman de México Editores. S. A. de C.V.

Rico, L. (2013). El método del análisis didáctico [Revista en línea], 33, pp. 11-27. Disponible: <http://funes.uniandes.edu.co/15988/1/Rico2013El.pdf>

Rodríguez, E. (2016). *Faceta epistémica del conocimiento didáctico – matemático de la función afín aplicada a la economía*. [Tesis doctoral, UPEL-IPRAEL]

Rodríguez, N. (2004) Criterios para el Análisis del Diseño Curricular. En Sandra Castañeda (Comp.) *Educación, aprendizaje y cognición. Teoría en la práctica* (pp.107-122). El Manual Moderno. <http://saber.ucv.ve/bitstream/10872/9628/1/CriteriosDise%C3%B1oCurricular.pdf>

Saenz, J. (2009). *Calculo integral con funciones trascendentes tempranas para ciencias e ingeniería*. Hipotenusa.

Serrano, L. (2013). *La modelización matemática en los estudios universitarios de economía y empresa: análisis ecológico y propuesta didáctica*. [Tesis doctoral, Universitat Ramon Llull.] https://www.mdx.cat/bitstream/handle/10503/30517/Tesis_Serrano_2013.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Stenhouse, L. (2003). *Investigación y desarrollo del currículo*. Morata. <https://es.slideshare.net/MaradelCarmenOrtega/investigación-y-desarrollo-del-curriculum-stenhousepdf>

Stewart, J. (2001). *Cálculo de una variable. Trascendentes temprana*. (7ed.). CENGAGE Learning <https://www.fbioyf.unr.edu.ar/evirtual/pluginfile.php/107533/course/section/2765/calculo->

Stufflebeam, D. y Shinkfield, A. (1993), *Evaluación sistémica: guía teórica y práctica*. Ediciones Paidós. <https://www.studocu.com/row/document/xian-jiaotong-university/%E7%BB%BC%E5%90%88%E6%97%A5%E8%AF%AD%E5%90%AC%E8%AF%B4/evaluacion-sistemica-guia-teorica-y-practica-daniel-stufflebeam-y-anthony-shinkfield/18463008>

UNEFA (2010). Plan de estudios y programas de las asignaturas en modalidad semestral del ciclo básico para las ingenierías.

UNEFA (2013). Perfil del egresado de ingeniería civil. www.unefa.edu.ve/CMS/administrador/visitas/archivos/INGENIERIA_CIVIL.doc

Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Vicerrectorado de investigación y Postgrado. (2017). *Manual de Trabajos de grado de especialización y maestría y tesis doctorales*. Fedupel.

Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Vicerrectorado de investigación y Postgrado. (2022). *Manual de Trabajos de grado de especialización y maestría y tesis doctorales*. Fedupel.

SÍNTESIS CURRICULAR DE LA AUTORA

Kenny Cecilia Piña Alba, Cédula de Identidad V – 17.366.261.

En el año 2010 egresó del Instituto Pedagógico “Rafael Alberto Escobar Lara” como “Profesor, Especialidad: Matemática”. Luego en el 2017 obtuvo su título de “Magister en Educación, Mención: Enseñanza de la Matemática” en la misma institución educativa. En el 2010 y durante tres años continuos, laboró en el Colegio “La Concepción” como profesora de matemática de segundo y tercer año de educación básica y casi al mismo tiempo dictó cursos del área de matemática dirigidos a varias especialidades en su casa de estudio. Ha trabajado por ocho años, en la UNEFA-Núcleo Aragua Sede Maracay a cargo de las asignaturas de Matemática I y Matemática II para la escuela de Ingeniería Civil, y es la autora del artículo “Elementos claves para la construcción de una secuencia didáctica dentro de la Teoría Antropológica de lo Didáctico” publicado en la revista multidisciplinaria “Dialógica” en el 2020.

SÍNTESIS CURRICULAR DEL TUTOR

Rolando Antonio García Hernández, Cédula de Identidad V – 12.855.448

Egresado del Instituto Pedagógico “Rafael Alberto Escobar Lara” como “Profesor, Especialidad: Matemática”, en el año 2004. Desde el año 2009 hasta el año 2023, ha obtenido: un título como “Magister en Educación, Mención enseñanza de la Matemática”; dos títulos de especialización, uno como Especialista en Docencia en Educación Superior” y otro como “Especialista en Educación para la Integración de Personas con Discapacidades” y dos títulos de doctorado, el primero como “Doctor en Educación” y el segundo como “Doctor en Cultura Latinoamericana y Caribeña”, en la misma institución educativa.

Trabajó en el Liceo Rafael Bolívar Coronado y labora como profesor del Departamento de Matemática de la UPEL – Maracay desde el 2005 hasta la actualidad. Ha desempeñado cargos de: Coordinador de la Asesoría del Departamento de Matemáticas, Jefe del Área de Asistencia Técnica de la Unidad de Evaluación de la UPEL – Maracay, Coordinador de la Línea de Investigación: Didáctica del Cálculo en la UPEL – Maracay, Coordinador del Doctorado en Educación Matemática de la UPEL – Maracay y es Miembro de la Comisión de Equivalencias por el Área de Análisis.